

Числове моделювання ефекту циклічної повзучості за одновісних програм навантаження

М. В. Бородій, М. П. Адамчук

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

Наведено результати числового моделювання ефекту циклічної повзучості (ратчетингу) за різних програм контрольованого за напруженнями одновісного асиметричного навантаження двох металевих матеріалів, що мають різні циклічні властивості. Запропоновано удосконалення правила кінематичного зміцнення в моделі циклічної пластичності на основі визначальних рівнянь ендохонної теорії пластичності. Показано, що модель дозволяє із задовільною точністю описувати кінетику напружено-деформованого стану зразків при їх малоцикловою асиметричному навантаженні на основі мінімальної кількості базових експериментів.

Ключові слова: малоциклове навантаження, циклічна повзучість, теорія пластичності, кінематичне зміцнення, числове моделювання.

Вступ. У багатьох механізмах сучасної техніки конструктивні елементи зазнають дії циклічних навантажень. Ці повторно-змінні навантаження є однією з основних причин виникнення пошкоджень, руйнувань або втрати функціональної придатності конструкції. Пошкодження виникають внаслідок утворення втомних тріщин або накопичення значних пластичних деформацій в локальних зонах із подальшим розвитком дефектів. У лабораторних умовах останній тип втомного пошкодження металевих матеріалів здебільшого спостерігається за асиметричного циклічного навантаження з контролем по напруженнях у пружно-пластичній області. Ефект отримав назву циклічна повзучість, або ратчетинг і проявляється в односторонньому накопиченні пластичних деформацій зазвичай в напрямку дії середніх напружень. Особлива інтенсивність цього ефекту має місце за підвищених температур, коли за рахунок збільшення швидкості руху дислокацій, що є термоактивним процесом, прискорюється пластична деформація. Тому при проектуванні елементів конструкцій енергетичного обладнання процедура розрахунку за граничним станом (циклічна повзучість) стала обов'язковою.

Експериментальне вивчення цього ефекту проводиться в рамках досліджень малоциклової втоми матеріалів і має довгу історію [1–4]. В останнє десятиліття отримано нові експериментальні результати щодо дослідження циклічної повзучості за одновісного навантаження [5–7]. На їх основі розроблено моделі циклічної пластичності для аналітичного описування цього ефекту [6, 8–11]. Актуальними на сьогоднішній день є експериментальні та теоретичні дослідження циклічної повзучості за непропорційних програм навантаження [12–14]. Огляд робіт [1–14] та інших свідчить про значний прогрес у розробці моделей циклічної пластичності для описування ефекту циклічної повзучості і реалізації різних програм експериментів на циклічну повзучість для перевірки і удосконалення цих моделей. Згідно з відомими моделями між розрахунковими й експериментальними даними існує задовільна відповідність

лише за простих режимів одновісного навантаження. Стосовно складних непропорційних режимів навантаження поки що мають місце значні розбіжності між розрахунковими й експериментальними даними. Необхідно також зазначити, що більшість запропонованих моделей достатньо складні у використанні, а при конкретизації функцій, що описують поведінку матеріалів або констант матеріалу, виникає потреба в проведенні складних базових експериментів. З урахуванням цього можна стверджувати, що проблема побудови простих моделей для описування циклічної повзучості навіть за одновісного навантаження залишається відкритою.

Метою даної роботи є розвиток запропонованої в [11] моделі та її перевірка на більш представницькому експериментальному матеріалі [6].

Модель циклічної пластичності. Як базову модель циклічної пластичності використаємо рівняння ендохронної теорії пластичності при одновісному навантаженні. В одновірному випадку за припущення про пластичну нестисливість матеріалу і малість деформацій рівняння стану ендохронної теорії пластичності, яке зв'яже компоненти тензора напружень із пластичними деформаціями під час навантаження розтягом–стиском, запишемо таким чином:

$$\sigma = \sigma_{\tau} \frac{d\varepsilon^P}{dz} + \int_0^z E(z - z') \frac{d\varepsilon^P}{dz'} dz', \quad (1)$$

де

$$dz = \frac{d\xi}{F(z)}; \quad (2)$$

$$d\xi = d\varepsilon^P; \quad (3)$$

$$F(z) = C - (C - 1)e^{-\beta z}; \quad (4)$$

σ_{τ} – границя текучості; z – внутрішній час; ξ – міра внутрішнього часу (параметр Одквіста); F – функція зміцнення; C і β – параметри експоненціальної функції зміцнення; $E(z)$ – спадкова функція (ядро).

