

PACSnumbers: 05.70.Ln, 46.35.+z, 46.50.+a, 46.80.+j, 62.20.M-, 81.40.Np, 83.60.Uv

Розрахункова модель росту втомної макротріщини за змішаного I + III макро механізму руйнування

Д. В. Рудавський, Ю. І. Канюк, В. Р. Бас*

*Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України,
вул. Наукова, 5,
79060 Львів, Україна
* ПАТ «Львівський локомотиворемонтний завод»,
вул. Залізнична, 1а,
79018 Львів, Україна*

На основі енергетичного підходу механіки руйнування побудовано розрахункову модель поширення втомної макротріщини в тривимірному пружнопластичному тілі за змішаного I + III макро механізму руйнування. Одержане кінетичне рівняння уможливорює визначити період докритичного росту втомної макротріщини, який відповідає залишковій довговічності елементу металокопункції з тріщиною під зовнішнім циклічним навантаженням. Кінетичне рівняння моделі містить лише дві експериментальні константи матеріалу, що визначаються з випробувань на циклічну втому. Запропонована в роботі розрахункова модель може бути використана при побудові методик розрахунку залишкового ресурсу металевих елементів копункції з втомними тріщинами, що розвиваються за змішаним I + III макро механізмом руйнування.

Ключові слова: втомна тріщина, залишкова довговічність, змішаний макро механізм руйнування, пластична зона, енергія руйнування.

Corresponding author: Denis Volodymyrovych Rudavskyy
E-mail: rudavskyy@gmail.com

*Karpenko Physico-Mechanical Institute of N.A.S. of Ukraine,
5 Naukova Str., 79060 Lviv, Ukraine
*PAT 'Lvivskyy Lokomotyvoremontnyy Zavod',
1a Zaliznychna Str., 79018 Lviv, Ukraine*

Please cite this article as: D. V. Rudavskyy, Yu. I. Kanyuk, and V. R. Bas, Calculation Model of Growth of a Fatigue Macrocrack in Case of the I + III Mixed-Mode Macromechanism of Fracture, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 3: 415–425 (2016) (in Ukrainian), DOI: 10.15407/mfint.38.03.0415.

На основе энергетического подхода механики разрушения построена расчётная модель распространения усталостной макротрещины по смешанному I + III макро механизму разрушения в трёхмерном упругопластичном теле. Полученное кинетическое уравнение позволяет определять период докритического роста усталостной макротрещины, который соответствует остаточной долговечности элемента металлоконструкции с трещиной под внешним циклическим нагружением. Кинетическое уравнение модели содержит только две экспериментальные константы материала, определяемые из испытаний на циклическую усталость. Предложенная в работе расчётная модель может быть использована при построении методик расчёта остаточного ресурса металлических элементов конструкций с усталостными трещинами, растущими по смешанному I + III макро механизму разрушения.

Ключевые слова: усталостная трещина, остаточная долговечность, смешанный макро механизм разрушения, пластическая зона, энергия разрушения.

Based on energy approach in the mechanics of fracture, the calculation model of fatigue macrocrack propagation in three-dimensional elastoplastic body is constructed for the case of I + III mixed-mode of fracture macromechanism. Subcritical period of fatigue macrocrack growth, which corresponds to residual lifetime of metalware element with a crack under external cyclic loading, can be determined using the obtained kinetic equation. The kinetic equation of the model contains only two experimental constants of the material, which are determined from tests on cyclic fatigue. The proposed calculation model can be used for development of techniques of residual lifetime estimation of metallic structural elements with fatigue cracks grown according to I + III mixed-mode of fracture macromechanism.

Key words: fatigue cracks, residual lifetime, mixed-mode of fatigue fracture, plastic zone, fracture energy.

(Отримано 11 червня 2015 р.; остаточн. варіант — 17 лютого 2016 р.)

1. ВСТУП

Втомне руйнування відноситься до найпоширеніших видів сповільненого руйнування металевих матеріалів [1–6], за якого відбувається поступовий ріст зародженої в конструкції тріщини, яка є найбільш небезпечним дефектом з точки зору втрати міцності. Практика показує, що такий вид руйнування є основною причиною експлуатаційних пошкоджень більшості сучасних металлоконструкцій.

