

## ЭЛЕКТРОННЫЕ СТРУКТУРА И СВОЙСТВА

PACS numbers: 61.50.Ks, 62.20.fg, 64.60.Cn, 71.20.Eh, 75.10.Dg, 75.30.Kz, 75.30.Mb

### Симметрия РЗМ. Парадокс Се и его сплавов. Квантовая теория. 2. Память формы и другие свойства сплавов Се

А. И. Мицек, В. Н. Пушкарь

*Институт металлофизики им. Г. В. Курдюмова НАН Украины,  
бульв. Акад. Вернадского, 36,  
03680, ГСП, Киев, Украина*

Методом многоэлектронных операторных спиноров (МЭОС) рассчитывается объёмное и линейное упорядочение сплава  $A_{1-c}B_c$  ( $c \ll 1$ ). Номинальная величина параметра порядка  $P(c)$  ограничивается конкуренцией ковалентных A–B- и A–A-связей  $\bar{\Gamma}$  и отталкиванием Хаббарда  $U$ . Убывание  $P(T)$  с ростом температуры  $T$  обусловлено флуктуациями химических связей (ФХС) A–B и A–A для переходного сплава Ni<sub>3</sub>Fe (Py). В непереходном сплаве типа Cu<sub>3</sub>Au ветви ФХС и гистерезис перехода первого рода коррелируют с металлической связью (зонными электронами). Нелинейность  $P(T)$  вблизи гистерезиса перехода ( $T_c < T < T_{c+}$ ) определяется верхней ветвью ФХС  $E^+(\mathbf{k})$ . Она различна в случаях Py и Cu<sub>3</sub>Au. Значительное различие масс A и B (типа Ce<sub>1-c</sub>Al<sub>c</sub>) допускает линейное упорядочение ( $P$ ) цепочек A–B–A. При  $\Gamma_{AA} \ll \Gamma_{AB}$  ионы типа B (например, Al) сосредоточиваются в цепочках. Определяя параметр линейного упорядочения  $P_3$  вдоль [001], приходим к деформации домена  $\varepsilon_{33}(T)$ . Преобладание доменов [ $P_3$ ] над доменами [ $P_{1,2}$ ] приводит тогда к «эффекту памяти формы» (ЭПФ). Форма термомеханического гистерезиса ЭПФ в данной модели связана с ходом  $P_3(T)$ , который определяется ФХС  $E^{+,-}(k_z)$ . Гистерезис  $\varepsilon_{33}(T, \bar{\sigma})$  в поле напряжений  $\bar{\sigma}$  для одного домена рассчитывается при  $T_c < T < T_{c+}$ , аналогично случаю Py.

**Ключевые слова:** атомное упорядочение сплава типа Py, объёмный и ли-

---

Corresponding author: Olexandr Ivanovych Mitsek  
E-mail: amitsek@gmail.com

*G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics, N.A.S. of Ukraine,  
36 Academician Vernadsky Blvd., UA-03680, Kyiv, Ukraine*

Please cite this article as: O. I. Mitsek and V. M. Pushkar, Symmetry of Rare-Earth Metals. Paradox of Cerium and Its Alloys. A Quantum Theory. 2. Memory of the Shape and Other Properties of Alloys of Cerium, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 3: 285–303 (2016) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.38.03.0285.

нейний параметри порядка, домени лінійного упорядочення, термомеханіческий гистерезис перехода первого рода для лінійного упорядочення, «ефект пам'яті форми».

Методою багатоелектронних операторних спінорів (БЕОС) розраховується об'ємне та лінійне упорядкування сплаву  $A_{1-c}B_c$  ( $c \ll 1$ ). Номінальна величина параметра порядку  $P(c)$  обмежується конкуренцією ковалентних  $A-B$ -ї  $A-A$ -зв'язків  $\Gamma$  і відштовхуванням Хаббарда  $U$ . Зменшення  $P(T)$  при зростанні температури  $T$  зумовлено флуктуаціями хімічних зв'язків (ФХЗ)  $A-B$  і  $A-A$  для переходного сплаву  $Ni_3Fe$  (Py). В неперехідному сплаві типу  $Cu_3Au$  гілки ФХЗ і гистерезис переходу першого роду кореляють з металічним зв'язком (зонними електронами). Нелінійність  $P(T)$  поблизу гистерезису переходу ( $T_c < T < T_{c+}$ ) визначається верхньою гілкою ФХЗ  $E^+(k)$ . Вона є різною у випадках Py і  $Cu_3Au$ . Значна різниця мас A і B (типу  $Ce_{1-c}Al_c$ ) допускає лінійне упорядкування ( $P$ ) ланцюжків  $A-B-A$ . При  $\Gamma_{AA} \ll \Gamma_{AB}$  йони типу B (наприклад, Al) зосереджуються в ланцюжках. Визначаючи параметр лінійного упорядкування  $P_3$  вздовж [001], приходимо до деформації домену  $\epsilon_{33}(T)$ . Переважання доменів [ $P_3$ ] над доменами [ $P_{1,2}$ ] приводить тоді до «ефекту пам'яті форми» (ЕПФ). Форма термомеханічного гистерезису ЕПФ в даній моделі пов'язана з ходом  $P_3(T)$ , який визначається ФХЗ  $E^{+,-}(k_z)$ . Гистерезис  $\epsilon_{33}(T, \bar{\sigma})$  в полі напруг  $\bar{\sigma}$  для одного домену розраховується при  $T_c < T < T_{c+}$ , аналогічно випадку Py.

**Ключові слова:** атомне упорядкування сплаву типу Py, об'ємний і лінійний параметри порядку, домени лінійного упорядкування, термомеханічний гистерезис переходу першого роду для лінійного упорядкування, «ефект пам'яті форми».

The bulk and linear ordering of  $A_{1-c}B_c$  alloy ( $c \ll 1$ ) is calculated by the method of the many-electron operator spinors (MEOS). Nominal value of order parameter  $P(c)$  is limited by competition of covalent  $A-B$  and  $A-A$  bonds  $\Gamma$  and the Hubbard repulsion  $U$ . Decrease of  $P(T)$  with  $T$  growth is caused by the  $A-B$  and  $A-A$  chemical-bonds' fluctuations (CBF) for transition alloy of  $Ni_3Fe$  (Py) type. For nontransition alloy of  $Cu_3Au$  type, CBF branches, and hysteresis of the first kind transition are correlated with metal bond (band electrons). The  $P(T)$  nonlinearity near transition hysteresis ( $T_c < T < T_{c+}$ ) is determined by the upper CBF branch  $E^+(k)$ . That branch is different for Py and  $Cu_3Au$ . Large difference of A and B atomic masses (of  $Ce_{1-c}Al_c$  type) allows the linear ordering ( $P$ ) of chain according to  $A-B-A$  type. When  $\Gamma_{AA} \ll \Gamma_{AB}$ , ions of B type (for example, Al) are concentrated in chains. Domain deformation  $\epsilon_{33}$  is obtained, when linear ordering  $P_3$  along [001] is determined. Predominance of [ $P_3$ ] domains over [ $P_{1,2}$ ] domains leads to shape-memory effect (SME). The form of SME thermomechanical hysteresis in this model is connected with  $P_3(T)$  variation, which is determined by CBF  $E^{+,-}(k_z)$ . Hysteresis of  $\epsilon_{33}(T, \bar{\sigma})$  in stress field  $\bar{\sigma}$  for one domain is calculated at  $T_c < T < T_{c+}$  by analogy with Py case.