Приріст повної деформації будемо шукати як суму пластичної та пружної складових:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^P + \frac{d\sigma}{E}. \quad (5)$$

Для описування ефекту циклічної повзучості в роботі [11] було удосконалено визначальні рівняння ендохронної теорії пластичності шляхом використання більш складного запису спадкової функції, а саме:

$$E(z, \delta) = E_1 e^{-\alpha z} + E_2(\delta). \quad (6)$$

Модель побудована за припущення, що кінематичне зміцнення, яке визначається спадковою функцією E , залежить не тільки від міри процесу

деформування – внутрішнього часу z , а й від рівня напружень, досягнутих у попередньому півциклі навантаження. Згідно з останнім твердженням припускається залежність спадкової функції E від характерної відстані в просторі напружень δ , яку було запропоновано в роботі [6] для удосконалення правила кінематичного зміцнення в теорії текучості. Таке удосконалення дозволило вирішити проблему змикання петель пружно-пластичного гістерезису, що унеможливило описування ефекту циклічної повзучості при моделюванні асиметричного циклічного навантаження за класичною моделлю (рис. 1,а). Величина δ характеризує різницю між максимальним напруженням поточного півциклу навантаження розтягом σ і напруженням, що відповідає поверхні пам'яті σ_p . Поверхня має центр у початку координат, ізотропно збільшується в процесі навантаження і характеризує найбільший напружений стан, досягнутий у матеріалі за всю історію навантаження [11].

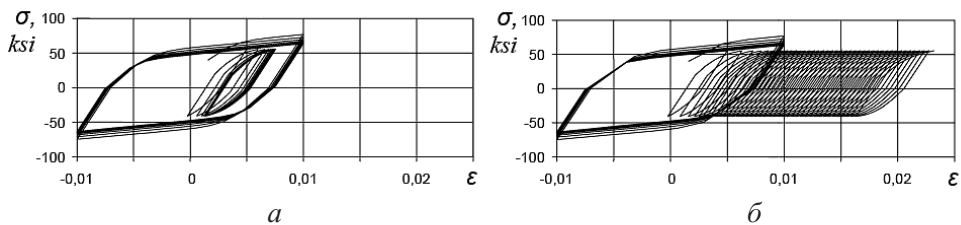


Рис. 1. Моделювання циклічної повзучості за класичною (а) і новою (б) моделями.

У випадку симетричного навантаження, коли значення δ в півциклах розтягу і стиску є однаковими, значення параметра E_2 спадкової функції (6) для цих півциклів збігаються. При цьому однаковим приростам напружень у півциклах розтягу і стиску будуть відповідати однакові прирости пластичних деформацій, як це показано в роботі [15], і ефект циклічної повзучості не описується. У випадку асиметричного навантаження, коли $\delta^+ \neq \delta^-$ (знаком “+” позначено розтяг, знаком “-” – стиск), значення параметра E_2 для півциклів розтягу і стиску різні. Це призводить до того, що однаковому приросту напружень за розтягу і стиску відповідають різні прирости пластичних деформацій. У напрямку того півциклу, де приріст деформації більший, з кожним циклом навантаження відбувається одностороннє накопичення пластичних деформацій (рис. 1,б).

