

Зміцнення матеріалу в результаті “заликовування” тріщин та порожнин

В. П. Силованюк, Р. Я. Юхим

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів, Україна

На основі δ_c -моделі пружно-пластичного тіла з тріщиною встановлено параметри, які впливають на ефективність “заликовування” дефектів типу тріщин, якщо їх заповнити іншим матеріалом. Побудовано залежності, що дозволяє прогнозувати ступінь відновлення міцності тіла з тріщиною при різних варіантах заповнення. Встановлено “характеристичну відстань”, на яку підростає тріщина (заповнена або вільна), коли інтенсивність зовнішніх навантажень сягає граничного значення. Показано, що для незаповнених макротріщин ця відстань є константою матеріалу і складає деяку частину пластичної зони, що утворюється біля дефекту.

Ключові слова: тріщина, пластична зона, інтегро-диференціальне рівняння, деформація, міцність, граничне навантаження, характеристична відстань.

Вступ. Міцність твердих тіл залежить, як відомо, від особливостей структури матеріалу та її дефектності. В інженерній практиці відомі способи зміцнення пошкоджених тіл, суть яких полягає в заповненні тріщин матеріалами в рідкому стані. Зокрема, це такі традиційні методи, як заварювання та запаювання пошкоджених тріщинами ділянок, а також сучасні – заповнення тріщин ін’екційним матеріалом, який згодом, полімеризуючись або кристалізуючись, твердне і таким чином “заликовує” тріщину. Останні методи набувають широкого застосування при відновленні роботоздатності пошкоджених бетонних і залізобетонних будівельних споруд тривалої експлуатації.

Метою даної роботи є показати можливість ефективного відновлення міцності пошкодженого матеріалу, якщо тріщини заповнити іншим матеріалом, здатним утворювати міцні адгезійні зв’язки з основним матеріалом після затвердіння.

Розв’язок таких задач має важливе значення для розробки ефективних методів (технологій) відновлення несучої здатності елементів конструкції з тріщинами та їх оптимізації.

Модель заповненої тріщини в пружно-пластичному тілі. У рамках дводимірної постановки розглянемо пружно-пластичне тіло, послаблене тріщиною довжини $2l_0$ і початковим розкриттям $h(x)$ – рис. 1. Нехай у результаті застосування технології зміцнення тіла ін’ектуванням тріщина заповнена рідким матеріалом, який, полімеризуючись або кристалізуючись, утворює міцні адгезійні зв’язки з основним матеріалом. Пружні властивості заповнювача після затвердіння визначаються модулем Юнга E_1 і коефіцієнтом Пуассона ν_1 . Тіло зазнає розтягу зовнішніми зусиллями, симетричними до площини розміщення тріщини. Задача полягає у встановленні граничного значення навантаження, що приводить до росту тріщини.

Для її розв’язку скористаємося деформаційним критерієм критичного розкриття тріщини (КРТ-критерієм) і розрахунковою схемою δ_c -моделі [1].

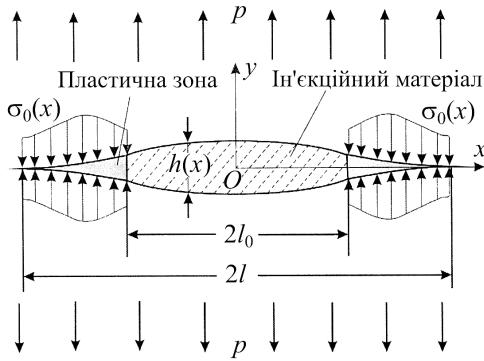


Рис. 1. Заповнена тріщина у пружно-пластичній пластині.

Під дією зовнішнього навантаження в околі вершини тріщини формується зона непружних деформацій (пластичне ядро), оточена пружно-деформованим матеріалом. Виріжемо з тіла матеріал наповнювача і пластичне ядро та замінимо їх вплив на основний матеріал деякими зусиллями на поверхні утвореної порожнини, а саме: реакцію матеріалу наповнювача подамо за допомогою моделі вінклерівської основи [2]

$$\sigma_y(x) = \frac{[u_y^*(x)]}{h(x)} E_1, \quad \sigma_{xy}(x) = 0, \quad 0 \leq |x| \leq l_0, \quad (1)$$

а пластичного ядра – напруженнями

$$\sigma_y(x) = \sigma_0(x), \quad \sigma_{xy}(x) = 0, \quad l_0 < |x| \leq l, \quad (2)$$

де $[u_y^*(x)]$ – стрибок переміщень точок поверхні заповненої тріщини; $\sigma_0(x)$ – функція розподілу нормальних напружень у пластичній зоні по осі x .