**Key words:** atomic ordering of Py type alloy, bulk and linear order parameters, linear ordering domains, thermomechanical hysteresis of the first kind

transition for linear ordering, shape-memory effect.

(Получено 27 ноября 2015 г.)

## 1. ПАРАДОКС Се И ЕГО НЕМАГНИТНЫХ СПЛАВОВ

Использование редкоземельных металлов (РЗМ) открыло новую эру в науке и технике. Магнитные сплавы РЗМ [1, 2] легли в основу физики и техники магнетизма. Парадоксально, что немагнитные их сплавы (элементов Се и др.) оказались востребованными. Отнесение их части к классу сплавов с «эффектом памяти формы» (ЭПФ) [3] и возможность построения их квантовой микроскопической теории [4] позволяет перейти к общей теории ЭПФ. Напомним, что в «парной модели» вводятся энергии связей  $V_{ij}$  ионов  $A(i)$  и  $B(j)$ . Она исходит из общего разделения на распадающиеся ( $V_{AA}, V_{BB} > V_{AB}$ ) и упорядочивающиеся ( $V_{AB} > V_{AA}, V_{BB}$ ) твёрдые растворы [5]. Поскольку класс твёрдых растворов с ЭПФ достаточно обширен (Ti–Ni и др.) [7–13], можно применить к ним аспект линейного упорядочения.

На примере Се–Al можно войти в квантовое описание ЭПФ в переходных сплавах в аспекте линейного упорядочения.

Первостепенным вопросом является вопрос об энтропии  $S(P)$ , как функции параметра порядка (ПП)  $P(T)$  при температуре  $T$ . Свободное движение атомов (условно) газовой фазы обуславливает простую логарифмическую форму  $S(P)$  [5]. Однако в твёрдом ансамбле квантованных ионов металла эта классическая формула противоречит квантовым перестройкам при фазовых переходах. Поэтому квантовая теория приходит к энтропии  $S[E_k]$  в форме функционала энергий элементарных возбуждений  $E_k$  с импульсами  $\mathbf{k}$  [14].

Вместо классических связей  $V_{ij}$  вводятся неоднородные энергии связей  $\Gamma_{ij}(\rho)$  на расстоянии  $\rho$  между ионами  $i$  и  $j$ . Зонные электроны экранируют потенциал Кулона ионов

$$\Gamma(\rho) = \Gamma(0) \exp(-\kappa\rho)/\rho, \quad \Gamma_0^{ij} = \Gamma_0[\psi_i, \psi_j], \quad (1.1)$$

рассчитываемый на основе волновых функций  $\psi_i$  (например, боровской модели [14]). Дисперсию (1.1) через Фурье-представление  $\Gamma_{ij}(\mathbf{k})$  вводим как модель многоэлектронных операторных спиноров (МЭОС) [4]. Она приводит к флуктуациям химических связей (ФХС)  $\Gamma(\mathbf{k})$ . Спектры ФХС в виде  $E_k''(P)$  сильно зависят от  $P(T)$ . Поэтому ФХС резко дестабилизируют упорядоченную фазу, в отличие от фононов и других элементарных возбуждений.

Проследим отличие объёмного ( $P$ ) ПП (изотропного типа) для  $\text{Cu}_3\text{Au}$  или  $\text{Ni}_3\text{Fe}$  (Ру) от ПП линейного упорядочения ( $P$ ) в сплавах с ЭПФ. Деформацию  $u_{33}$  вдоль [001] оси  $Oz$  ГЦК решётки связываем с  $P_3$ . Расчёт термодинамического потенциала (ТДП) явно учитывает

$P_z$  и спектры ФХС.

Расчёт ПП непереходного сплава Cu<sub>3</sub>Au (разд. 2) сравниваем с ПП переходного Ру (разд. 3). Линейный порядок для ЭПФ обсуждаем в разд. 4. Ход теплового расширения домена линейного упорядочения  $\varepsilon_{33}(T)$  получен в разд. 5, термомеханический гистерезис — в разд. 6. Обсуждение и выводы — в разд. 7.

## 2. УПОРЯДОЧЕНИЕ СПЛАВА НЕПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ Cu<sub>3</sub>Au

Непереходные металлы в кристаллической форме (Cu, Au, ...) полагаются связанными зонными электронами (металлическая связь). Однако в соединениях (ВТСП и др.) ионы Cu(A) образуют ковалентные связи МЭОС (1.1), ковалентный электрон  $n_c = 1$ . Металлические наноансамбли Au (ионов B) также обнаруживают следы ковалентной связи ( $n_c = 1$ ). Это позволяет строить для их сплава многоэлектронную теорию, вводя МЭОС ионов  $D_r(A)$  и  $V_R(B)$  [4]

$$\Psi_A^+(r) = D_r = \{d_{r\sigma}, c_{r\sigma}\}, \quad c_{r\sigma}^2 \equiv 1, \quad d_{r\sigma} = D_r, \quad [D_r, \bar{D}_R]_+ = \delta_{rR}. \quad (2.1)$$

Аналогично ( $N$  — плотность ионов)

$$\Psi_B^+(R) = V_R = V_0 + \sum_k V_k e^{ikr}, \quad V_k = e^{-ikr}/Nc, \quad c \equiv 1/4. \quad (2.2)$$

Разложение МЭОС в ряды Фурье для  $(1 - c)$  ионов A или c ионов B приводит к совокупности ФХС-фермионов

$$[V_k, \bar{V}_q]_+ = \delta_{kq}/Nc, \quad [D_k, \bar{D}_q]_+ \delta_{kq}/N(1 - c). \quad (2.3)$$

Совокупности пар ионов вводят параметр порядка (ПП)  $P(T)$  [5]. Нормировка Ферми–МЭОС явно учитывает концентрации ионов A и B, но не связана с  $P(T)$ .

Интегральное взаимодействие пар ионов зависит от амплитуды упорядочения  $P$  для МЭОС (и вероятности  $P^2$  объединения ионов A и B в пару). Преобладание ионов A,  $(1 - c) > 1/2$ , требует учёта пар A–A («неупорядоченных») с вероятностью  $(1 - P^2)$ . Ответственный за ПП гамильтониан ковалентной связи (бинарный)

$$H^{\text{cov}} = -P^2 \sum_{rR} (\Gamma^{AB} D_r \bar{V}_R + \text{H.c.}) - (1 - P^2) \sum_{rR} \Gamma^{AA} D_r \bar{D}_R. \quad (2.4)$$

Пренебрегаем пока ролью B–B-связей. Добавляем к (2.4) внутриионное 3d-отталкивание (Хаббарда) в паре A–B

$$H_i = \{(1 - c) \sum_r U_A(N_{rA} P^2)(N_{rA} P^2) + c \sum_r U_B(N_{rB} P^2)(N_{rB} P^2)\}/2, \quad (2.5)$$

где числа электронов

$$N_{rA} = D_r \bar{D}_r = 1, \dots, U = (1 - c)U_A + cU_B, H_i = UP^4/2. \quad (2.6)$$

Варьирование суммы (2.4) и (2.5) при  $T = 0$  даёт зависимость  $P^2(T, c)$  в форме

$$P^2(0, c) \cong [\Gamma^{AB}(0)c - \Gamma^{AA}(0)(1 - c)]/U_A = W_0(c)/U_A \quad (2.7)$$

(см. рис. 1).