В роботі [15] проведено детальний теоретичний аналіз і обґрунтовано використання спадкової функції у вигляді (6). Там же запропоновано базовий експеримент для конкретизації основних параметрів моделі, який полягає у поетапному деформуванні зразка: 1) жорсткий режим навантаження до стабілізації циклічних властивостей матеріалу; 2) перехід на асиметричний цикл із контролем по напруженнях меншого рівня, ніж досягнуті на попередньому етапі; 3) монотонне навантаження до рівня максимальних напружень, що мали місце на 1-му етапі. З експериментальних даних, отриманих на 1-му етапі деформування, визначається параметр $E_2(0)$, коли $\delta = 0$, за результатами 2-го етапу – два значення E_2 для півциклів розтягу та стиску: $E_2(\delta^+)$, $E_2(\delta^-)$. Їх не важко отримати, якщо відомі з базового експерименту

значення модулів пластичності за розтягу H^+ і стиску H^- в точках розвантаження. Вираз, що зв'язує значення $E_2(\delta^+)$ з модулем пластичності за розтягу H^+ , має такий вигляд:

$$E_2(\delta^+) = H^+ - E_1(1 - U^+), \tag{7}$$

де

$$U^+ = 1 - 2e^{-\alpha\Delta z} \left(1 - \frac{e^{-\alpha(2\bar{z} + \hat{z})} - e^{-\alpha(\bar{z} + \hat{z})}}{e^{-\alpha(2\bar{z} + \hat{z})} - 1} \right). \tag{8}$$

Значенням внутрішнього часу \bar{z} , \hat{z} , Δz відповідають інтервали міри внутрішнього часу $\bar{\xi}$, $\hat{\xi}$, $\Delta\xi$ (рис. 2). Обчислення внутрішнього часу z здійснюється за відомим значенням міри внутрішнього часу ξ з використанням наступного нелінійного рівняння, отриманого на основі виразів (2) і (4), а саме:

$$\xi = C + \frac{C - 1}{\beta}(e^{-\beta z} - 1). \tag{9}$$

Якщо значення E_2^+ розрахувати за (7), то відповідне значення E_2^- можна визначити так:

$$E_2(\delta^-) = E_2(\delta^+) \frac{\bar{\xi} + \hat{\xi}}{\xi}. \tag{10}$$

На основі трьох отриманих значень параметра E_2 можна побудувати наближену аналітичну залежність для шуканої функції $E_2(\delta)$. Очевидно, що аналіз двох базових експериментів із п'ятьма експериментальними точками дозволить отримати більш точну апроксимацію для цієї функції.

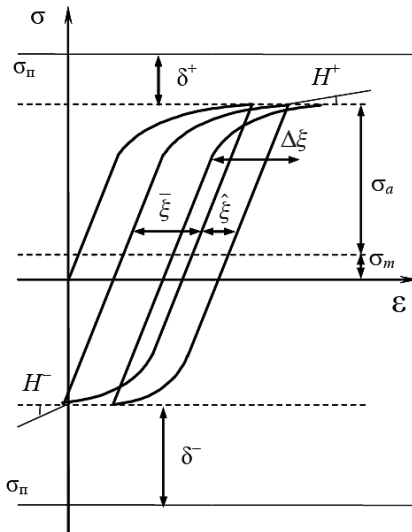


Рис. 2. Схема для визначення параметрів моделі.

Удосконалення моделі. На відміну від попередньої моделі [15], де залежність параметра $E_2(\delta)$ спадкової функції від характерної відстані δ пропонувалась у поліноміальному вигляді, в даній роботі цю функцію представимо наступним чином:

$$E_2(\delta) = E_2(0) + a\delta^b D^n, \quad (11)$$

де a , b і n – параметри моделі.

Перший доданок $E_2(0)$ формули (11) є граничним значенням, що відповідає величині $E_2(\delta)$ на поверхні пам'яті, і визначається з даних експерименту. У другому доданку множник $a\delta^b$ відповідає за вплив середнього напруження на параметр $E_2(\delta)$, D^n – за вплив амплітуди напружень. При цьому параметр D визначається так:

$$D = \frac{\sigma_a - \sigma_s}{\sigma_a^{\text{баз}} - \sigma_s}, \quad (12)$$

де σ_a – амплітуда напружень; $\sigma_a^{\text{баз}}$ – амплітуда напружень базового експерименту; σ_s – радіус поверхні пластичності у стабілізованому стані,