Якщо матеріал тіла ідеально пружно-пластичний, то $\sigma_0(x)$ дорівнює границі текучості σ_T . У випадку матеріалу, що деформаційно зміцнюється, в класичній постановці δ_c -моделі [1] пропонується використовувати усереднені напруження в пластичній зоні

$$\sigma_0(x) = \sigma_T + E(\varepsilon_c - \varepsilon_T) - \sqrt{E^2(\varepsilon_c - \varepsilon_T)^2 - 2AE}, \quad (3)$$

отримані з умови рівності енергії руйнування реального тіла і моделі. Тут ε_c – граничне значення деформації при розтязі; ε_T – деформація на межі текучості; $A = \int_{\varepsilon_T}^{\varepsilon_c} (f(\varepsilon) - \sigma_T) d\varepsilon$; $f(\varepsilon)$ – функція, що описує діаграму розтягу

матеріалу в пластичній області.

Із літературних джерел відомі модифікації δ_c -моделі, пов’язані з уточненням функції розподілу напружень $\sigma_0(x)$. Зокрема, в роботі [3] пропонується встановлювати $\sigma_0(x)$ на основі повних діаграм розтягу гладких

зразків. Для кусково-лінійної функції $\sigma_0(x)$ автори отримали точні замкнуті розв'язки відповідних рівнянь.

З огляду на малу товщину утвореної порожнини граничні умови передносимо на серединну площину, якою є площа $y = 0$. Використаємо принцип суперпозиції і отримаємо крайову задачу для тіла з математичним розрізом довжиною $2l$:

$$\begin{cases} \sigma_y(x, 0) = -p(x) + [u_y^*(x)]E_1/h(x), & 0 \leq |x| \leq l_0; \\ \sigma_y(x, 0) = \sigma_0(x) - p(x), & l_0 \leq |x| \leq l; \\ \sigma_{xy}(x, 0) = 0, & 0 \leq |x| \leq l, \end{cases} \quad (4)$$

де $p(x)$ – напруження в площині $y = 0$ в однорідному (без тріщини) тілі при дії зовнішнього навантаження.

Якщо скористатися виразами напружень і переміщень через бігармонічну функцію Ері та методом інтегральних перетворень Фур'є, то крайова задача (4) може бути зведена до сингулярного інтегро-диференціального рівняння відносно невідомих переміщень $u_y(x)$ берегів математичного розрізу вздовж відрізка $0 \leq |x| \leq l$:

$$\begin{aligned} & \int_{-l}^l \frac{u'_y(t)}{t-x} dt - 2\pi c \lambda \frac{u_y(x)}{h(x)} H(l_0 - |x|) = \\ & = \frac{2\pi c}{E} (-p(x) + p(x)\lambda H(l_0 - |x|) + \sigma_0(x)H(|x| - l_0)), \end{aligned} \quad (5)$$

де $H(x)$ – функція Хевісайда; λ – відносна жорсткість наповнювача, $\lambda = E_1/E$. Враховано, що $u_y^* \approx u_y + u_y^0$; u_y^0 – переміщення точок поверхні тріщини в однорідному тілі під дією зовнішніх зусиль p ; $c = 1$ – за плоского напруженого стану; $c = 1 - \nu^2$ – за плоскої деформації.

Зазначимо, що розмір пластичних зон $l - l_0$ біля вершини заповненої тріщини встановлюється згідно з δ_c -моделлю [1] з умовою обмеженості напруження у точках $x = \pm l$. Границне навантаження p_* знаходимо з критеріальної умови [1]

$$\delta_p(l, p_*) = 2u_y(\pm l_0, p_*) = \delta_c, \quad (6)$$

де δ_c – критичне розкриття вершини тріщини, зв'язане з граничною деформацією матеріалу співвідношенням

$$\delta_c = \rho_0 \varepsilon_c; \quad (7)$$

ρ_0 – структурний параметр матеріалу.