Упорядочение осуществляется при (не слишком малой) концентрации

$$c > c_0 \cong \Gamma^{AA}(0)/[\Gamma^{AA}(0) + \Gamma^{AB}(0)] < 1/4. \quad (2.8)$$

При  $c > 1/4$  играет роль

$$\Delta\Phi \cong -\Gamma^{BB}c^2/(1 - c)(1 - P^2), \quad c < c_+. \quad (2.8')$$

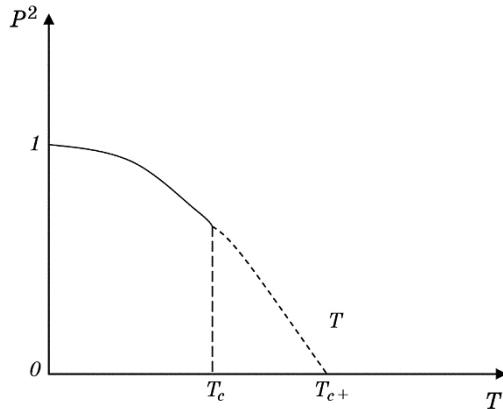
Зависимость ПП от  $c$  (отклонение от  $c = 1/4$ ) (2.8) наблюдается экспериментально, но пока не количественно [15].

Расчёт энтропии непереходного сплава требует непосредственно учёта металлических связей (зонных электронов  $f_{r\sigma}$ ). Введение энергии Ферми  $\varepsilon_F$  позволяет записать зонную часть гамильтониана (без учёта спинов  $\sigma$ )

$$H^b = \sum_k \tilde{\varepsilon}_k f_k^+ f_k - P \sum_k [\gamma_A D_K f_k (1 - c) + \gamma_B V_k f_k c + \text{H.c.}], \quad \tilde{\varepsilon}_k = \varepsilon_k - \varepsilon_F, \quad (2.9)$$

не учитывая (пока) явную функциональную зависимость  $\varepsilon_F(c, P)$ .

Вводим функции Грина (по Боголюбову) [4]:



**Рис. 1.** Зависимость параметра порядка  $P^2(T)$  от температуры  $T$  для  $\text{Cu}_3\text{Au}$ .

**Fig. 1.** Dependence of order parameter  $P^2(T)$  on temperature  $T$  for  $\text{Cu}_3\text{Au}$ .

$$G_k^A = \langle\langle \bar{D}_k | D_k \rangle\rangle, \quad G_k^B = \langle\langle \bar{V}_k | D_k \rangle\rangle, \quad G_k^f = \langle\langle f_k | D_k \rangle\rangle. \quad (2.10)$$

Для них система уравнений движения

$$\begin{pmatrix} [E - \Gamma_k^{AA}(1-c)(1-P^2)] & \Gamma_k^{AB}cP^2 & \gamma_A P \\ P^2\Gamma_k^{AB}(1-c) & E & \gamma_B P \\ \gamma_A(1-c)P & P\gamma_B c & (E - \tilde{\varepsilon}_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_k^A \\ G_k^B \\ G_k^f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/N(1-c) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

даёт спектр ФХС и зонный (перенормированный) спектр. Здесь

$$\tilde{\varepsilon}_k = \varepsilon_k - \varepsilon_F \rightarrow -\varepsilon_F \text{ при } E \ll \varepsilon_F, \quad (2.11'')$$

а при расчёте ФХС из детерминанта (2.11)

$$\Delta_3 = \Delta_2(E - \tilde{\varepsilon}_k) - P\gamma_B\Delta_B + \gamma_A P\Delta_A, \quad (2.12)$$

где

$$\Delta_2 = E[E - \Gamma_k^{AA}(1-c)(1-P^2)] - |\Gamma_k^{AB}|^2 P^4 c(1-c). \quad (2.13)$$

Миноры  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  будут использованы при расчёте  $\varepsilon_k(c, P)$ . Вводим приближение

$$\Gamma_k^{ij} = \Gamma^{ij}(0) - \Gamma^{ij}(k) \cong \Gamma_{ij} k^2 \text{ при } k \ll 1, \Delta_2 \rightarrow 0. \quad (2.14)$$

Отсюда для спектров ФХС получаем две ветви: верхнюю  $E_k^+$  и нижнюю  $E_k^-$ . Ниже рассматриваем два предельных случая: (1)  $P^2 \rightarrow P_0^2$ , и (2)  $P^2 \rightarrow 0$ .

Имеем в пределе (1) ( $P^2 \rightarrow P_0^2$ )

$$E_k^{+,-} = \pm |\Gamma_k^{AB}| P^2 [c(1-c)]^{1/2} = \pm E_{k1} \cong \pm E_1 k^2 \quad (2.15)$$

и вклад в ТДП

$$\Phi_1 = - \sum_k E_1 k^2 \operatorname{th}(\beta E_{k1}/2) \cong -\beta^{-5/2} \Omega_1 P^{-3},$$

$$\Omega_1 = \Omega_{1s} \Gamma_{AB}^{-3/2} [c(1-c)]^{-3/4} k_B^{5/2}. \quad (2.16)$$

В пределе (2),  $P^2 \rightarrow 0$ , спектр ФХС

$$E^+ = \Gamma_k^{AA}(1-c)(1-P^2) + Q_k,$$

$$E^- \cong -Q_k = -|\Gamma_k^{AB}|^2 c(1-c)P^4 / [\Gamma_k^{AA}(1-c)(1-P^2)] \quad (2.17)$$

выделяет мягкую моду  $E^-$ .

Вклад мягкой моды из-за малости  $Q_k$  невелик, поэтому ограничиваемся верхней модой (2.17). Её вклад в ТДП

$$\Phi^+[E_k^+]_2 \cong \Omega_{+0}(1 + F_+P^2)T^{5/2}, F_+ \cong 3/2, \quad (2.18)$$

где, кроме угловой части интеграла, выделяем фактор

$$\Omega_{+0} \sim [\Gamma_{AA}(1 - c)]^{-3/2}. \quad (2.19)$$

Его вид (температурная зависимость  $\propto T^{5/2}$ ) аналогичен (2.16).

Зонный вклад в ТДП ищем через функцию Грина из (2.11):

$$G_k^f \cong -E\gamma_A P/\varepsilon_F \Delta_2 N = -\gamma_A P E/N(E_k^+ - E)(E_k^- - E), \quad (2.20)$$

отсюда находим коррелятор

$$K_f = \langle D_k f_k \rangle \quad (2.21)$$

в форме функционала энергий ( $E_k$ ).

В пределе (1),  $P \rightarrow P_0$ , аппроксимируем (2.21) и его вклад в ТДП

$$K_f \cong \gamma_A P/N\varepsilon_F, \quad \Phi_{b-c} \cong -(\gamma_A^2/\varepsilon_F)P^2(1 - c). \quad (2.22)$$

Член (2.22) увеличивает энергию связи (упорядочения)  $W_c$ .

Суммарный ТДП в пределе (1) с учётом (2.22):

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= U(1 - c)P^4/2 - \\ &- [W_0(c) + \gamma_A^2/\varepsilon_F]P^2(1 - c) - 2F_1T^{5/2}[c(1 - c)P^2]^{-3/2}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Варьирование (2.23) даёт ПП ( $P_0$ )

$$P^2(c) \cong \{W_0(c) - \gamma_A^2/\varepsilon_F - F_1T^{5/2}[c(1 - c)^3]^{-1/2}P_0^{-5/2}\}/U, \quad (2.24)$$

где

$$F_1 = \Gamma_{AB}^{-3/2}k_B^{5/2}\Omega_{01}, \quad W_+(c) = W(c) + \gamma_A^2/\varepsilon_F. \quad (2.25)$$

Отсюда получаем критическую температуру перехода упорядочения

$$T_{c+} = [W_+(c)/\tilde{\Omega}_{+0}]^{2/5}, \quad \tilde{\Omega}_{+0} \cong F_1[c(1 - c)^3]^{-3/2}, \quad W = W_0 + \gamma_A^2/\varepsilon_F, \quad (2.26)$$

сильно зависящую как от ковалентных, так и от металлических (зонного спектра) связей.

