

Расчетная модель предельного упрочнения материалов при многоциклового усталости и определение ее параметров. Сообщение 1. Описание модели

Г. В. Цыбанев, А. И. Новиков

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Разработана модель предельного упрочнения материалов, основанная на учете упрочнения в зоне усталостного разрушения. С помощью модели оценивается многоцикловая долговечность материалов. Описаны функция упрочнения и связь ее параметров с долговечностью. Предложен оригинальный метод определения параметров модели на основании кривой усталости по ее характерным точкам.

Ключевые слова: модель предельного упрочнения материала, долговечность, многоцикловая усталость, локальный циклический предел текучести, численное решение.

Введение. В настоящее время все еще имеет место проблема прогнозирования достижения предельного состояния и надежного определения долговечности элементов конструкций при циклическом нагружении произвольной нагрузкой. Существующие модели и методы, которые позволяют получить прогноз долговечности как по полному разрушению, так и по зарождению усталостной трещины определенной длины, включают характеристики материала, требующие специального определения, что затрудняет использование справочных материалов, имеющихся в базе данных.

В настоящем сообщении рассмотрена возможность построения расчетной модели упрочнения материалов, описывающей кинетику процесса многоциклового усталости, на основании характеристик, имеющихся в базе данных [1]. Ввиду неоднородности деформирования материала в нем всегда есть локальные зоны, в которых уровень пластических деформаций при циклическом нагружении достаточно высок, несмотря на то что основная часть металла деформируется упруго.

У сталей феррито-перлитного класса под действием циклической нагрузки в мягком режиме на основном участке нагружения (после стабилизации неупругих деформаций) наблюдается уменьшение петли гистерезиса (размаха неупругих деформаций) с наработкой, что соответствует увеличению предела текучести, т.е. упрочнению материала [2]. В основу предложенной расчетной модели положена такая кинетика деформирования. Принимается расчетная модель, предполагающая усталостное разрушение материала при его предельном упрочнении в некотором локальном объеме, в котором раньше всего начинается скольжение при циклическом нагружении.

Данная модель основана на модифицированной теории возникновения трещин усталости [3] с использованием схемы деформирования Орована [4]. В модели рассматривается построение кривой циклического упрочнения по известной исходной экспериментальной кривой многоциклового усталости.

Для аналитического описания функции упрочнения материала, определяющей наступление его предельного состояния, необходимо решить систему двух интегральных уравнений, содержащих неизвестные параметры диаграммы упрочнения. Для этого используются две характерные точки на кривой усталости, определяющие область действия данной модели. Эти точки для многоциклового участка усталости представляют собой координаты условного перехода к гигацикловой и малоциклового участка усталостного разрушения.

Описание расчетной модели предельного упрочнения материалов при многоциклового усталости. Рассмотрим следующую модель циклического деформирования некоторой локальной совокупности зерен, принадлежащей поверхностному слою. Для описания модели предельного упрочнения материалов вследствие циклического деформирования приняты следующие гипотезы:

процессы деградации (упрочнения) материала и зарождения усталостной трещины происходят в объеме поверхностного слоя (нескольких приповерхностных зернах, структурных единицах), который, во-первых, в соответствии с [5–7] начинает неупруго деформироваться с первых циклов нагружения и, во-вторых, наиболее благоприятно расположен для возникновения в нем скольжения как способа реализации избыточной локальной нагруженности;

повторное неупругое деформирование приводит к упрочнению материала в рассматриваемой зоне зарождения трещины, выражающемуся в повышении предела текучести с каждым полуциклом нагружения, что обуславливает в дальнейшем зарождение усталостной трещины вследствие предельного упрочнения и окончательное разрушение образца в результате ее роста;

скольжение в локальных зонах начинается при напряжении, равном половине предела выносливости при симметричном цикле;

за предельное упрочнение материала принимается достижение локальным циклическим пределом текучести критического значения [8] в зонах локализации напряжений, после чего происходит разрушение (зарождение трещины);

принимается такая модель упрочнения материала, в которой параметры диаграммы упрочнения (физико-механические свойства) не изменяются с наработкой (не зависят от степени деградации) [3]);

растягивающие и сжимающие нагрузки полуциклов нагружения в рассматриваемой локальной зоне одинаково влияют на процесс упрочнения;

циклическое деформирование материала происходит таким образом, что полная локальная деформация не зависит от величины наработки (деградации), а зависит прямо пропорционально от действующей амплитудной нагрузки;

уравнение диаграммы циклического упрочнения принимается в виде степенной функции, параметры которой определяются из условия достижения предельного упрочнения при наработке, соответствующей долговечности до зарождения трещины на каждом из уровней амплитуды напряжения.