Незважаючи на те, що відповідальні елементи таких конструкцій підлягають періодичному технічному огляду, їх втомне руйнування часто відбувається без видимих ознак і здавалося б непередбачено. Тому для адекватної оцінки залишкової довговічності таких елементів виникає необхідність у розробленні ефективних ме-

тодик оцінювання кінетики наявної в металевому матеріалі тріщини залежно від її розмірів.

Задача визначення докритичного періоду поширення втомних тріщин є однією з найважливіших та складних у теорії втоми. Її розв'язок відомими методами сучасної теорії пружнопластичності пов'язаний зі значними математичними труднощами, зокрема, з розв'язком складних нелінійних рівнянь у частинних похідних, для яких математичні методи ще не розроблені. Розв'язок цієї задачі додатково ускладнюється у випадку росту тріщини за змішаними макро механізмами руйнування, зокрема, I + III, який часто спостерігається при руйнуванні силових вузлів різного типу сучасного інженерного обладнання (енергетичне, транспортне та ін.). Енергетичний підхід механіки руйнування матеріалів [1–5] залишається одним з найбільш ефективних для вирішення таких задач. На його основі в даній роботі сформульовано розрахункову модель для оцінювання кінетики та докритичного періоду росту втомної макротріщини в металевому матеріалі за змішаного I + III макро механізму руйнування.

2. ФОРМУЛЮВАННЯ МОДЕЛІ

Якщо відома залежність швидкості V поширення втомної тріщини від її площі S , тоді докритичний період N_d її росту від початкових S_0 до кінцевих S_* розмірів, що відповідає залишковій довговічності елемента металокопункції з тріщиною, легко визначити за відомим співвідношенням [6]:

$$N_d = \int_{S_0}^{S_*} V^{-1}(S) dS, \quad V \equiv dS/dN, \quad (1)$$

де dS — елементарний приріст площі тріщини, dN — елементарний приріст величини кількості циклів навантаження.

Отже для визначення величини N_d необхідно знайти функцію швидкості росту втомної тріщини $V(S)$, яка в цьому випадку визначає кінетику втомного руйнування. Для цього нижче пропонується розрахункова модель, в основу якої закладено рівняння балансу енергій в термодинаміці (перший закон термодинаміки) [7, 8] та наступна гіпотеза: величина сумарного розсіювання енергії пружнопластичних деформацій в матеріалі, що припадає на одиницю площі новоутвореної поверхні внаслідок росту втомної тріщини, є константою матеріалу при заданих зовнішніх умовах і температурі.

Розглянемо пружнопластичне тіло, послаблене поверхневою пласкою макротріщиною глибиною l та з прямолінійним фронтом довжиною L (рис. 1). Нехай на тіло зовні діють циклічно змінні зусилля розтягу p та зсуву q з деякою постійною асиметрією циклу

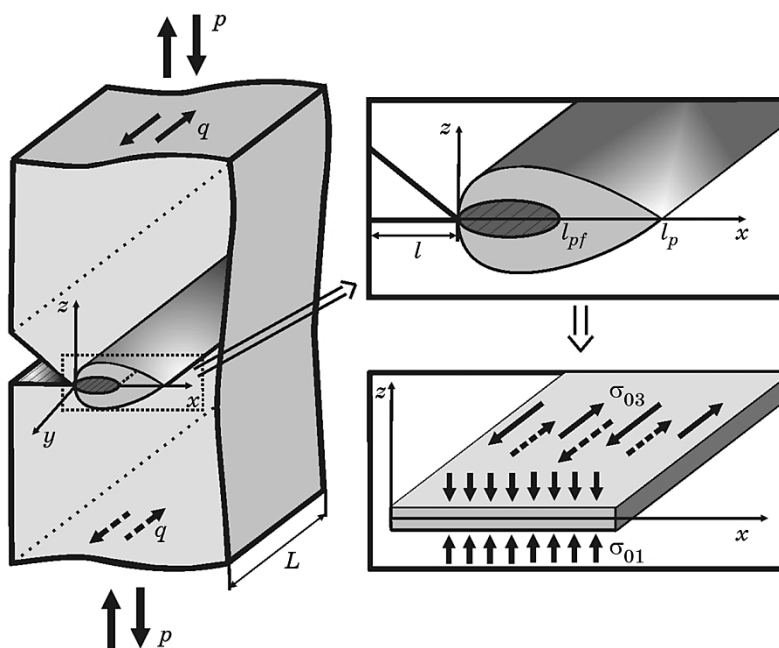


Рис. 1. Схема навантаження тіла з тріщиною та пластичної зони біля її вершини.