Во втором пределе ( $P \rightarrow 0$ ) из (2.18) и (2.20) имеем для зонного коррелятора

$$K_k^f \cong \gamma_A P Q_k / N \varepsilon_F \Gamma_k^{AA} (1 - c) (1 - P^2) \rightarrow 0(P^4), \quad Q_k \sim |\Gamma_{AB} P^2|^2. \quad (2.27)$$

Суммарный ТДП, с учётом (2.19),

$$\Phi_0/N = (U/2)(1-c)P^4 - [W(c) - \Omega_{-0}T^{5/2}]P^2 + 0[E_k^-] \quad (2.28)$$

при варьировании по  $P$  даёт два решения:  $P_0$  и

$$P^2 = P_0^2 - g_0 T^{5/2}, \quad g_0 = \Omega_{-0}/U, \quad T < T_c = [W(c)/\Omega_{-0}]^{2/5}. \quad (2.29)$$

В этом пределе зонно-ковалентный вклад в ТДП слаб.

Получаем, сравнивая (2.29) и (2.26),  $T_c < T_{c+}$ . Температурная ширина гистерезиса перехода первого рода упорядочения по типу  $A_3B$  (здесь  $Cu_3Au$ , рис. 1)

$$\Delta T_h = T_{c+} - T_c \sim \gamma_A^2 / \epsilon_F \quad (2.30)$$

определяется зонно-ковалентным ( $\gamma_A$ ) членом гамильтониана, т.е. металлической связью. Интересно сравнить этот результат с упорядочением переходного сплава (см. ниже случай  $Ni_3Fe$  (Py)).

### 3. УПОРЯДОЧЕНИЕ СПЛАВА ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ (Py=Ni<sub>3</sub>Fe)

Переходный сплав  $3d$ -группы рассматриваем аналогично разд. 2 для А (Ni,  $D_r$ )-В (Fe,  $V_R$ ). Для удобства полагаем в 0-приближении  $n_c = 2$  для ионов А и В. Переменные валентности (вероятности  $Ni^{3+}$  и  $Fe^{4+}$ ) могут учитываться при более детальных расчётах конкретных свойств. Отклонение от  $1/4$  концентрации Fe ( $c$ ) в технических применениях Py учитываем явно согласно (2.7). При  $c \approx 0,2$  [15] обнаруживается почти полное исчезновение атомного порядка.

Квантовый расчёт основывается на коммутационных соотношениях Бозе

$$[D_k, \bar{D}_q]_- = \delta_{kq}/(1-c)N, \quad [V_k, \bar{V}_q]_- = \delta_{kq}/cN. \quad (3.1)$$

Это приводит к спектру бозонов-ФХС. Менее выраженной металлической связью (чем в разд. 2) пока пренебрегаем. Гамильтониан парных связей тот же (2.4). Спектры ФХС (2.14) снова аппроксимируем в пределах:  $P^2 \rightarrow P_0^2(c)$  (1) или  $P \rightarrow 0$  (2).

В пределе (1)  $P^2 \rightarrow P_0^2 \approx 1$  имеем доминирующие мягкие моды

$$E_k^{+, -} \approx \pm E_1(k) \approx \pm E_1 k^2, \quad \Phi = \frac{U}{2} P^4 (1-c) - P^2 W(c) + \Phi^{CBF}. \quad (3.2)$$

Они дают вклад в ТДП

$$\Phi_1^{CBF} = \pm \sum_k E_1(k) n_B(\pm E_1) = \sum_k E_1(k) \operatorname{cth}[\beta E_1(k)] \approx N P^2 \Omega_1 / \beta. \quad (3.3)$$

При  $\beta E_1 \ll 1$  получаем «классический» результат

$$W(c) \rightarrow W(c, T) = W_0(c) - \Omega_{1+} T, \quad P^2(T) = (T_{c+} - T) \Omega_{1+} / U, \quad (3.4)$$

где

$$\Omega_{1+} = \Omega_1 k_B, \quad T_{c+} = W_0(c) / \Omega_{1+}, \quad (3.5)$$

и получаем верхнюю границу температуры ПП перехода первого рода  $T_{c+}$ .

В пределе (2)  $P \rightarrow 0$  аппроксимируем спектр ФХС согласно (2.18). Мягкая мода по-прежнему даёт вклад в ТДП (3.3). Существенный вклад жёстких ФХС будет

$$\begin{aligned} \Phi_2[E_k^+] &= \sum_k \Gamma_k^{AA} (1 - c)(1 - P^2) n_B(E_k^+) \cong \\ &\cong \Omega_{2+} \beta^{-5/2} [\Gamma_{AA} (1 - c)(1 - P^2)]^{-3/2}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Варьируем по  $y = P^2$  и получаем

$$y = [W(c, T) - \Omega_+(c, y_0) T^{5/2}] / U, \quad \Omega_+ \cong \frac{3}{2} \Omega_{2+} (1 - c)^{-3/2} (1 - y_0)^{-5/2}, \quad (3.7)$$

а также нижнюю границу температуры гистерезиса перехода упорядочения первого рода  $T_c$ . Второе решение уравнения минимизации ТДП (3.6)  $y = 0$  оказывается стабильным при

$$T > T_c = [W(c, T) / \Omega_+]^{2/5}. \quad (3.8)$$

Ширина гистерезиса

$$\Delta T_h = \Omega_+ (1 - c)^{-3/2} / \Omega_{1+} \quad (3.9)$$

определяется различной ролью мягких (3.2) и жёстких (3.6) мод ФХС. Ширина гистерезиса растёт с ростом концентрации Fe при  $c > 1/4$ .

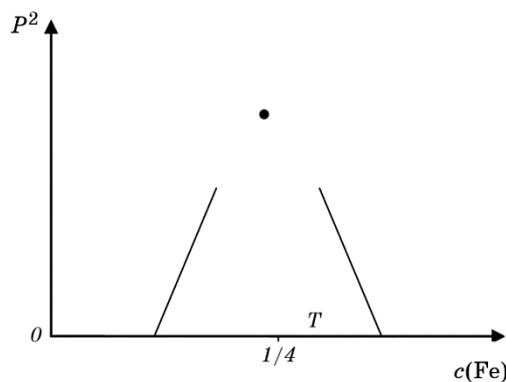
Конкретные выводы для Ру ( $Ni_{1-x}Fe_x$  при  $x \cong 1/4$ ), важные для техники ферромагнитных Ру плёнок, таковы: степень упорядочения, величина ПП, согласно (2.7),

$$P_{\max}^2(c) = W_0(c) / U \cong [W_- c - \Gamma^{AA}(0)] / U, \quad W_- = \Gamma^{AB} - \Gamma^{AA} \quad (3.10)$$

быстро падает при уменьшении  $c < 1/4$ , в согласии с опытом [15], рис. 2.

Температура упорядочения (3.5), рис. 3,

$$T_c \cong T_{c+} = T_0 c - T_A \sim W_0(c) \quad (3.11)$$



**Рис. 2.** Зависимость параметра порядка от концентрации  $c$  сплавов  $\text{Ni}_{1-c}\text{Fe}_c$  или  $\text{Cu}_{1-c}\text{Au}_c$  при  $c \rightarrow 1/4$ .