Некоторые дополнительные допущения будут оговорены при решении задачи определения параметров расчетной модели и ее применении для случаев сложного нагружения и расчета реальных конструкций.

На рис. 1 представлена графическая интерпретация предложенной модели, где приняты следующие обозначения: σ_a – амплитудное напряжение локальной зоны в поверхностном слое при многоцикловом циклическом деформировании; σ_k – критическое напряжение усталости [5]; σ_T – локальный циклический предел текучести; $\sigma_{T,0}$ – исходный локальный циклический предел текучести; $\sigma_{T,cr}$ – критическое локальное значение циклического предела текучести, по достижении которого в рассматриваемой локальной зоне имеет место предельное состояние материала, приводящее к разрушению; n – текущее число циклов нагружения; $N(2N)$ – число циклов (полуциклов) нагружения до разрушения при заданной амплитуде нагружения σ_a ; ε_a – полная амплитудная деформация локальной зоны; ε_{pl} – амплитуда пластической деформации; $\Delta\varepsilon_{pl}$ – размах пластической деформации.

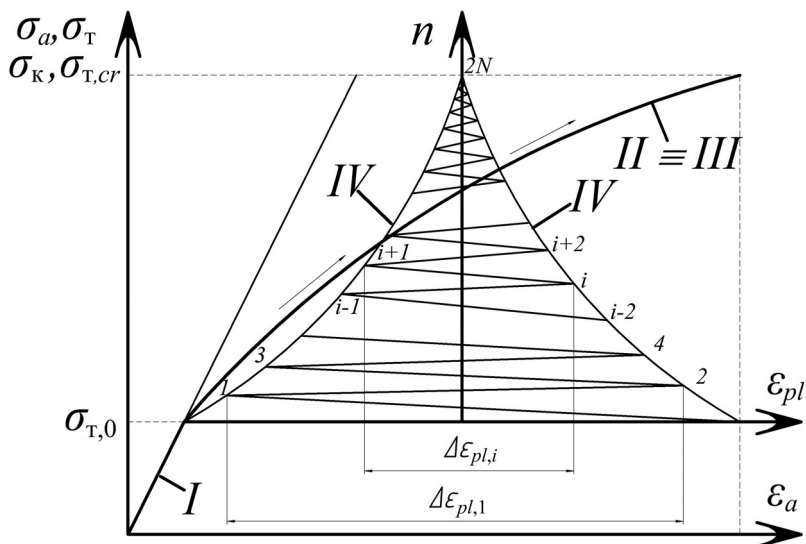


Рис. 1. Графическое представление модели: I, II – упругое и неупругое деформирование в координатах $\sigma_a - \varepsilon_a$; III – диаграмма упрочнения в координатах $\sigma_T - \varepsilon_{pl}$; IV – кинетические кривые упрочнения в координатах $n - \varepsilon_{pl}$. (Цифры на кинетической кривой упрочнения соответствуют силовым пикам полуциклов нагружения – 1, 2, 3, ..., i-1, i, i+1, ..., 2N.)

Как видно, по достижении локальным циклическим пределом текучести критического значения [8] происходит разрушение материала вследствие предельного упрочнения. В отличие от схемы Орована [4], в данном случае рассматриваются неупругие кривые II, IV вместо упругих, а также приняты другие условия начала пластических деформаций и наступления предельного упрочнения.