$$\sigma_s = \sigma_T F(z \rightarrow \infty) = \sigma_T C. \quad (13)$$

Перевірка моделі. Скористаємось запропонованою моделлю для описування ефекту ратчетингу, досліджуваного на вуглецевих сталях CS1020 та CS1026 [6], що мають різні циклічні властивості. Сталь CS1020 є циклічно знемцнюваною, сталь CS1026 – циклічно стабільною. Суть експерименту [6] полягає в поетапному навантаженні зразків розтягом–стиском спочатку за симетричним циклом із контролем по деформаціях (амплітуда деформацій 1%), а після досягнення стабілізації циклічної діаграми деформування реалізувалось асиметричне навантаження з контролем по напруженнях із різними значеннями середніх і амплітудних напружень.

Для досліджуваних матеріалів на основі лише одного базового експерименту було визначено функціональні залежності моделі циклічної пластичності, а саме: функція зміцнення $F(z)$ та спадкова функції $E(z, \delta)$. Базовим експериментом для сталей CS1020 і CS1026 слугувало навантаження з наступними безрозмірними значеннями амплітудних і середніх напружень відповідно: $\bar{\sigma}_a = 0,66$, $\bar{\sigma}_m = 0,159$; $\bar{\sigma}_a = 0,787$, $\bar{\sigma}_m = 0,160$. Безрозмірні значення напружень згідно з [6] визначались виразами $\bar{\sigma}_a = \sigma_a / \sigma_0$, $\bar{\sigma}_m = \sigma_m / \sigma_0$, в яких величина σ_0 приймала значення 482 і 281 МПа для сталей CS1020 і CS1026 відповідно. Параметри моделі циклічної пластичності для двох досліджуваних матеріалів наведено в таблиці. Параметри спадкової функції E_1 , E_2 , α визначались шляхом аналізу експериментальної кривої циклічної деформації при симетричному навантаженні з контролем по деформаціях, тобто за діаграмою, отриманою на 1-му етапі поетапного навантаження.

Параметри моделі циклічної пластичності

Сталь	$E \cdot 10^{-5}$, МПа	σ_T , МПа	$E_1 \cdot 10^{-5}$, МПа	$E_2(0)$, МПа	α	C	β_1	β_2
CS1020	1,73	275	1,74	11850	965	0,78	12,4	30
CS1026	1,81	138	1,35	4480	1051	0,95	20	20

Параметр β функції зміцнення визначався для кожного етапу навантаження. Для сталі CS1026 він приймався однаковим для різних етапів, оскільки цей матеріал є циклічно стабільним.

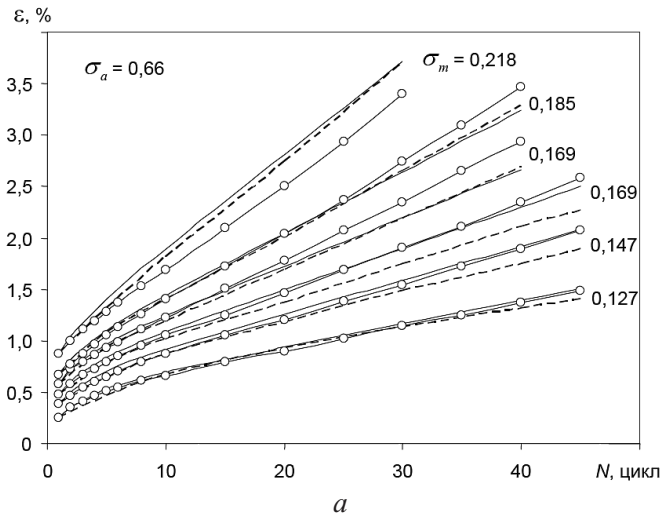
Згідно з (11) було конкретизовано функціональні залежності параметра E_2 від значення δ на випадок асиметричного циклічного навантаження сталей CS1020 і CS1026 відповідно:

$$E_2(\delta) = E_2(0) - 6,3 \cdot 10^{-7} \delta^6 D^8; \tag{14}$$

$$E_2(\delta) = E_2(0) - 0,51 \delta^2 D^4.$$

Результати розрахунків при використанні запропонованої моделі у вигляді кривих циклічної повзучості за одновісного навантаження сталей CS1020 і CS1026 наведено на рис. 3 і 4 відповідно. Там же представлено дані для програм навантаження при постійних значеннях амплітудного напруження σ_a і значеннях середніх напружень циклу σ_m , що змінюються.