Fig. 1. Scheme of cracked body loading and plastic zone near the crack tip.

$R = p_{\min}/p_{\max}$ (рис. 2), створюючи біля фронту тріщини змішаний I + III напружено-деформований стан (рис. 1). Задача полягає у визначенні періоду докритичного росту такої втомної тріщини.

Її розв'язок здійснюємо на основі першого закону термодинаміки [8], згідно з яким для довільного об'єму тіла та нескінченно малого приросту втомної тріщини, можемо записати наступне співвідношення:

$$dA + dQ = dK + dU + dU_0. \quad (2)$$

Тут dA — приріст роботи зовнішніх поверхневих та об'ємних сил, dQ — зовнішній приплив-відтік тепла, dU — зміна внутрішньої енергії матеріалу, яка в цьому випадку визначається зміною поля пружньо-пластичних деформацій в його об'ємі, dU_0 — зміна поверхневої енергії в об'ємі тіла при утворенні нових поверхонь у ході росту тріщини, що дорівнює роботі на переміщеннях цих поверхонь, взятой зі знаком мінус, тому що вона виконується проти дії внутрішніх поверхневих сил зчеплення в об'ємі матеріалу [8], dK — зміна кінетичної енергії тіла.

В свою чергу величину dU можна представити у вигляді суми двох доданків dU_1 та dU_2 . Перший з них dU_1 визначає ту незворотну

частину розсіяної енергії пружньопластичних деформацій в об'ємі матеріалу, яка обумовлена нагромадженням втомних мікропошкоджень біля вершини тріщини в ході зовнішнього циклічного навантаження та призводить до утворення нових внутрішніх поверхонь у матеріалі (ріст втомної тріщини). Другий доданок dU_2 визначає частину внутрішньої енергії, яка обумовлена лише зовнішніми факторами: зміною роботи зовнішніх поверхневих та об'ємних сил dA та зовнішнім припливом-відтоком тепла. Тоді рівняння балансу (2) можна переписати у вигляді:

$$dA + dQ - dU_2 = dK + dU_1 - u_0 dS, \quad (3)$$

де u_0 — густина енергії руйнування матеріалу [2, 3, 5, 8].

Вважаючи процеси теплообміну та інерційні ефекти в об'ємі матеріалу достатньо малими, щоб покласти $dQ = dK = 0$, і врахувавши, що права частина рівняння (3) рівна нулю, одержуємо:

$$dU_1 = u_0 dS, \quad (4)$$

або розділивши на dN , одержуємо:

$$dU_1/dN - u_0 dS/dN = 0. \quad (5)$$

За циклічного навантаження тіла з тріщиною напружено-деформований стан біля її вершини має складний характер (рис. 2) через реверсивну зміну пластичної деформації матеріалу в цій зоні (зоні передруйнування) [2, 6]. За максимального навантаження ци-

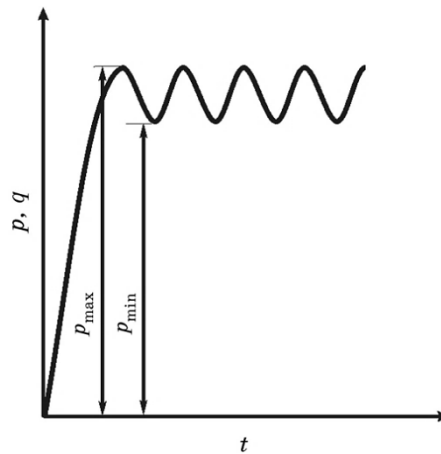


Рис. 2. Модельне представлення циклу навантаження.

Fig. 2. Model representation of loading cycle.

клу у вершині тріщини через високу концентрацію напружень виникає зона, де матеріал деформований за межу плинності. Це максимальна пластична зона за циклічного навантаження довжиною l_p (рис. 1). Пластичні деформації під час розвантаження призводять до того, що матеріал поза даною областю, деформуючись пружньо, стискає її, створюючи високі стискальні напруження. Внаслідок усередині первинної області пластичних деформацій, поблизу вершини тріщини, утворюється область, в якій відбувається зворотна (реверсивна) пластична деформація матеріалу — циклічна пластична зона довжиною l_{pf} (рис. 1). В ній відбувається знакозмінна пластична деформація, яка утворює на діаграмі циклічного розтягу елемента об'єму циклічної пластичної зони петлю гістерезису [2, 5].