Вывод основного уравнения модели. Дальнейшие выкладки выполнены на основании метода для построения кривой усталости при использовании статической диаграммы деформирования [3]. Предлагаемая модель с учетом новых предположений и принятием других исходных данных была адаптирована к области многоциклового усталости. Учитывая эти изменения, предлагается определять параметры упрочнения материала не из статической диаграммы деформирования, а из известных кривых усталости и использовать их для построения диаграммы циклического упрочнения.

С учетом принятых предположений рассмотрим циклическое неупругое деформирование материалов в локальной зоне, являющейся потенциальным местом зарождения трещины усталости. Опишем ее поведение при многоцикловом нагружении симметричным циклом.

Амплитудное напряжение локальной зоны в поверхностном слое при многоцикловом циклическом деформировании линейно зависит от деформации и не зависит от степени наработки материала:

$$\sigma_a = E\varepsilon_a, \quad (1)$$

где E – модуль продольной упругости.

Выражение (1) описывает линейную связь между напряжениями и деформациями в локальной зоне. Поскольку закон изменения деформаций от напряжений сложный и не всегда можно его получить в виде определенной функции, данное допущение принято для удобства последующего решения. А так как при циклическом деформировании уровень пластических деформаций по сравнению с упругими незначителен, можно в первом приближении модели полагать, что общая деформация может быть найдена по линейному закону деформирования. Несмотря на это допущение, модель отражает кинетику неупругих деформаций (происходящих процессов) при циклическом нагружении. Для уточнения модели в дальнейшем можно будет принять нелинейный закон изменения этих параметров.

В соответствии с принятыми постулатами модели полная локальная деформация также не зависит от величины наработки материала и выражается как

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}, \quad (2)$$

где ε_{el} , ε_{pl} – амплитуды упругой и пластической деформаций соответственно.

Выражение (2) совместно с (1) показывает, что общая локальная деформация в процессе наработки не изменяется, а происходит перераспределение между упругой и пластической составляющими.

Для описания процесса упрочнения материала, выражающегося в повышении локального циклического предела текучести под действием циклического пластического деформирования (подобно тому, как это происходит при статическом нагружении), введем функцию упрочнения.

В рассматриваемом случае функция упрочнения должна быть некоторой увеличивающейся функциональной зависимостью, связанной с пластической деформацией [3] и описывающей повышение локального циклического предела текучести от некоторого его начального значения σ_T до определенного граничного значения, при котором наступает предельное состояние локальной зоны, т.е. возникновение трещины усталости или полное разрушение:

$$\sigma_T = \sigma_{T,0} + f(\varepsilon_{pl}), \quad (3)$$

где $f(\varepsilon_{pl})$ – ядро функции упрочнения, которое должно отражать характер упрочнения с увеличением числа циклов нагружения.

Примем, как и в работе [3], что ядро кривой упрочнения определяется некоторой степенной функцией вида

$$f(\varepsilon_{pl}) = b(\sigma_a - \sigma_T)^{1/a}, \tag{4}$$

где a – показатель политропы; b – коэффициент пропорциональности.

Ядро (4) функции упрочнения (3) можно задавать в любом другом виде, отражающем поставленные постулаты и необходимые свойства. Например, в виде экспоненциальной зависимости или кусочно-непрерывных функций, что не только изменит характер упрочнения, но и потребует решения поставленной задачи заново.

Принятую функцию упрочнения найдем при подстановке в (3) соотношения (4):

$$\sigma_T = \sigma_{T,0} + b(\sigma_a - \sigma_T)^{1/a}. \tag{5}$$

Согласно описанной модели, вследствие упрочнения материала происходит его разрушение в результате исчерпания пластичности в зоне локализации неупругих деформаций. Учитывая это, можно записать текущее значение локального циклического предела текучести в $(i + 1)$ -м полуцикле нагружения (рис. 2):

$$\sigma_{T,i+1} = \sigma_{T,i} + \frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} \varepsilon_{pl,i}, \tag{6}$$

где σ_T – локальный циклический предел текучести в i -м полуцикле нагружения; $\sigma_{T,i+1}$ – локальный циклический предел текучести в $(i + 1)$ -м полуцикле нагружения; $\varepsilon_{pl,i}$ – значение пластической деформации в i -м полуцикле нагружения; i – индекс, соответствующий полуциклам нагружения, $1 \leq i \leq 2N$.