У цілому для більшості програм навантаження за допомогою запропонованої моделі (на рис. 3 і 4 суцільні лінії) отримано кращі результати у порівнянні з моделлю [6], побудованою з використанням власних експериментальних даних (штрихові лінії). Варто зазначити, що для покращання розрахунку в роботі [6] використовувалося реальне (взяте з кожного експерименту) значення коригованих напружень, за яким нормувався параметр δ .



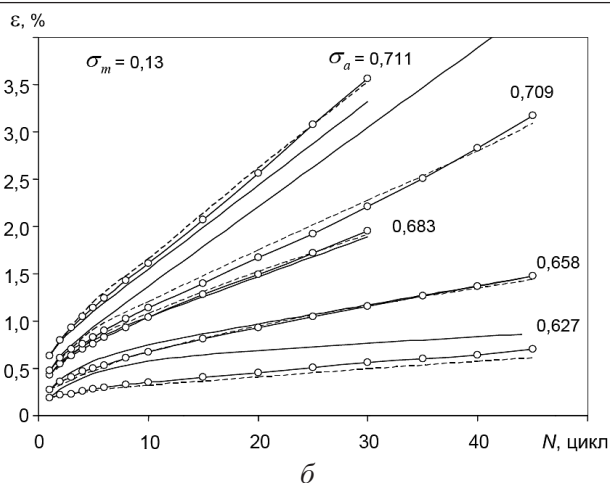


Рис. 3. Розрахункові й експериментальні криві циклічної повзучості сталі CS1020. (Тут і на рис. 4: точки – експериментальні результати [6]; штрихові лінії – розрахунок за моделлю [6]; суцільні лінії – розрахунок за запропонованим підходом.)

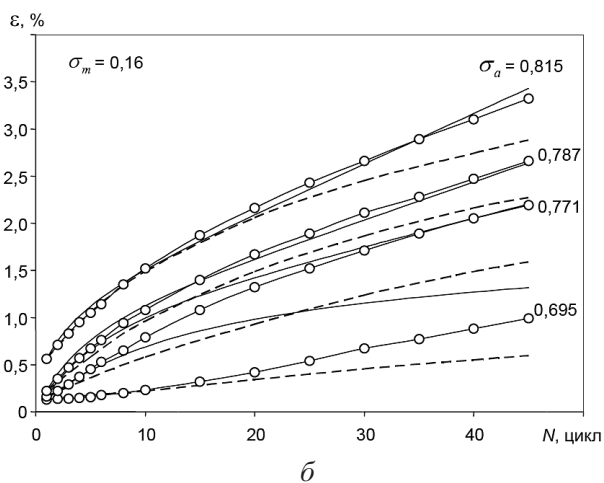
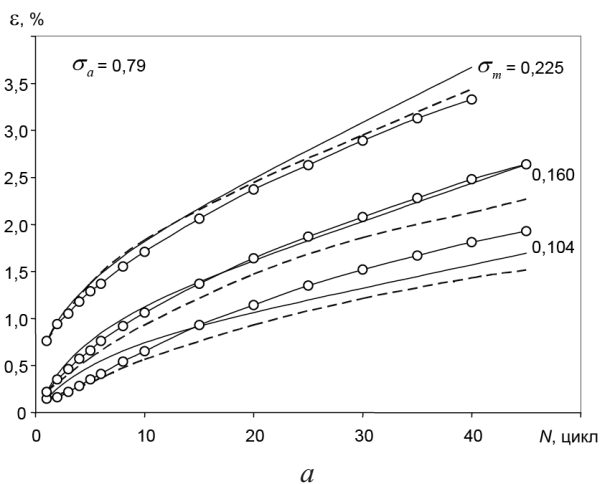


Рис. 4. Розрахункові й експериментальні криві циклічної повзучості сталі CS1026.