Числовий розв'язок рівняння (4). Числовий розв'язок сингулярного інтегро-диференціального рівняння (4) здійснююмо методом механічних квадратур (напр., [4]). Зовнішнє навантаження приймаємо у вигляді однорідних

зусиль інтенсивності p , $\sigma_0(x)$ – згідно з формулою (3). На підставі числових розв’язків рівняння (4) встановлено розміри пластичної зони $(l - l_0)$, розкриття (δ_p) заповненої тріщини в точках $x = \pm l_0$ та граничні значення навантаження p_* в залежності від жорсткості (λ) матеріалу наповнювача (рис. 2–4). Початкову конфігурацію тріщини вибираємо у вигляді еліпса з півосями l_0 і b ($l_0/b = \beta >> 1$). Штрихові лінії на рис. 2, 3 відповідають незаповненій тріщині.

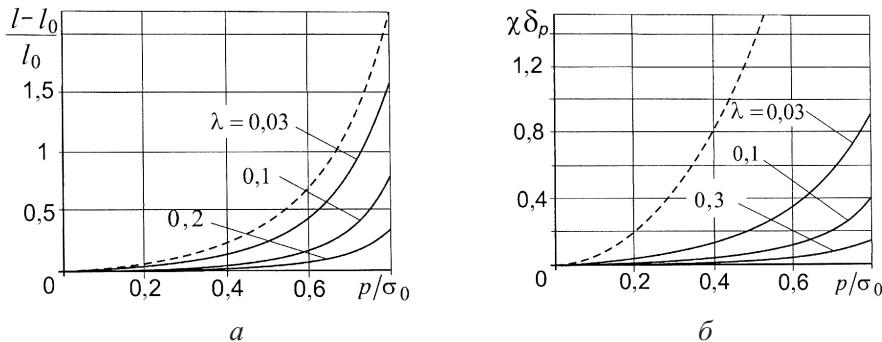


Рис. 2. Залежність розміру пластичної зони (а) та відносного розкриття тріщини (б) від навантаження за різних значень жорсткості λ матеріалу наповнювача ($\beta = 10$, $\chi = E/(2l_0\sigma_0)$).

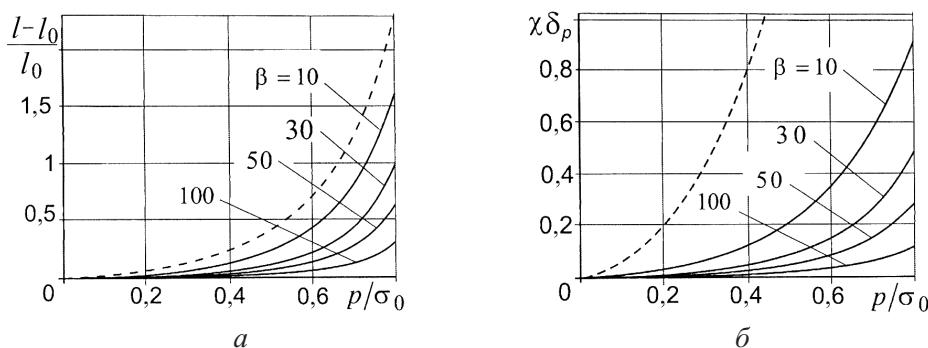


Рис. 3. Залежність розміру пластичної зони (а) та відносного розкриття тріщини (б) від навантаження за різних значень параметра β ($\lambda = 0.03$).