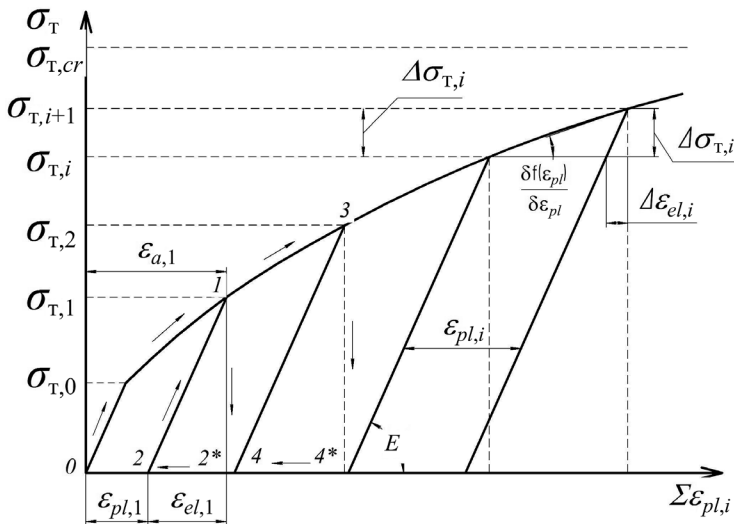


Рис. 2. Схема определения текущего значения предела текучести по диаграмме циклического упрочнения. (Цифрами 0, 1, 2*, 2 обозначен первый полуцикл нагружения, 2, 3, 4*, 4 – второй.)

Как видно из рис. 2, под действием амплитудной нагрузки в каждом полуцикле происходит монотонное увеличение локального циклического предела текучести $\sigma_{T,i}$.

Упругая деформация в каждом полуцикле нагружения может быть найдена как отношение

$$\varepsilon_{el,i} = \frac{\sigma_T}{E}. \quad (7)$$

Тогда значение пластической деформации в i -м полуцикле нагружения может быть определено при подстановке (7) в (2) с учетом (1):

$$\varepsilon_{pl,i} = \frac{\sigma_a - \sigma_T}{E}. \quad (8)$$

Очевидно, что прирост локального циклического предела текучести в процессе наработки от i -го полуцикла до $(i+1)$ -го выразится как

$$\Delta\sigma_T = \sigma_{T,i+1} - \sigma_T. \quad (9)$$

В таком случае уравнение (9) с учетом (8) и (6) преобразуется к виду

$$\Delta\sigma_{T,i} = \frac{1}{E} \frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} (\sigma_a - \sigma_{T,i-1}). \quad (10)$$

Уравнение (10) позволяет вычислять прирост локального циклического предела текучести в каждом полуцикле нагружения. Поскольку прирост пластической деформации за полуцикл при многоцикловом нагружении мал, заменим дискретные значения переменных величин скалярами и перейдем к дифференциалу. Тогда прирост предела текучести для большого числа полуциклов нагружения определится следующим образом:

$$\Delta\sigma_T = \frac{d\sigma_T}{dn} = \frac{1}{E} \frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} (\sigma_a - \sigma_T), \quad (11)$$

где $d\sigma_T$ – прирост предела текучести; dn – прирост полуциклов нагружения.

Выражая из (11) прирост полуциклов нагружения, получаем

$$dn = E \frac{d\sigma_T}{\frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} (\sigma_a - \sigma_T)}. \quad (12)$$

Начальные условия для данного дифференциального уравнения исходя из постулатов модели имеют вид

$$\sigma_T \Big|_{n=0} = \sigma_{T,0}; \quad \sigma_T \Big|_{n=2N} = \sigma_{T,cr}. \quad (13)$$

Проинтегрировав выражение (12) и выставив пределы интегрирования, на основании начальных условий (13) получим

$$\int_0^{2N} dn = E \int_{\sigma_{T,0}}^{\sigma_{T,cr}} \frac{d\sigma_T}{\frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} (\sigma_a - \sigma_T)}. \quad (14)$$

Для определения частной производной в знаменателе зависимости (14) выполним следующие преобразования.