Описувати процес пластичної деформації матеріалу біля вершини втомної тріщини на основі континуальних теорій пластичності достатньо складно. Проте можна використовувати деякі спрощені, але фізично аргументовані підходи [2, 3, 5].

Достатньо проста схема утворення циклічної пластичної зони була запропонована Дж. Р. Райсом [2], згідно з якою одержано наближену формулу для визначення її довжини:

$$l_{pf} = 0,25(1 - R)^2 l_p. \quad (6)$$

Величина незворотного розсіювання енергії пружньопластичних деформацій U_1 матиме дві складові: статичну U_s , що дорівнює розсіяній енергії пружньопластичних деформацій в статичній пластичній зоні (рис. 1) за однократного навантаження до максимального рівня (рис. 2), та циклічну U_f , яка дорівнює сумарній за всі цикли навантаження розсіяній енергії пружньопластичних деформацій в циклічній пластичній зоні (рис. 1). Тоді рівняння (5) можна подати у вигляді [9]:

$$dS/dN = u_f / (u_0 - u_s), \quad (7)$$

де $u_f = dU_f/dN$, u_f — незворотне розсіювання енергії пружньопластичних деформацій, витраченої на утворення втомних мікропошкоджень у циклічній пластичній зоні за один цикл навантаження тіла; $u_s = dU_s/dS$ — густина за площею незворотного розсіювання енергії пружньопластичних деформацій, витраченої на утворення втомних мікропошкоджень у статичній пластичній зоні.

Вважаючи, що пластична зона за контуром втомної тріщини має достатньо витягнуту форму, щоб її моделювати тонким шаром, застосуємо для визначення енергетичних складових у рівнянні (7) відому в механіці руйнування матеріалів δ_c -модель Леонова-Панасюка-Дагдейла [3, 5]. Згідно з якою замінимо пластичну зону біля контуру втомної тріщини плоским розрізом із деякими усеред-

неними та рівномірно розподіленими по ньому розтягальними σ_{01} та зсувними σ_{03} зусиллями (рис. 1).

Тоді на основі вище сказаного, величину дисипації енергії пружньо-пластичних деформацій за один цикл навантаження можна визначити як [9]:

$$u_f = L [\alpha_1 \sigma_{01} \int_0^{l_{pf}} \Delta \delta_I(x) dx + \alpha_3 \sigma_{03} \int_0^{l_{pf}} \Delta \delta_{III}(x) dx], \quad (8)$$

де $0 < \alpha_i < 1$ — поправкові коефіцієнти, що визначають лише ту частину розсіяної енергії пружньо-пластичних деформацій, яка витрачається на утворення втомних пошкоджень в об'ємі біля вершини тріщини, ($i = 1$ для тріщини нормального відриву, $i = 3$ для тріщини повздовжнього зсуву), $\Delta \delta_I$, $\Delta \delta_{III}$ — розмахи розкриття модельного розрізу за механізмом I та III відповідно, згідно з δ_c -моделлю.

В роботі [10] одержано співвідношення, яке пов'язує максимальне та мінімальне значення величини розкриття δ за цикл навантаження в пластичній зоні через асиметрію циклу R :

$$\delta_{\min} = [1 - (1 - R)^2 / 2] \delta_{\max}. \quad (9)$$

Тоді (8) можна переписати у вигляді:

$$u_f = 0,5(1 - R)^2 L \left[\alpha_1 \sigma_{01} \int_0^{l_{pf}} \delta_{I\max}(x) dx + \alpha_3 \sigma_{03} \int_0^{l_{pf}} \delta_{III\max}(x) dx \right]. \quad (10)$$

Густину статичної складової розсіяння енергії пружньо-пластичних деформацій подамо у вигляді [11]:

$$u_s = \sigma_{01} \delta_{I\max}(0) + \sigma_{03} \delta_{III\max}(0). \quad (11)$$

Величину густини енергії руйнування матеріалу u_0 можна з достатньою точністю прирівняти до площі під повною діаграмою статичного розтягу циліндричного зразка цього матеріалу за однократного навантаження [3, 5]:

$$u_0 = \sigma_0 \delta_c = K_{Ic}^2 E^{-1}, \quad (12)$$

де K_{Ic} — статична тріщиностійкість матеріалу, E — модуль пружності.