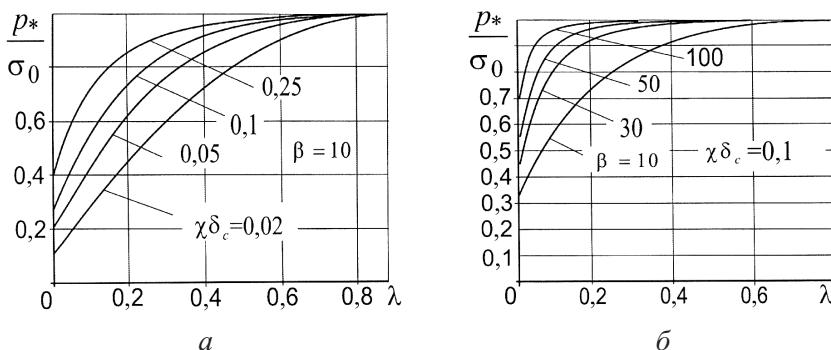


Рис. 4. Залежність граничного навантаження від жорсткості матеріалу наповнювача за різних значень $\chi \delta_c$ (а) і β (б) ($\chi = E/(2l_0\sigma_0)$).

Аналіз наведених залежностей показує, що величина пластичної зони і розкриття берегів тріщини в околі її вершини суттєво залежать від жорсткості матеріалу наповнювача λ .

Важливим параметром, від якого залежить ефективність заліковування наявних у тілі тріщин, є їх початкове розкриття (або геометрія тріщини). Із рис. 5 видно, що заліковування тріщин шляхом введення в їх порожнину рідкого заповнювача з наступним його затвердінням із досягненням жорсткості λ буде кращим для дефектів із більшим параметром β .

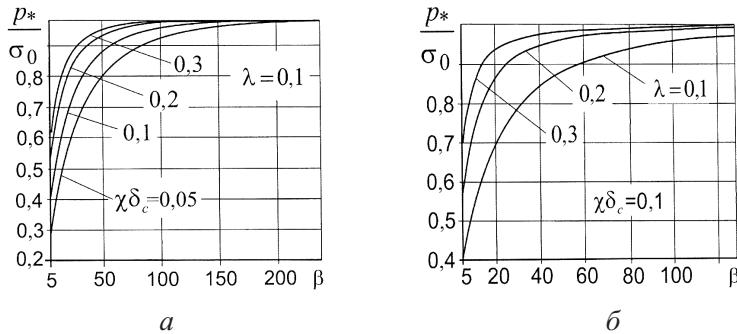


Рис. 5. Залежність граничного навантаження від геометрії тріщини за різних значень критичного розкриття у вершині тріщини $\chi\delta_c$ (а) та жорсткості матеріалу наповнювача λ (б).

Такі тріщини можна повністю залікувати, якщо заповнити їх матеріалом, жорсткість якого може бути на порядки меншою за жорсткість основного матеріалу. Ця особливість заліковування дефектів має важливе практичне значення, оскільки, як правило, жорсткість ін'єкційних матеріалів менша за жорсткість конструкційних.

На рис. 6 наведено криві, що показують, як змінюється міцність тіла в залежності від розміру тріщини ($\lambda = 0$), та прогнозують зміщення тіл із тріщинами різного розміру в результаті заповнення їх матеріалом із різною жорсткістю ($\lambda = 0,03; 0,1; 0,2$).

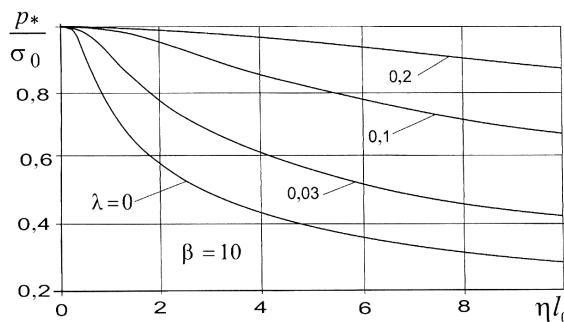


Рис. 6. Залежність міцності тіла з тріщиною від розміру дефекту та відносної жорсткості матеріалу наповнювача ($\eta = 8\sigma_0 c / (\delta_c E)$).

Проведено експериментальні дослідження ефекту зміщення тіла з тріщиноподібним концентратором напружень, якщо його заповнити ін'єкційним матеріалом (рис. 7).