Перепишем (4) с учетом (30):

$$f(\varepsilon_{pl}) = b[\sigma_a - \sigma_{T,0} - f(\varepsilon_{pl})]^{1/a}. \quad (15)$$

Вычислим частную производную по ε_{pl} в зависимости (15):

$$\frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} = \frac{b}{a} (\sigma_a - \sigma_{T,0} - f(\varepsilon_{pl}))^{(1-a)/a} \left(1 - \frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} \right). \quad (16)$$

Подставляя (3) в (16), получаем значение частной производной ядра функции упрочнения в следующем виде:

$$\frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} = \frac{b(\sigma_a - \sigma_T)^{(1-a)/a}}{a + b(\sigma_a - \sigma_T)^{(1-a)/a}}. \quad (17)$$

Определим $(\sigma_a - \sigma_T)$ из (5):

$$\sigma_a - \sigma_T = \left(\frac{\sigma_T - \sigma_{T,0}}{b} \right)^a. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (17) и затем в (9), получаем

$$\frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} = \frac{b^a (\sigma_T - \sigma_{T,0})^{1-a}}{a + b^a (\sigma_T - \sigma_{T,0})^{1-a}}. \quad (19)$$

С учетом (19) зависимость (14) преобразуется к виду

$$\int_0^{2N} dn = E \int_{\sigma_{T,0}}^{\sigma_{T,cr}} \frac{a + b^a (\sigma_T - \sigma_{T,0})^{1-a}}{b^a (\sigma_T - \sigma_{T,0})^{1-a} (\sigma_a - \sigma_T)} d\sigma_T. \quad (20)$$

После преобразований (20) окончательно расчетная зависимость для определения числа циклов нагружения до разрушения примет вид

$$N = \frac{a}{2b^a} E \left[\int_{\sigma_{T,0}}^{\sigma_{T,cr}} \frac{(\sigma_T - \sigma_{T,0})^{a-1}}{\sigma_a - \sigma_T} d\sigma_T + \ln \left| \frac{\sigma_a - \sigma_{T,0}}{\sigma_a - \sigma_{T,cr}} \right|^{1/a} \right]. \quad (21)$$

Зависимость (21) представляет собой связь между текущим значением предела текучести и числом циклов нагружения до достижения заданного предельного упрочнения в рассматриваемой локальной зоне поверхностного слоя материала при нагружении амплитудой σ_a .

Полученная зависимость сложна для решения, так как содержит интеграл, зависящий от параметров a и b , которые являются характеристиками данного материала и зависят от формы образца, условий нагружения и подлежат определению.

Определение параметров предложенной модели предельного упрочнения. Параметры a и b кривой упрочнения, определяющие физико-механические характеристики циклического деформирования, могут быть найдены из системы нелинейных уравнений, составленных с помощью основного уравнения модели (21) и решенных численными методами.

Поскольку подынтегральная функция в выражении (21) (решение для нее можно найти сравнительно несложным методом) не сводится к элементарным функциям, предлагается значение интеграла определять численными методами, при использовании которых он выражается в виде суммы сходящегося бесконечного ряда. Для обеспечения необходимой точности достаточно остановиться на конечном количестве членов ряда.

Для дальнейшего численного решения данной системы уравнений принимаем:

область действия уравнения (21) определяется двумя координатами из экспериментальной кривой усталости по полному разрушению: N_k, σ_k – критическое число циклов и критическое напряжение усталости [5], определяемое как значение амплитудной нагрузки при долговечности, соответствующей переходу от многоциклового области к малоциклового и принятой на уровне $N_k = 5 \cdot 10^4$; N_0, σ_{-1} – абсцисса перелома кривой усталости и предел выносливости при симметричном цикле нагружения соответственно;

нижний предел интегрирования в зависимости (21) принят за начальное значение локального предела текучести и определяется как половина предела выносливости при симметричном цикле нагружения: $\sigma_{T,0} = m_1 \sigma_{-1} = 0,5 \sigma_{-1}$, верхний предел – за величину, пропорциональную критическому напряжению усталости: $\sigma_{T,cr} = m_2 \sigma_k = 1,2 \sigma_k$.