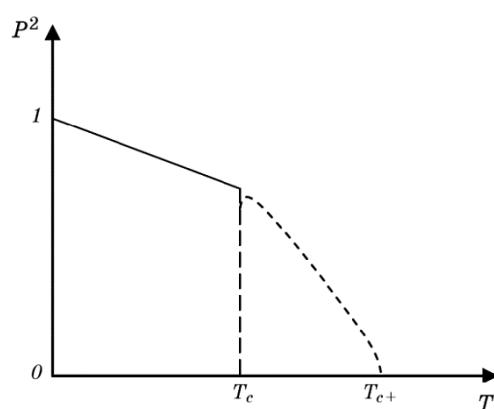
**Fig. 2.** Dependence of order parameter on concentration  $c$  of  $\text{Ni}_{1-c}\text{Fe}_c$  alloy or  $\text{Cu}_{1-c}\text{Au}_c$  one at  $c \rightarrow 1/4$ .

также падает при уменьшении  $c$ . Ширина гистерезиса (3.9), наоборот, растёт при уменьшении  $c$

$$\Delta T_h(c) \sim (1 - c)^{-3/2}. \quad (3.12)$$

Эти выводы теории поясняют частое получение (и использование) Ру плёнок.

Правая сторона концентрационной фазовой диаграммы ( $c > 1/4$ ) сопровождается доминирующей ролью жёстких ФХС (3.5), ростом  $\Omega_+$  (3.7) и падением  $T_c$  (3.8) ниже 300 К. Большая стабильность



**Рис. 3.** Зависимость параметра порядка  $P^2(T)$  от температуры для  $\text{Ni}_3\text{Fe}$  (Py).

**Fig. 3.** Dependence of order parameter  $P^2(T)$  on temperature  $T$  for  $\text{Ni}_3\text{Fe}$  (Py).

неупорядоченной Ру-фазы с одновременным ростом намагниченности насыщения — привлекательная (технически) сторона этих со-ставов.

#### 4. ЛИНЕЙНЫЙ (ВЕКТОРНЫЙ Р) ПАРАМЕТР ПОРЯДКА КАК ГЕНЕЗИС «ЭФФЕКТА ПАМЯТИ ФОРМЫ» (ЭПФ)

Очевидные возможности анизотропной полиморфии атомной решётки в процессе её упорядочения имеют много технических следствий. Наиболее ярко это проявляется в магнетиках [16]. Линейный (локальный) ферромагнитный (ФМ) порядок (доменные структуры) — основа физики технического магнетизма. Обобщение теории доменов на атомные решётки привело к объяснению «эффекта памяти формы» (ЭПФ) [3] и магнитной памяти формы [17]. Перестройка магнитных доменов отвечает за магнитный гистерезис  $M(B)$  и коэрцитивную силу  $H_c$ . Перестройка доменов атомного порядка отвечает за термоупругий гистерезис деформации  $\varepsilon_{ij}(T)$ .

Простейшая (иногда очевидная) геометрия ЭПФ сплава  $Ce_{1-c}Al_c$  ( $c \leq 0,1$ ) — вытягивание цепочек Ce-Al-Ce... вдоль оси  $Oz$ . Соответствующую деформацию ГЦК-решётки  $\varepsilon_{zz}(\sigma, T)$  в поле давлений  $\bar{\sigma}$  можно ввести через компоненту  $P_z$  векторного (линейного) параметра упорядочения  $R$ . Тогда компоненту параметра упорядочения  $P_\perp$  (при  $P^2 = P_z^2 + P_\perp^2$ ) вводим как долю цепочек Ce-Ce-Ce... вдоль  $0x$  и  $0y$ . В идеале имеем хаотичность этих цепочек и  $P_\perp \rightarrow 0$ . Тогда  $P_z^2 = P^2$ . Вероятность пар A-B (Ce-Al) будет  $W_{AB} = P^2$ .

Линейный параметр упорядочения пар Ce (A) и Al (B) допускает локализацию ионов B только в цепочках с амплитудой  $P_z$ . Ионы Al упорядочены в цепочках с амплитудой  $P_z = P$ , вне цепочек — с вероятностью  $W_{AA} = 1 - P^2$ . Процесс упорядочения рассматриваем аналогично Ru (разд. 3) для  $n_c = 2$ , вводя те же МЭОС:  $D_r(A)$  и  $V_r(B)$ .

Гамильтониан системы  $A_{1-c}B_c$ , аналогичный разд. 3, вводим для  $T > T_{ci}$  (выше температуры изоморфного перехода сплавов Ce) в ГЦК-фазе. МЭОС ионов A и B в форме разд. 3 не учитывает спин ( $c_{r\sigma} = 1$ ). Для начала не учитываем металлическую связь (зонные электроны). Рассматриваем ЭПФ как результат конкуренции парных A-B и A-A ковалентных связей (идеология [5]). Ковалентные  $4f-f_{r\sigma}-4f$ -связи через зонные электроны также оставляем в стороне. (Более детальные разработки должны их учитывать, особенно при расчётах электромагнитных свойств.)

Уточнённый гамильтониан (разд. 3) здесь должен учитывать анизотропию связей  $\Gamma^{AB}(\rho_z)$  (вдоль оси  $z$ ) или  $\Gamma^{AA}(\rho_\perp)$  попрёк неё. Получим анизотропный спектр ФХС согласно Фурье-разложению МЭОС для  $j = x, y, z$

$$D_r = D_0 + \sum_k D_{kj} \exp(ik_j r_j), \quad D_{kj} = \sum_r D_r \exp(-ik_j r_j)/N(1 - c) \quad (4.1)$$

и аналогично для ионов В ( $V_r$ ).

Модельный [5, 4] бинарный гамильтониан ковалентной связи пар ионов

$$\begin{aligned} H^{\text{cov}} = & -c(1-c)P^2 \sum_{r,\rho} \Gamma^{AB}(\rho) D_r \bar{V}_{r+\rho} + \text{H.c.} - \\ & -(1-c)(1-P^2) \sum_{r,\rho} \Gamma^{AA}(\rho) D_r \bar{D}_{r+\rho} \end{aligned} \quad (4.2)$$

учитывает количество соседей  $z_{AB}$  и  $z_{AA}$  и их геометрию в элементарной ГЦК-ячейке, т.е.  $\Gamma^{ij} \sim z_{ij}$ . Линейной цепочке А–В–А–... приписываем  $\rho = \rho_z$ , т.е.  $\Gamma^{AB}(\rho_z)$ . Из-за преобладания ионов А ( $c \sim 0,1$ ) взаимодействие  $\Gamma^{AA}(\rho_{\perp})$  существенно для связей вдоль  $0x$  и  $0y$ , хотя (частично) и вдоль  $0z$ . Однако доля  $\Gamma^{AA}(\rho_{\perp})$  гораздо больше, поэтому (для упрощения, пока) долей  $\Gamma^{AA}(\rho_z)$  пренебрегаем.