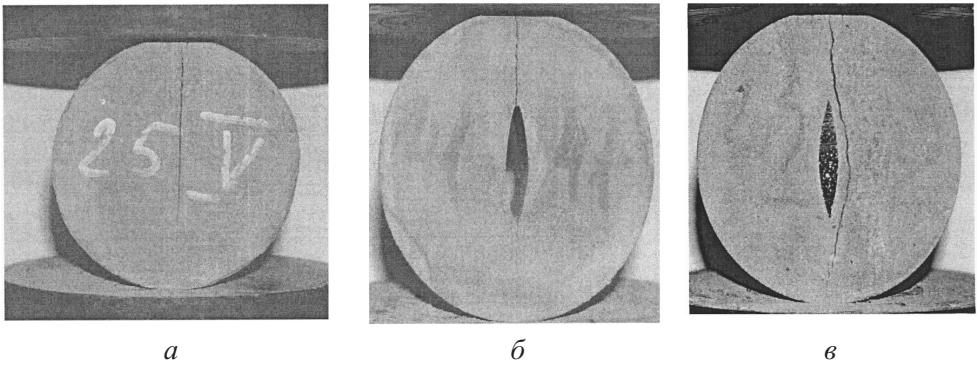


Рис. 7. Руйнування циліндричних зразків із бетону відривом в умовах стиску: *a*, *b*, *c* – суцільний зразок, зразок із концентратором і зразок із заповненим концентратором відповідно.

Випробовували такі матеріали, як бетон (основний матеріал), поліуретан (ін’єкційний) і композит на основі поліуретану і піску (ін’єкційний). Модуль Юнга бетону $E = 12000$ МПа, поліуретану і композита відповідно $E_1 = 360$ і 700 МПа. Попередні випробування на адгезійну міцність матеріалів на відрив показують, що вона не нижча за когезійну міцність бетону на розтяг. Таким чином, умови достатньої адгезійної міцності, що приймалися у теоретичній моделі, забезпечені.

Схему випробувань показано на рис. 8. Циліндричні зразки ($R = 50$ мм, $H = 100$ мм) з центральною наскрізною порожниною-тріщиною стискали по твірній уздовж площини дефекту. Використовували встановлений теоретично результат [5], що в однорідному (без тріщини) циліндрі в площині дії зусиль стиску виникає однорідний напруженій стан розтягу інтенсивності

$$\sigma_y = \frac{q}{\pi R},$$

де q – рівномірно розподілене по твірній навантаження.

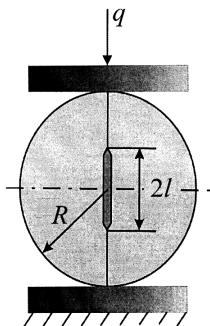


Рис. 8. Схема випробувань.

Таким чином, тріщина, розміщена в площині дії зусиль стиску q , перебуває в тих самих умовах одновісного розтягу, що й тріщина в розглянутій теоретичній моделі за плоскої деформації. Впливом вільної поверхні тіла на

поширення тріщини можна знехтувати, якщо $l_0/R < 0,25$. Наведені міркування є підставою для порівняння теоретичних (лінія) та експериментальних (точки) результатів (рис. 9). Узгодження цих даних свідчить про можливість використання розрахункових моделей такого типу для оцінки залишкової міцності елементів конструкцій із заликованою тріщиною.

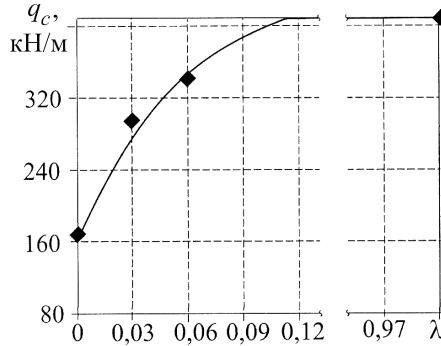


Рис. 9. Вплив жорсткості матеріалу наповнювача на граничне навантаження циліндричних зразків із тріщиною.