Представимо наближено залежність розподілу розкриття $\delta_{i\max}$ за областю модельного розрізу на продовженні біля вершини тріщини в такому вигляді:

$$\delta_{i\max}(x) = \delta_{i\max}(0) F_i(\lambda), \quad \lambda = x/l_{pf}, \quad (13)$$

де $F(\lambda)$ — деяка безрозмірна апроксимаційна функція, що задовольняє умові $F(0) = 1$, $F(l_{pf}) = 0$, i — номер механізму руйнування.

В свою чергу, для автотомельної тріщини справедливі вирази [5]:

$$\delta_{i \max} = K_{i \max}^2 \sigma_{0i}^{-1} E^{-1}, \quad l_p = 8^{-1} \pi \sigma_{0i}^{-2} K_{i \max}^2, \quad (14)$$

де $K_{i \max}$ — максимальне в циклі навантаження значення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) за контуром макротріщини.

Тоді, враховуючи (13) і (14), енергетичні складові, що входять у рівняння (7), набудуть вигляду:

$$u_f = \frac{\pi L}{64} (1 - R)^4 \left[\alpha_1 I_1 \sigma_{01}^{-2} E^{-1} K_{I \max}^4 + \alpha_3 I_3 \sigma_{03}^{-2} E^{-1} K_{III \max}^4 \right], \quad (15)$$

де $I_i = \int_0^1 F_i(\lambda) d\lambda$,

$$u_s = E^{-1} K_{I \max}^2 + E^{-1} K_{III \max}^2. \quad (16)$$

Тоді кінетичне рівняння (7) запишеться:

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\pi(1 - R)^4}{64} \frac{\left[a_1 K_{I \max}^4 + a_3 K_{III \max}^4 \right]}{K_{Ic}^2 - \left[K_{I \max}^2 + K_{III \max}^2 \right]}, \quad (17)$$

де $a_i = \alpha_i I_i \sigma_{0i}^{-2}$ ($i = 1, 3$) — параметри, що визначають з експерименту.

Таким чином, період N_d докритичного росту втомної макротріщини можна визначити на основі формул (1) та (17).

В роботі [12] побудовано експериментальні кінетичні діаграми втомного руйнування сталі 20 за змішаним I + III макромеханізмом. Ці діаграми було одержано на основі втомних випробувань суцільного циліндричного зразка з кільцевою тріщиною за циклічно прикладених зусиль розтягу та скручування, які діють синхронно за різних співвідношень $\Delta K_{III} / \Delta K_I$. На рисунку 3 наведено зіставлення цих діаграм у припороговій ділянці з розрахунковим рівнянням (17). Невідомі константи матеріалу a_i було визначено внаслідок такого зіставлення методом найменших квадратів: $a_1 \cong 24,5 \cdot 10^{-8} \text{ МПа}^{-2}$, $a_3 \cong 58,3 \cdot 10^{-8} \text{ МПа}^{-2}$.

3. ВИСНОВОК

Отже, в роботі на основі закону збереження енергії в термодинаміці запропоновано розрахункову модель оцінювання докритичного періоду росту втомної тріщини за I + III макромеханізмом руйнування. Вона передбачає мінімальну кількість експериментальних дос-