Вводя отталкивание (Хаббарда) на узлах А в цепочке ( $U > 0$ ), получим, согласно разд. 2, часть ТДП в нулевом приближении:

$$\Phi_0 = (U/2)(1-c)P^4 - \Gamma_{AB}c(1-c)P^2 - \Gamma_{AA}(1-c)^2(1-P^2). \quad (4.3)$$

Поскольку ЭПФ наблюдается выше  $T_{ci}$ , введение  $P^2(T=0)$  бессмыс-ленно. Поэтому сразу ищем температурную часть ТДП как функционал ФХС согласно

$$H^{\text{CBF}}[\mathbf{k}] = \sum_k H_2[\mathbf{k}], \quad H_2[k_z] = P^2 c(1-c) \Gamma^{AB}(k_z) D_k \bar{V}_k + \text{H.c.}, \quad (4.4)$$

а также

$$H_2[k_{\perp}] = (1-c)^2(1-P^2) \Gamma^{AA}(k_{\perp}) D_k \bar{D}_k. \quad (4.5)$$

Диагонализация (4.4) методом двухвременных (боголюбовских) функций Грина даёт спектр ФХС для 0-приближения

$$E_k^{+,-}(k_z) = \pm \Gamma_{kz}^{AB} P^2 [c(1-c)]^{1/2}, \quad \Gamma_k^{ij} = \Gamma^{ij}(0) - \Gamma^{ij}(k) \cong \Gamma_{ij} k^2. \quad (4.6)$$

Аналогично

$$E(k_{\perp}) = \Gamma_{k_{\perp}}^{AA}(1-c)(1-P^2), \quad \Gamma_{k_{\perp}}^{AA} \cong \Gamma_{AA} k_{\perp}^2, \quad (4.7)$$

что даёт резкую анизотропию ФХС.

Суммарный ТДП (с учётом отталкивания Хаббарда (4.3) для А-ионов в цепочке):

$$\Phi = (U/2)(1-c)P^4 - \Gamma_{AB}(1-c)cP^2 - \Gamma_{AA}(1-c)^2(1-P^2) + \Delta\Phi[\mathbf{k}], \quad (4.8)$$

где

$$\Delta\Phi[k_z] \equiv R_z T P^2 \text{ при } \beta E(k_z) \ll 1, \quad \beta = 1/k_B T, \quad R_z = \text{const.} \quad (4.9)$$

Имеем также

$$\begin{aligned} \Delta\Phi[k_\perp] &\equiv \sum_k E(k_\perp) \exp[-\beta E(k_\perp)] = \\ &= \Omega_\perp \int (k dk) E(k_\perp) \exp[-\beta \Gamma_{AA} k^2 (1 - c)(1 - P^2)], \end{aligned} \quad (4.10)$$

где  $\Omega_\perp$  — интеграл от угловой части по  $[k_\perp]$ . Интеграл (4.10) при  $\beta\Gamma_{AA} \gg 1$  даёт

$$\Delta\Phi_\perp = \Omega_\perp \beta^{-2} [\Gamma_{AA} (1 - c)(1 - P^2)]^{-1} = Q(c) T^2 / (1 - P^2). \quad (4.11)$$

Тут

$$Q(c) = \Omega_\perp k_B^2 / \Gamma_{AA} (1 - c), \quad (4.11')$$

что несколько усложняет варьирование ТДП по  $y = P^2$  для  $P^2 \rightarrow 1$ .

Варьируем  $\Phi(y)$  (4.8) с учётом (4.10)–(4.11'). В пределе  $y \ll 1$

$$y(c) = y_- = [W_z(c) - R_z T - Q_\perp T^2] / U \quad (4.12)$$

или

$$y = 0 \text{ при } T > T_c = [W_z(c)/\sqrt{Q_\perp}] - P_z/2Q_\perp(c). \quad (4.13)$$

При  $y \rightarrow 1$

$$y_+ = y_-(c)/(1 - 2Q_\perp T^2/U), \quad T < T_{c+}, \quad T_{c+} > T_c, \quad (4.14)$$

и оформляется гистерезис перехода линейного упорядочения.

Температуру  $T_c$  (4.13) можно (в данной модели линейного упорядочения) считать «точкой» проявления ЭПФ, причём дальнейшие расчёты процесса линейной деформации  $\epsilon_{33}(\bar{\epsilon})$  в поле упругих напряжений  $\bar{\sigma}$  будут явно учитывать чувствительность ковалентных связей  $\bar{\Gamma}(\bar{\epsilon})$  к деформациям решётки.

## 5. ТЕПЛОВОЕ РАСПРОШИРЕНИЕ В СПЛАВЕ С ЭПФ

Во многих сплавах с ЭПФ температура перехода  $T_{cp} > T_D$  лежит выше температуры Дебая. Результаты расчёта разных механизмов теплового расширения выше  $T_D$  (фононы, ФХС, ...) сводятся к единой форме зависимости параметра ГЦК-решётки  $a(T)$

$$a_i(T) \equiv a_{i0}(T_D) + a'_0 T, \quad \omega(T) = \prod_j a_j(T) \equiv a_{j0}^3 + 3a'_0 a_{j0}^2 T. \quad (5.1)$$

Переход к ЭПФ при  $T < T_{cp}$  добавляет к (5.1) спонтанную деформацию. В случае линейного упорядочения для домена  $P_z = P_3$  её можно представить в виде

$$\varepsilon_{33}^P(T) = \varepsilon_{33}(0)P_3^2(T) + \Delta\varepsilon_{33}[\text{CBF}], \quad a_3(P) = a_3(0) + \varepsilon_{33}^P(T)a_0. \quad (5.2)$$

Опуская пока явный вклад ФХС в (5.2), ограничимся первым членом  $\sim P^2(T)$ .

Полагая в достаточно широкой области  $T < T_{cp}$  для домена  $P_3$

$$P_3^2(T) = P_3^2(0) - QT^{5/2}, \quad (5.3)$$

получаем ЭПФ домена в форме аномалии  $a_j(T, P)$

$$a_3(T, P) = a_{30}(0) + a'_0T + a_3\varepsilon_{33}(0)[P_3^2(0) - QT^{5/2}], \quad (5.4)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial T} a_3(T, P) = a'_0 - (5/2)a_0\varepsilon_{33}(0)QT^{3/2}, \quad (5.5)$$

учитывая «скачок» параметра  $a_3(T_{cp})$  в «точке» ЭПФ

$$\Delta a_3^c(T_{cp}) = a_0\varepsilon_{33}(0)P_3^2(T_{cp}). \quad (5.6)$$

Он обусловлен скачком параметра линейного упорядочения перехода первого рода  $P_3^2(T_{cp}) = \Delta P_3^2$ .

Механическое поведение других доменов ( $P_j$  для  $j = 1, 2$ ) рассматривается аналогично. Для расчёта механического поведения всей системы доменов с разными параметрами линейного упорядочения далее будет рассчитана доменная стенка между парой доменов с разными  $P_j$ . Такие расчёты естественно проводить в поле упругих напряжений  $\sigma_{ij}$ . Возникающее в этом поле движение доменных стекок связывается с их энергией (блокировкой) и релаксацией (трением).

## 6. ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ГИСТЕРЕЗИС ДЕФОРМАЦИИ И ЭПФ. ДОМЕНЫ И СВЕРХУПРУГОСТЬ

Появление линейного параметра порядка ( $P_z$ ) сопровождается спонтанной деформацией  $\varepsilon_{33}$  данного домена. Вводим упругую энергию  $\Phi_e$  (модуль  $C_{33}$ ) и изменение при этом ковалентной связи в цепочке А–В–А...  $\Gamma_{AB}(\varepsilon)$

$$\Phi_e = C_{33}\varepsilon_{33}^2/2,$$

$$\Delta H_e^{\text{cov}}(\varepsilon) = -[\sum_{r,R} \Gamma^{AB}(r_{AB} + a_3 \varepsilon_{33}) D_r \bar{V}_R - H^{\text{cov}}(0)]c(1-c) + \text{H.c.} \quad (6.1)$$

Обозначим разложение

$$\Gamma^{AB}(r_{AB} + a_3 \varepsilon_{33}) = \Gamma^{AB}(r_{AB}) + \Gamma'_{AB}(r_{AB})\varepsilon_{33}, \quad (6.2)$$

и варьируем суммарный ТДП (6.1).