Для построения кривой усталости по зарождению трещины используются те же реперные значения напряжений, что и по полному разрушению, а критическое число циклов и абсцисса перелома кривой усталости находятся по кривой при амплитудах σ_k и σ_{-1} соответственно.

Коэффициент $m_1 = 0,5$ выбирается из условия появления микропластических деформаций при напряжениях выше $\sigma_{T,0}$ и связан с пределом

выносливости σ_{-1} [8], а коэффициент $m_2 = 1,2$ получен с использованием модели на основании анализа наступления предельного состояния при разрушении.

Решение искомого интеграла определяется с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Тейлора в окрестности двух граничных точек, определяющих область действия найденных параметров упрочнения. Решая исходный интеграл из уравнения (21), получаем следующий сходящийся бесконечный ряд:

$$\int_{\sigma_{T,0}}^{\sigma_{T,cr}} \frac{(\sigma_T - \sigma_{T,0})^{a-1}}{\sigma_a - \sigma_T} d\sigma_T = \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{T,cr}^{m+1} - \sigma_{T,0}^{m+1}}{(m+1)!} \frac{d^{(m)}}{d\sigma_T^{(m)}} \left(\frac{(\sigma_T - \sigma_{T,0})^{a-1}}{\sigma_a - \sigma_T} \right) \right]_{\sigma_T=0}. \quad (22)$$

Сумма ряда в выражении (22), а следовательно, и точность описания интеграла зависят от количества членов ряда, которые принимаются в рассмотрение. Очевидно, что ряд в зависимости (22) сходится при $m \rightarrow \infty$ (согласно признаку сходимости рядов Коши, Даламбера и Абеля) [9–11]. Подставив (22) в (21), получим основное уравнение модели, пригодное для численной обработки, в окончательном виде:

$$N = \frac{a}{2b^a} E \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{T,cr}^{m+1} - \sigma_{T,0}^{m+1}}{(m+1)!} \frac{d^{(m)}}{d\sigma_T^{(m)}} \left(\frac{(\sigma_T - \sigma_{T,0})^{a-1}}{\sigma_a - \sigma_T} \right) \right]_{\sigma_T=0} \right] + \ln \left| \frac{\sigma_a - \sigma_{T,0}}{\sigma_a - \sigma_{T,cr}} \right|^{1/a}. \quad (23)$$

Зависимость (23) представляет собой уравнение кривой усталости в неявном виде в интервале амплитуд напряжений от предела выносливости σ_{-1} до критического напряжения усталости σ_K , т.е. для многоциклового области усталости.

Согласно проведенному анализу, для достаточной точности в выражении (23) можно оставлять не более 8–15 членов ряда (при этом общая ошибка по долговечности составляет приблизительно 3...7%). Увеличивая количество членов ряда, можно определить значение расчетной долговечности с точностью до одного цикла, тем самым снизив ошибку с точностью до полуцикла.

Для некоторых комбинаций исходных данных количество членов ряда, которые необходимо оставить для достаточной инженерной точности, колеблется от 3 до 30.

Используя уравнение (23), получаем систему нелинейных уравнений, составленную для принятых граничных условий конца и начала многоциклового области усталости для предельного состояния материала:

$$\left[\begin{aligned}
 N_k &= \frac{a}{2b^a} E \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{T,cr}^{m+1} - \sigma_{T,0}^{m+1}}{(m+1)!} \frac{d^{(m)}}{d\sigma_T^{(m)}} \left(\frac{(\sigma_T - \sigma_{T,0})^{a-1}}{\sigma_k - \sigma_T} \right) \right]_{\sigma_T=0} \right] + \\
 &+ \ln \left| \frac{\sigma_k - \sigma_{T,0}}{\sigma_k - \sigma_{T,cr}} \right|^{1/a} ; \\
 N_0 &= \frac{a}{2b^a} E \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{T,cr}^{m+1} - \sigma_{T,0}^{m+1}}{(m+1)!} \frac{d^{(m)}}{d\sigma_T^{(m)}} \left(\frac{(\sigma_T - \sigma_{T,0})^{a-1}}{\sigma_{-1} - \sigma_T} \right) \right]_{\sigma_T=0} \right] + \\
 &+ \ln \left| \frac{\sigma_{-1} - \sigma_{T,0}}{\sigma_{-1} - \sigma_{T,cr}} \right|^{1/a} .
 \end{aligned} \right. \quad (24)$$