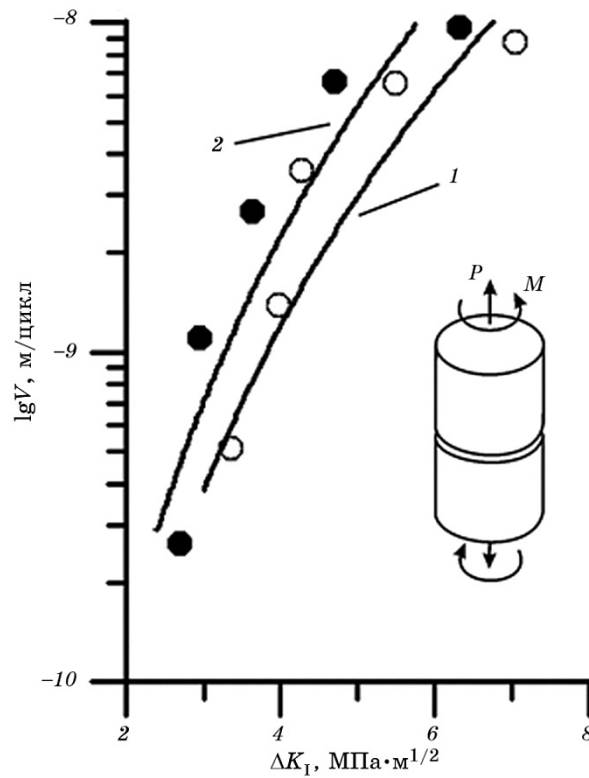


Рис. 3. Кінетичні діаграми втомного руйнування за змішаним I + III макромеханізмом ($R=0,3$): точки — експериментальні дані, суцільні лінії — розрахунок; світлі кружки та лінія 1 відповідають співвідношенню $\Delta K_{III}/\Delta K_I=0,4$, а темні кружки та лінія 2 — $\Delta K_{III}/\Delta K_I=0,8$.

Fig. 3. Kinetic diagrams of I + III mixed-mode fatigue fracture ($R=0.3$): points—experimental data, solid lines—calculation data; light points and line 1 correspond to relationship $\Delta K_{III}/\Delta K_I=0.4$ and dark points and line 2— $\Delta K_{III}/\Delta K_I=0.8$.

ліджень з визначення констант матеріалу і може бути використана при побудові методик розрахунку залишкового ресурсу елементів металоконструкцій з тріщинами, які розвиваються за змішаним I + III макромеханізмом.

В літературі відомі підходи (див., наприклад, [13]) в яких на основі значної кількості експериментальних даних для аналітичного опису кінетики росту втомної тріщини при змішаних макромеханізмах руйнування пропонуються емпіричні вирази, еквівалентні рівнянню (17), що свідчить на користь побудованої в даній роботі розрахункової моделі.

Для практичного застосування сформульованої вище моделі при оцінюванні залишкового ресурсу конструкційних металевих мате-

ріалів з тріщинами, необхідно лише знати невідомі фізико-механічні характеристики досліджуваного матеріалу, які входять у рівняння (17), а саме статичну характеристику тріщиностійкості матеріалу K_{Ic} , методи визначення якої добре відомі з літератури [14, 15], та параметри a_i , які можуть бути визначені з експериментально побудованих кінетичних діаграм втомного руйнування методом найменших квадратів [16].

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. В. Т. Трошенко, *Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении* (Київ: Наукова думка: 1981).
2. *Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие* (Ред. В. В. Панасюк) (Київ: Наукова думка: 1990), т. 4.
3. В. В. Панасюк, *Механика квазихрупкого разрушения материалов* (Київ: Наукова думка: 1991).
4. Г. П. Черепанов, *Механика хрупкого разрушения* (Москва: Наука: 1974).
5. *Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие* (Ред. В. В. Панасюк) (Київ: Наукова думка: 1988), т. 1.
6. А. Е. Андрейкив, А. И. Дарчук, *Усталостное разрушение и долговечность конструкций* (Київ: Наукова думка: 1992).
7. В. А. Киреев, *Курс физической химии* (Москва: Химия: 1975).
8. Л. И. Седов, *Механика сплошной среды* (Москва: Наука: 1973), т. 1, 2.
9. М. Шата, З. О. Терлецька, *Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщин. Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій* (Львів: Каменяр: 1999), т. 2, с. 141.
10. V. V. Panasyuk, O. Ye. Andreykiv, O. I. Darchuk, and P. S. Kun, *Proc. 10 European Conference on Fracture ECF-10 (Sept. 20–23, 1994, Berlin)* (EMAS: 1994), vol. 2, p. 1271.
11. О. Є. Андрейків, Д. В. Рудавський, О. В. Гембара, *Фіз.-хім. механіка матеріалів*, № 6: 18 (2002).
12. Я. Л. Іваницький, П. С. Кунь, *Тріщиностійкість конструкційних матеріалів за складного навантаження* (Львів: СПОЛІОМ: 2013), с. 240.
13. R. Roberts and J. J. Kibler, *J. Basic Engineering. Trans. ASME*, **93**: 671 (1971).
14. *Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие* (Ред. В. В. Панасюк) (Київ: Наукова думка: 1988), т. 3.
15. В. Р. Скальський, І. М. Лясога, *Техническая диагностика и неразрушающий контроль*, № 3: 7 (2012).
16. В. Р. Скальський, Д. В. Рудавський, П. Я. Галан та ін., *Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. Акад. В. Лазаряна*, вип. 33: 251 (2010).