Наближений аналітичний розв'язок рівняння (5). Якщо поверхню тріщини вважати еліптичною з півосями l_0 і b ($l_0 \gg b$) та припустити, що напруження у матеріалі наповнювача мало відрізняються від напружень у еліптичному включені за відсутності пластичної зони, то в цьому випадку можна отримати точний розв'язок сингулярного інтегро-диференціального рівняння (4):

$$u_y(x) = \frac{c}{E} \left\{ 2\pi p(1-\lambda k)\sqrt{l^2 - x^2} + (\sigma_0 - \lambda kp)[(x - l_0)\Gamma(l, x, l_0) - (x + l_0)\Gamma(l, x, -l_0) - 4\sqrt{l^2 - x^2} \arccos(l_0/l)] \right\}, \quad 0 \leq |x| \leq l, \quad (8)$$

$$\text{де } k = \frac{1+2\beta}{1+2\beta\lambda}; \quad \beta = \frac{l_0}{b}; \quad \Gamma(l, x, l_0) = \ln \frac{l^2 - xl_0 - \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - l_0^2)}}{l^2 - xl_0 + \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - l_0^2)}}.$$

З умови обмеженості та неперервності напружень у точках $x = \pm l$ встановлюємо розмір пластичної зони в напрямку осі x :

$$l - l_0 = l_0 \left(\sec \frac{\pi p(1-\lambda k)}{2(\sigma_0 - \lambda kp)} - 1 \right). \quad (9)$$

Переміщення у вершині заповненої тріщини визначається на основі розв'язку (8), враховуючи співвідношення (9):

$$u_y(l_0) = -\frac{4l_0 c}{E} (\sigma_0 - \lambda kp) \ln \cos \left(\frac{\pi p(1-\lambda k)}{2(\sigma_0 - \lambda kp)} \right). \quad (10)$$

Граничне навантаження p_* на основі критерію критичного розкриття тріщини (6) встановлюється з рівняння

$$\delta_c = -\frac{8l_0c}{E}(\sigma_0 - \lambda kp_*) \ln \cos \left(\frac{\pi p_*(1-\lambda k)}{2(\sigma_0 - \lambda kp_*)} \right). \quad (11)$$

На рис. 10 наведено криві порівняння результатів розв'язку рівняння (5) числовим методом квадратурних формул Гаусса–Чебишова та аналітичним (співвідношення (9), (11)) у наближеній постановці. Як видно, обидва розв'язки добре узгоджуються, що дає підстави вважати отримані залежності (9)–(11) достатньо достовірними для $p/\sigma_0 < 0,7$.

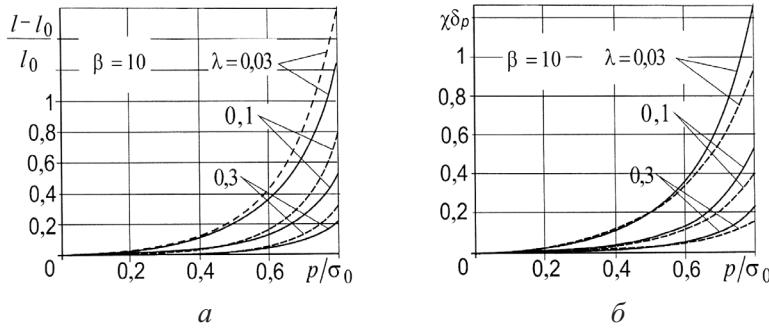


Рис. 10. Порівняння результатів розв'язку рівняння (5) числовим (штрихові лінії) та наближеним аналітичним (суцільні лінії) методами.

Деформація та руйнування в пластичній зоні. Пластична зона – це, як відомо, область, в якій деформації вищі за деформацію границі текучості матеріалу ε_T . В околі тріщини форма пластичної зони може змінюватись від пластинчатої (за умов плоского напруженого стану) до достатньо об'ємної в інших випадках. У рамках δ_c -моделі пластично деформований матеріал умовно вилучається з тіла, а граничні умови з поверхні утвореної порожнини переносяться на додатковий розріз-тріщину ($l_0 \leq |x| \leq l$). Деформації в пластичній зоні по осі y приймаються однорідними (усередненими), а по осі x вони залишаються суттєво неоднорідними. Їх розподіл у цьому напрямку, базуючись на результатах досліджень [6, 7], можна описати залежністю

$$\varepsilon_y(x, 0) = \varepsilon_T \left(\frac{l - l_0}{x - l_0} \right)^{1/(1+n)}, \quad l_0 \leq |x| \leq l. \quad (12)$$

Деформацію матеріалу наповнювача біля вершини тріщини, враховуючи, що напружено-деформований стан близький до однорідного, на основі залежності (1) можна записати у такому вигляді:

$$\varepsilon_y^*(\pm l_0) \approx \delta_p / (2\rho), \quad (13)$$

де ρ – радіус кривини вершини фізичної тріщини.