Следует отметить, что при решении системы (24) значения параметров упрочнения a и b необходимо выбирать с учетом условия (2), т.е. наличия неупругих деформаций для рассматриваемой локальной зоны. Уровень неупругих деформаций задаем для амплитуд напряжений σ_k и σ_{-1} исходя из следующих положений.

При напряжении σ_k трещина зарождается в первых циклах нагружения [5], т.е. это напряжение должно быть достигнуто в поверхностном слое и при других уровнях нагрузки при зарождении трещины вследствие поциклового упрочнения. Для зарождения трещины на пределе выносливости (минимальном напряжении) неупругая деформация в поверхностном слое должна быть такой, чтобы в результате упрочнения достигалось σ_k .

Относительно неупругости в поверхностном слое на уровне σ_k предполагаем, что трещина в первом цикле нагружения [5] зарождается вследствие практического исчерпания несущей способности материала в поверхностном слое и начала пластического деформирования внутренних слоев металла. Поскольку это происходит в первом цикле нагружения, полагаем, что напряжение σ_k соответствует пределу прочности при статическом растяжении, когда поверхностный слой теряет прочность, и напряжения сосредотачиваются в шейке.

С учетом вышеизложенного принимаем, что при наработке, равной половине общей долговечности N , на граничных уровнях σ_a в уравнении (23) неупругая деформация ε_{pl} определится как (рис. 3):

$$\begin{aligned}
 \sigma_a = \sigma_{-1} &\rightarrow \varepsilon_{pl} \Big|_{\sigma_a = \sigma_{-1}}^{n = \frac{N(\sigma_a)}{2}} = \frac{\sigma_k - \sigma_{-1}}{E}, \\
 \sigma_a = \sigma_k &\rightarrow \varepsilon_{pl} \Big|_{\sigma_a = \sigma_k}^{n = \frac{N(\sigma_a)}{2}} = \frac{\sigma_b - \sigma_k}{E}.
 \end{aligned} \quad (25)$$

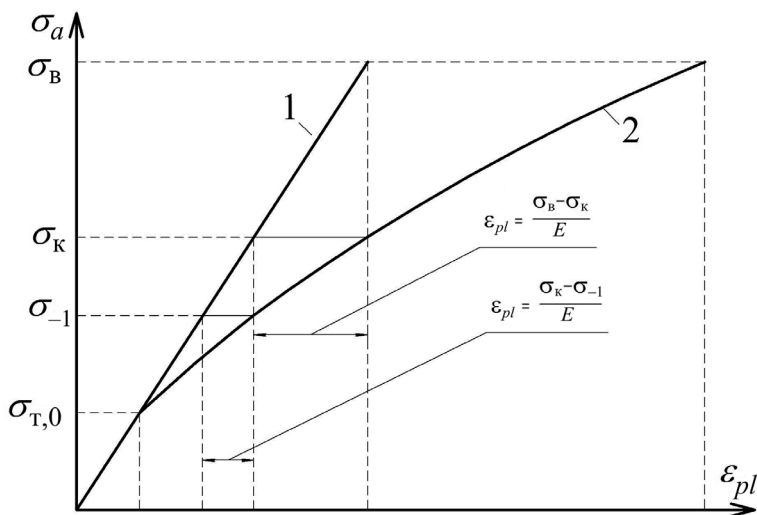


Рис. 3. Заданные уровни циклических неупругих деформаций на граничных уровнях определения σ_a : 1, 2 – упругая и неупругая диаграммы деформирования.

Условия (25) основаны на анализе неупругих деформаций по данным литературных источников [6, 7, 12] и собственным результатам [2, 12, 13] и ставятся для того, чтобы описать диаграмму циклического деформирования.