REFERENCES

1. V. T. Troshchenko, *Deformirovanie i Razrushenie Metallov pri Mnogotsiklovom Nagruzhении* [Deformation and Fracture of Metals at Multicyclic Loading] (Kiev: Naukova Dumka: 1981) (in Russian).

2. *Mekhanika Razrusheniya i Prochnost' Materialov: Spravochnoe Posobie* [Fracture Mechanics and Strength of Materials: Handbook] (Ed. V. V. Panasyuk) (Kiev: Naukova Dumka: 1990), vol. 4 (in Russian).
3. V. V. Panasyuk, *Mekhanika Kvazikhрупkogo Razrusheniya Materialov* [Mechanics of Quasibrittle Fracture of Materials] (Kiev: Naukova Dumka: 1991), p. 416 (in Ukrainian).
4. G. P. Cherepanov, *Mekhanika Khrupkogo Razrusheniya* [Mechanics of Brittle Fracture] (Moscow: Nauka: 1974) (in Russian).
5. *Mekhanika Razrusheniya i Prochnost' Materialov: Spravochnoe Posobie* [Fracture Mechanics and Strength of Materials: Handbook] (Ed. V. V. Panasyuk) (Kiev: Naukova Dumka: 1988), vol. 1 (in Russian).
6. O. Ye. Andreykiv and O. I. Darchuk, *Ustalostnoe Razrushenie i Dolgovechnost' Konstruktsiy* [Fatigue Failure and Durability of Structures] (Kiev: Naukova Dumka: 1992) (in Russian).
7. V. O. Kireev, *Kurs Fizicheskoy Khimii* [Course of Physical Chemistry] (Moscow: Khimiya: 1975) (in Russian).
8. L. I. Sedov, *Mekhanika Sploshnoy Sredy* [Continuum Mechanics] (Moscow: Nauka: 1973), vol. 1, 2 (in Russian).
9. M. Shata and Z. O. Terletska, *Energetychny Pidkhd u Mekhanitsi Vtomnogo Poshyrennya Makrotrishchyn. Mekhanika Ruynuvannya Materialiv i Mitsnist' Konstruktsiy* [Energy Approach in Mechanics of Fatigue Cracks Propagation. Fracture Mechanics and Strength of Materials Structures] (Lviv: Kamenyar: 1999), vol. 2, p. 141 (in Ukrainian).
10. V. V. Panasyuk, O. Ye. Andreykiv, O. I. Darchuk, and P. S. Kun, *Proc. 10 European Conference on Fracture ECF-10 (Sept. 20–23, 1994, Berlin)* (EMAS: 1994), vol. 2, p. 1271.
11. O. Ye. Andreikiv, D. V. Rudavskiy, and O. V. Gembara, *Fiz.-Khim. Mekh. Mater.*, No. 6: 18 (2002) (in Ukrainian).
12. Ya. L. Ivanitskiy and P. S. Kun, *Trishchynostiyst' Konstruktsiynykh Materialiv za Skladnogo Navantazhennya* [Crack Growth Resistance of Structural Materials for Mixed-Mode of Fracture Mechanisms] (Lviv: SPOLOM: 2013) (in Ukrainian).
13. R. Roberts and J. J. Kibler, *J. Basic Engineering. Trans. ASME*, 93: 671 (1971).
14. *Mekhanika Razrusheniya i Prochnost' Materialov: Spravochnoe Posobie* [Fracture Mechanics and Strength of Materials: Handbook] (Ed. V. V. Panasyuk) (Kiev: Naukova Dumka: 1988), vol. 3 (in Russian).
15. V. R. Skalsky and I. M. Liasota, *Tekhnicheskaya Diagnostika i Nerazrushayushchyy Kontrol* [Technical Diagnostics and Nondestructive Control], No. 3: 7 (2012) (in Ukrainian).
16. V. R. Skalsky, D. V. Rudavskiy, P. Ya. Galan et al., *Visnyk Dnipropetrovskogo Natsionalnogo Universytetu Zaliznychnogo Transportu imeni Akad. V. Lazaryana* [Bulletin After Acad. V. Lazaryan Dnipropetrovsk National University of Railway Transport], Iss. 33: 251 (in Ukrainian).