Получаем оператор деформации

$$\hat{\varepsilon}_{33} = \sum_{r,R} [\Gamma'_{AB} D_r \bar{V}_R + \text{H.c.}] c(1-c) / C_{33}(T), \quad \varepsilon_{33}(P=0)=0 \text{ при } T > T_c. \quad (6.3)$$

Номинальная функция  $\varepsilon_{33}(T)$  получается усреднением (6.3). Для начала однодоменного рассмотрения полагаем  $C_{33}(T) \equiv \text{const}$  вблизи критической точки линейного упорядочения, принятой за  $T = T_c$ . Реальная картина механического гистерезиса  $\varepsilon_{33}(\sigma, T)$  при давлении  $\sigma_{33}$  сопровождается дефектом упругого модуля  $C$

$$\Delta C_{33} = C_{33}(\sigma, T) - C_{33}(0, T_c), \quad (6.3')$$

на практике сильно зависящего от подвижности доменных стенок.

Для доменов  $P_x(\varepsilon_{11})$  и  $P_y(\varepsilon_{22})$  в процессе линейного упорядочения возможны две модели:

- 1) объем  $\Delta\omega = \sum_j \varepsilon_{jj} = \text{const}$ ;
- 2)  $\Delta\omega \sim \varepsilon_{33}$  при  $\varepsilon_{jj} (j=1, 2) = 0$ .

Термоупругая энергия  $\Phi_{te}(\varepsilon_{33})$  оказывается разной в моделях (1) и (2). Для домена  $[P_3]$  имеем

$$\Phi_{te}(\varepsilon_{33}) = -\left\{\sum_{r,R} [\Gamma'_{AB} \langle D_r \bar{V}_R \rangle + \text{H.c.}] \right\}^2 / C_{33} < 0, \quad \langle D_r \bar{V}_R \rangle = K_{DV}, \quad (6.4)$$

как «движущую силу» (энергию) ЭПФ. Расчёт входящего в (6.4) коррелятора  $K_{DV}$  получаем при диагонализации (4.2) методом функций Грина (2.1).

Имеем

$$G_k^B = P^2 \Gamma_k^{AB} c / \Delta_2 N, \quad \langle D_0 \bar{V}_0 \rangle \equiv \text{const} \rightarrow 1, \quad \Delta_2 = (E - E_k^+)(E - E_k^-). \quad (6.5)$$

Для  $k = k_z$  в пределе  $P \rightarrow 1$

$$E_k^{+, -} = \pm \sqrt{c(1-c)} P^2 | \Gamma_k^{AB} |, \quad (6.6)$$

а при  $P \rightarrow 0$

$$E_k^- \cong 0, \quad E_k^+ = (1-c)(1-P^2) \Gamma_k^{AA}, \quad k = k_z, k_\perp. \quad (6.6')$$

Это даёт при  $P \rightarrow 1$

$$\varepsilon_{33}(0) = \varepsilon_{33} \cong \Gamma'_{AB} c(1 - c)/C_{33}, \Phi_{te}(\varepsilon_{33}) = -[\lvert \Gamma'_{AB} \rvert^2 / C_{33}] [c(1 - c)]^2. \quad (6.7)$$

Это количественные оценки эффективности ЭПФ.

Температурная зависимость эффективной деформации  $\varepsilon_{33}(T)$  связана с коррелятором ФХС (в пределе  $P \rightarrow 0$ )

$$K_{DV}(k_z) = \langle V_k \bar{D}_k \rangle \cong P^2 \Gamma_k^{AB} n_B(E_{k_\perp}^+). \quad (6.8)$$

Подставляя (6.8) в (6.3), получаем

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}(0) - \Delta\varepsilon_{33},$$

где

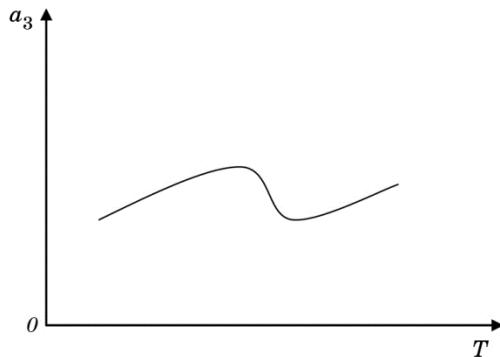
$$\Delta\varepsilon_{33} = (\Gamma'_1 / C_{33}) T^{3/2}, \quad (6.9)$$

а также

$$\Gamma'_1 = \Omega_{z1} \Gamma'_{AB} c k_B^{3/2} / \Gamma_{AA}^{3/2} \sqrt{1 - c}. \quad (6.9')$$

Эта деформация искажает ход теплового расширения сплава и приводит к ЭПФ, см. рис. 4, где нелинейность наблюдаемого в [12] теплового расширения аппроксимируется формулой (6.9).

Границные температуры термомеханического гистерезиса ( $T_c < T_{c+}$ ) при ЭПФ в данной модели линейного упорядочения получаются в такой же форме, как для объёмного упорядочения в разд. 2 и 3. Некоторое различие связано с разной формой функций  $P(T)$  в разд. 2, 3 и в разд. 4. Однако основной вид экспериментальных зависимостей  $\varepsilon_{33}(T)$  и  $\omega(T)$  определяется изменением концентраций



**Рис. 4.** Изменение параметра ГЦК-решётки  $a_3$  при тепловом расширении.

**Fig. 4.** Change of f.c.c. lattice parameter  $a_3$  at thermal expansion.

доменов  $[P_z]$  и  $[P_{x,y}]$  при изменении  $T$ .

Изменение доменной конфигурации означает движение доменных стенок  $\omega(P, T)$  в поле  $\sigma_{33}$  для разных соседств доменов  $[P_3, P_{1,2}]$ . Приходится выбирать микроскопическую (атомную) модель стенки. Сравнительно простой представляется модель цепочек вакансий, параллельных плоскости стенки. Движение такой стенки можно связать с моделью микродиффузии Ке, см. [18].

## 7. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Сплавы  $4f$ -металлов с более лёгкими ионами исследуются (и применяются) достаточно широко. Рекордные магнитные и магнитомеханические свойства  $4f$ - $3d$ -сплавов ионов тяжелее Ce ( $S, L \neq 0$ ) широко известны [1, 2]. Сплавы Ce (A,  $S = L = 0$ )– $3d$  (B) с малыми концентрациями  $c_B \leq 0,1$  слабомагнитны, хотя при увеличении  $c_B$  (см., например, [19], Ce(Fe, Si)<sub>2</sub>) образуют ФМ ( $T_c \approx 102$  К) или антиферромагнитные (АФМ) структуры. Хорошая растворимость  $4f$ -сплавов должна способствовать атомному упорядочению.

Квантовая теория атомного порядка учитывает ковалентные A–B- и A–A-связи. Важнейшая роль зонных электронов (металлическая связь) для непереходных A- и B-ионов позволяет противопоставить ход ПП  $P(T)$  в Cu<sub>3</sub>Au и Ni<sub>3</sub>Fe (Ру). Конкретные квантово-статистические расчёты (методом МЭОС и боголюбовских функций Грина) приводят к общей теории атомного порядка. Обобщённые результаты аналогичных расчётов позволяют заключить следующее.