З умови сумісності деформації наповнювача і основного матеріалу в точках $x = \pm l_0$ та співвідношень (11), (13) визначаємо максимальну деформацію в пластичній зоні:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_y(\pm l_0, 0) = -\frac{4l_0 c}{E\rho} (\sigma_0 - \lambda kp) \ln \cos \frac{\pi p(1-\lambda k)}{2(\sigma_0 - \lambda kp)}. \quad (14)$$

Таким чином, маємо значення деформації в крайніх точках пластичної зони ($\varepsilon(\pm l, 0) = \varepsilon_T$, $\varepsilon(\pm l_0, 0) = \varepsilon_{\max}$) й їх розподіл у цій зоні (співвідношення (12)).

У рамках δ_c -моделі деформація $\varepsilon_y(x)$ в пластичній зоні не може перевищувати величини ε_{\max} (формула (14)). Враховуючи це, отримаємо рівняння для знаходження точки $x = x_0$ з інтервалу $l_0 < x < l$, де деформація, згідно з формулою (9), сягає значення ε_{\max} :

$$\varepsilon_T \left(\frac{l - l_0}{x_0 - l_0} \right)^{1/(1+n)} = \varepsilon_{\max}. \quad (15)$$

Таким чином, на відрізку зони передруйнування $l_0 \leq x \leq x_0$ деформації матеріалу є сталими і рівними ε_{\max} (формула (14)), а розподіл деформацій в пластичній зоні показано на рис. 11.

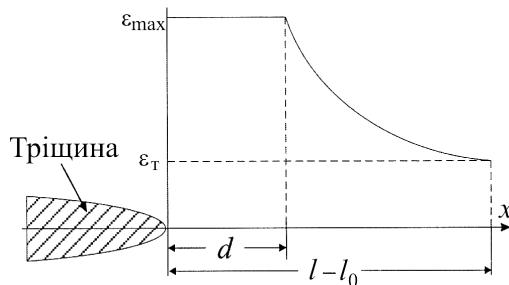


Рис. 11. Схематична діаграма розподілу деформацій в пластичній зоні.

Зазначимо, що припущення про сталість деформацій на певній ділянці в пластичній зоні біля концентраторів напружень фіксувалось у ряді робіт, зокрема в [8].

Із рівняння (15) отримуємо розмір зони, де деформації є сталими і рівними ε_{\max} :

$$d = x_0 - l_0 = (l - l_0) \left(\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_{\max}} \right)^{1/n}. \quad (16)$$

Поширення тріщини відбувається, якщо ε_{\max} дорівнює граничному значенню деформації матеріалу ε_c . Оскільки такий рівень деформації досягається в області розміром

$$d_* = (l - l_0) \left(\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_c} \right)^{1+n}, \quad (17)$$

то тріщина поширюється стрибкоподібно на відстань d_* .

Розглянемо тепер випадок макротріщини, коли $(l - l_0)/l_0 \ll 1$. При цьому співвідношення (16) перетворюється так:

$$d = \frac{\varepsilon_T^{1+n}}{\varepsilon_{\max}^{1+n}} \frac{\pi K_I^2}{4\sigma_0^2}, \quad (18)$$

де K_I – коефіцієнт інтенсивності напруження для заповненої тріщини [2], $K_I = \frac{(1-\lambda)}{1+2\beta\lambda} p \sqrt{\pi l_0}$.