На відміну від [6], запропонований підхід повністю базується на проведенні одного базового експерименту і не вимагає корекцій за рахунок відповідних експериментальних значень, що робить його більш універсальним і практичним при описуванні ефекту циклічної повзучості. Для сталі CS1020 більш точні результати отримано для програм, в яких змінювались середні напруження циклу при постійному амплітудному напруженні (рис. 3,а), для сталі CS1026, навпаки (рис. 4,б).

Враховуючи цілком адекватне описування одновісних програм асиметричного навантаження, запропонована модель циклічної пластичності на основі визначальних рівнянь ендохонної теорії пластичності може бути покладена в основу розробки більш загальної моделі для аналізу двовісних непропорційних програм асиметричного навантаження з контролем по напруженнях та описування ефекту циклічної повзучості за двовісного навантаження.

Резюме

Приведены результаты численного моделирования эффекта циклической ползучести (ратчетинга) при разных программах контролируемого по напряжениям одноосного асимметрического нагружения двух металлических материалов с разными циклическими свойствами. Предложено усовершенствование правила кинематического упрочнения в модели циклической пластичности на основании определяющих уравнений эндохонной теории пластичности. Показано, что предложенная модель позволяет с удовлетворительной точностью описывать кинетику напряженно-деформированного состояния образцов при их малоцикловом асимметрическом нагружении на основании минимального количества базовых экспериментов.

1. Coffin L. F. The stability of metals under cyclic plastic strain // Trans. ASME D. – 1960. – **82**, No. 3. – P. 671 – 682.
2. Шнейдерович Р. М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях. – М.: Машиностроение, 1968. – 468 с.
3. Стрижало В. А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур. – Киев: Наук. думка, 1978. – 238 с.
4. Серенсен С. В., Шнейдерович Р. М., Махутов Н. А. и др. Поля деформаций при малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1979. – 278 с.
5. Ruggles M. B. and Krempl E. The influence of the test temperature on the ratcheting behavior of type 304 stainless steel // ASME J. Eng. Mater. Technol. – 1989. – **111**. – P. 378 – 383.
6. Hassan T. and Kyriakides S. Ratcheting in cyclic plasticity. Pt. I: Uniaxial behavior // Int. J. Plasticity. – 1992. – **8**. – P. 91 – 116.
7. McDowell D. L. Stress state dependence of cyclic ratcheting behavior of two rail steels // Ibid. – 1995. – **11**. – P. 397 – 421.
8. Chaboche J. L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratcheting effects // Ibid. – 1991. – **7**. – P. 661 – 678.

9. *Ohno N. and Wang J. D.* Kinematic hardening rules for simulation of ratcheting behavior // *Eur. J. Mech. A/Solids*. – 1994. – **13**. – P. 519 – 531.
10. *Tanaka E.* A non-proportionality parameter and a viscoplastic constitutive model taking into account amplitude dependences and memory effects of isotropic hardening // *Ibid.* – P. 155 – 173.
11. *Borodii M. V.* Model of plasticity aimed at the prediction of cyclic creep // *Strength Mater.* – 1998. – **30**, No. 6. – P. 611 – 615.
12. *Hassan T., Corona E., and Kyriakides S.* Ratcheting in cyclic plasticity. Pt. II: Multiaxial behavior // *Int. J. Plasticity*. – 1992. – **8**. – P. 117 – 146.
13. *Corona E., Hassan T., and Kyriakides S.* On the performance of kinematic hardening rules in predicting a class of biaxial ratcheting histories // *Ibid.* – 1996. – **12**. – P. 117 – 145.
14. *Aubin V. and Degallaix S.* Ratcheting modeling of a duplex stainless steel model based on yield surface distortion // *Proc. 7th Int. on Conf. Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture (Berlin, Germany, 28 June – 1 July)*. – Berlin, 2004. – P. 285 – 290.
15. *Borodii M. V.* Modeling of the asymmetric low-cycle loading in the space of stresses // *Strength Mater.* – 1998. – **30**, No. 5. – P. 472 – 480.

Поступила 02. 07. 2009