1. По аналогии с популярной классической теорией атомного порядка A<sub>3</sub>B, в квантово-статистической теории следует исходить из доминирующей ковалентной связи пар A–B. Их вероятность ( $P^2$ ) отличается от вероятности ( $1 - P^2$ ) пар A–A.
2. Рассчитанный параметр  $P(c, T)$  атомного порядка (ПП) сплава A<sub>1-c</sub>B<sub>c</sub> сильно зависит от концентрации  $c \approx 1/4$  и быстро убывает при  $c < 1/4$  или  $c > 1/4$ . Номинальная величина ПП  $P(c)$  определяется конкуренцией ковалентных A–B- и A–A-связей и отталкиванием Хаббарда (на узлах A при  $c \ll 1$ ).
3. Температурный ход  $P(T)$  резко отличается для переходных A и B сплавов (типа Ру) и непереходных сплавов (типа Cu<sub>3</sub>Au), когда важную роль играют зонные электроны.
4. Бинарный сплав в представлении МЭОС имеет две ветви ФХС. Нижняя ветвь  $E^-(k)$  задаёт ход  $P(T)$  при  $P \rightarrow 1$ . Верхняя ветвь  $E^+(k)$  определяет (при  $P \rightarrow 0$ ) область перехода первого рода и его гистерезис.
5. Непереходный сплав (МЭОС при  $n_c = 1$ ) с учётом металлической связи (ковалентно-зонной энергии) обусловливает широкий температурный гистерезис  $T_c < T < T_{c+}$ .

6. Переходный сплав (типа Ру, ФХС-бозоны для  $n_c = 2$ ) в чисто ковалентной модели (без учёта зонных электронов) обеспечивает линейный ход  $P(T)$  при низких температурах, что близко к классическому результату [5].
7. При  $c \ll 1$  возможно обобщение идеи векторного порядка  $\mathbf{P}$  на образование цепочек А–В–А... вдоль выбранных осей кристалла: типа [001] для ГЦК  $\text{Ce}_{1-c}\text{Al}_c$ . Выделение доменов  $P_3$  при  $P_{1,2} \equiv 0$  (линейное упорядочение) приводит к деформации  $\varepsilon_{33}$ , известной как ЭПФ.
8. Расчёт линейного упорядочения в представлении МЭОС ( $n_c = 2$ ) даёт анизотропный спектр ФХС-бозонов.
9. Линейный ход  $P(T)$  вдали от гистерезиса перехода первого рода сменяется нелинейностью  $P(T)$  в области перехода.
10. Выводы теории позволяют качественно интерпретировать данные ЭПФ.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. К. Тейлор, М. Дарби, *Физика редкоземельных соединений* (Москва: Мир: 1974).
2. С. В. Вонсовский, *Магнетизм* (Москва: Наука: 1971).
3. А. А. Лихачев, Ю. Н. Коваль, *Успехи физики металлов*, **16**, № 1: 23 (2015).
4. А. И. Мицек, В. Н. Пушкарь, *Металлофиз. новейшие технол.*, **37**, № 4: 433 (2015).
5. А. А. Смирнов, *Теория сплавов внедрения* (Москва: Наука: 1979).
6. G. S. Firstov, J. Van Humbeek, and Yu. N. Koval, *Scr. Mater.*, **50**, No. 2: 243 (2004).
7. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, J. Van Humbeek, and P. Ochin, *Mater. Sci. Eng. A*, **481–482**: 590 (2008).
8. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, J. Van Humbeek et al., *Mater. Sci. Eng. A*, **438–440**: 816 (2006).
9. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, and J. Van Humbeek, *Mater. Sci. Eng. A*, **378**: 2 (2004).
10. G. S. Firstov, R. G. Vitchev, H. Kumar et al., *Biomaterials*, **23**: 4863 (2002).
11. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, J. Van Humbeek, and R. G. Vitchev, *J. Phys. IV France*, **112**: 1075 (2003).
12. G. S. Firstov, J. Van Humbeek, and Yu. N. Koval, *J. Phys. IV France*, **11**: 481 (2001).
13. Ю. Н. Коваль, Г. С. Фирстов, *Металлофиз. новейшие технол.*, **29**, № 6: 815 (2007).
14. A. I. Mitsek and V. A. Mitsek, *phys. status solidi (b)*, **199**, No. 2: 549 (1997).
15. В. Н. Пушкарь, А. И. Мицек, С. И. Кузьмина, *ФММ*, **50**, № 5: 1002 (1980).
16. А. И. Мицек, В. Н. Пушкарь, *Реальные кристаллы с магнитным порядком* (Киев: Наукова думка: 1978).
17. А. И. Мицек, *Металлофиз. новейшие технол.*, **25**, № 1: 7 (2003).
18. А. И. Мицек, В. Н. Пушкарь, *Металлофиз. новейшие технол.*, **32**, № 11: 1517 (2010).
19. А. В. Верещагин, В. В. Сериков, Н. М. Клейнерман и др., *ФММ*, **115**, № 12: 1276 (2014).

## REFERENCES

1. K. N. R. Taylor and M. I. Darby, *Physics of Rare Earth Solids* (London: Chapman and Hall LTD: 1972).
2. S. V. Vonsovskiy, *Magnetism* (Moscow: Nauka: 1971) (in Russian).
3. A. A. Lihachev and Yu. N. Koval, *Uspehi Fiziki Metallov*, **16**, No. 1: 23 (2015) (in Russian).
4. O. I. Mitsek and V. M. Pushkar, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **37**, No. 4: 433 (2015).
5. A. A. Smirnov, *Teoriya Splavov Vnedreniya* [The Theory of Interstitial Alloys] (Moscow: Nauka: 1979) (in Russian).
6. G. S. Firstov, J. Van Humbeek, and Yu. N. Koval, *Scr. Mater.*, **50**, No. 2: 243 (2004).
7. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, J. Van Humbeek, and P. Ochin, *Mater. Sci. Eng. A*, **481–482**: 590 (2008).
8. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, J. Van Humbeek et al., *Mater. Sci. Eng. A*, **438–440**: 816 (2006).
9. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, and J. Van Humbeek, *Mater. Sci. Eng. A*, **378**: 2 (2004).
10. G. S. Firstov, R. G. Vitchev, H. Kumar et al., *Biomaterials*, **23**: 4863 (2002).
11. G. S. Firstov, Yu. N. Koval, J. Van Humbeek, and R. G. Vitchev, *J. Phys. IV France*, **112**: 1075 (2003).
12. G. S. Firstov, J. Van Humbeek, and Yu. N. Koval, *J. Phys. IV France*, **11**: 481 (2001).
13. Yu. M. Koval' and G. S. Firstov, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **29**, No. 6: 815 (2007) (in Russian).
14. A. I. Mitsek and V. A. Mitsek, *phys. status solidi (b)*, **199**, No. 2: 549 (1997).
15. V. N. Pushkar, A. I. Mitsek, and S. I. Kuzmina, *Fiz. Met. Metalloved.*, **50**, No. 5: 1002 (1980) (in Russian).
16. A. I. Mitsek and V. N. Pushkar, *Realnye Kristally s Magnitnym Poryadkom* [Real Crystals with Magnetic Order] (Kiev: Naukova Dumka: 1978) (in Russian).
17. O. I. Mitsek, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **25**, No. 1: 7 (2003) (in Russian).
18. O. I. Mitsek and V. M. Pushkar, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **32**, No. 11: 1517 (2010) (in Russian).
19. A. V. Vereshchagin, V. V. Serikov, N. M. Kleinerman et al., *Fiz. Met. Metalloved.*, **115**, No. 12: 1276 (2014) (in Russian).