При руйнуванні деформація ε_{\max} і коефіцієнт інтенсивності K_I в околі тріщини сягають граничних значень $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_c$, $K_I = K_{lc}$, і співвідношення (18) дає таке значення для приросту заповненої тріщини:

$$d_* = \frac{\varepsilon_T^{1+n}}{\varepsilon_c^{1+n}} \frac{\pi K_c^2}{4\sigma_0^2}. \quad (19)$$

З отриманого співвідношення видно, що для макротріщин і тонких порожнин або вирізів, в околі яких виконуються умови плоскої деформації, розмір зони d_* є константою матеріалу:

$$d_* = \frac{\varepsilon_T^{1+n}}{\varepsilon_c^{1+n}} \frac{\pi K_{lc}^2}{4\sigma_0^2}. \quad (20)$$

Ця зона складає ту частину пластичної зони біля дефекту, де деформація дорівнює ε_c . При цьому відзначимо, що порожнини та вирізи поводитимуть себе при руйнуванні як тріщини, якщо радіуси кривини їх вершин задовільняють нерівність

$$\rho < \frac{K_{lc}^2(1-\nu^2)}{2E\sigma_0\varepsilon_c}. \quad (21)$$

Це випливає зі співвідношення (14), якщо записати його в термінах коефіцієнтів інтенсивності напруження K_I та вважати навантаження граничними.

Поняття “характеристичної відстані” довгий час дискутується фахівцями з механіки руйнування [9–13]. Деякі з дослідників пов’язують цю відстань із піком напруження попереду вершини концентратора [9] або усередненими напруженнями в цій зоні [10]. Як наслідок такого підходу, характеристична відстань залежить від геометрії концентратора і відповідно не є константою матеріалу, що характеризує його структуру.

Інша точка зору зводиться до того, що в околі макротріщини характеристична відстань є константою матеріалу і визначає місце зародження мікротріщини попереду вершини макротріщини [8, 11, 13].

Отримані залежності (15)–(21) дозволяють диференціювати дефекти за зонами передруйнування, які вони ініціюють: для одних розмір цих зон є константою матеріалу, для інших – залежить від співвідношень (16)–(20).

Резюме

На основании δ_c -модели упругопластического тела с трещиной установлены параметры, которые влияют на эффективность “заличивания” дефектов типа трещин, если их заполнить другим материалом. Построены зависимости, что позволяет прогнозировать степень восстановления прочности тела с трещиной при разных вариантах заполнения. Определено “характеристическое расстояние”, на которое подрастает трещина (заполненная или свободная), когда интенсивность внешнего нагружения достигает граничного значения. Показано, что для незаполненных микротрещин это расстояние является константой материала и составляет некоторую часть пластической зоны, которая образовалась возле дефекта.

1. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 416 с.
2. Панасюк В. В., Стадник М. М., Солованюк В. П. Концентрация напряжений в трехмерных телах с тонкими включениями. – Киев: Наук. думка, 1986. – 216 с.
3. Андрійків О. Є., Панько І. М. Узагальнена модель пружно-пластичного тіла з тріщиною // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1995. – № 6. – С. 73 – 80.
4. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наук. думка, 1976. – 433 с.
5. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
6. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения // Разрушение / Под ред. Г. Либовица. – М.: Мир, 1975. – Т. 2. – С. 204 – 335.
7. McClintock F. A. and Irwin G. R. Plasticity aspects of fracture mechanics // Fracture Toughness Testing and Its Applications. – ASTM STP 381 (1964). – Р. 84 – 113.
8. Malkin J. and Tetelman A. S. Relation between K_{Ic} and microscopic strength for low allow steels // Eng. Fract. Mech. – 1971. – 3. – Р. 151 – 167.
9. Orowan E. Brittle fracture of notched specimens // Rep. Progr. Phys. – 1948. – 12, No. 11. – Р. 185 – 199.
10. Neuber H. Über die berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnungen // Konstruktion. – 1968. – 20. – Р. 245 – 251.

11. Pisarenko G. S. and Krasowsky A. J. Analysis of kinetics of quasibrittle fracture of crystalline materials // Proc. Int. Conf. on Mechanical Behavior of Materials (Kyoto, 1971). – 1972. – 1. – P. 421 – 432.
12. Kotilainen H. The micromechanisms of cleavage fracture and their relationship to fracture toughness in a bainitic low-alloy steel // TRCF Mat. Proc. Tech. Publ. ESPOO. – 1980. – 23. – 133 p.
13. Taylor D. Predicting the fracture strength of ceramic materials using the theory of critical distances // Eng. Fract. Mech. – 2004. – 71. – P. 2407 – 2416.

Поступила 16. 03. 2009