Решением каждого уравнения системы (24) с использованием условий (25) является сложная функция, аргументы которой – два неизвестных параметра упрочнения a и b (на рис. 4 кривые 1 и 2 в выделенном квадрате). Решением системы (24) совместно с условиями (25) являются численные значения двух искомых параметров a и b , по которым могут быть построены диаграммы упрочнения для разных амплитуд нагрузки по уравнениям (5) или (10) с учетом соотношения (19).

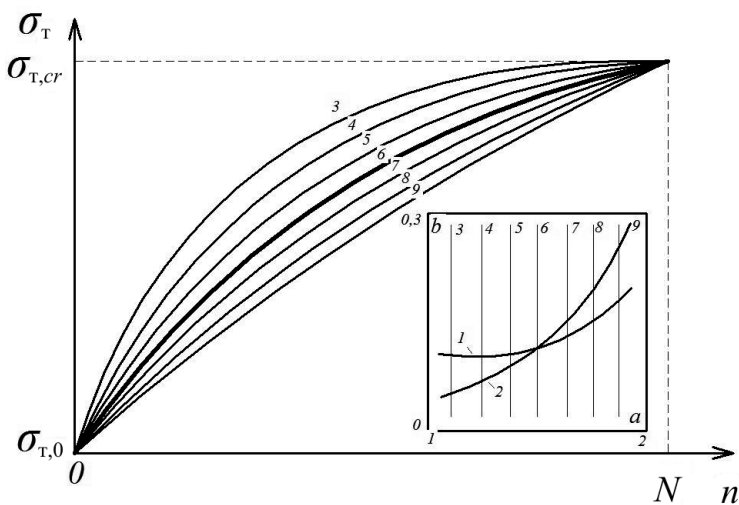


Рис. 4. Семейство кривых упрочнения, построенных по семи срезам уравнений системы (24), (25) – кривые 3–9, и решение системы (24) совместно с условиями (25) (пересечение кривых 1 и 2 в выделенном квадрате).

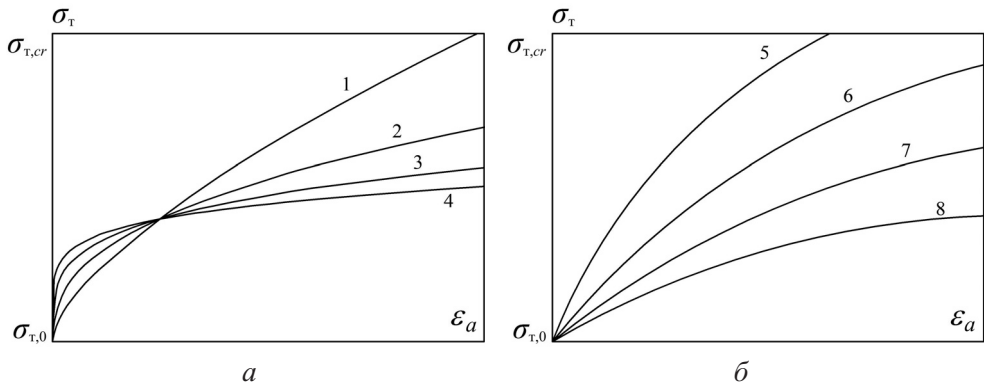


Рис. 5. Общий вид диаграмм упрочнения при разных значениях параметров a и b : $a - 1 - a = 1,5$; $2 - a = 2,5$; $3 - a = 4$; $4 - a = 6$; $b - 5 - b = 1 \cdot 10^{-4}$; $6 - b = 2 \cdot 10^{-4}$; $7 - b = 4 \cdot 10^{-4}$; $8 - b = 6 \cdot 10^{-4}$.

Параметры упрочнения, приводящие к одной и той же долговечности, множественны (рис. 4), но действительны лишь одни из них (на рис. 4 кривая б). Поэтому, записав условия (25) в ином виде, можно описать другое поведение материала в процессе циклического нагружения вследствие изменения значений параметров a и b .

Рассмотрим входящие в (5) величины и их влияние на функцию упрочнения. Величина $\sigma_{T,0}$ определяет значение смещения функции вдоль оси ординат на величину $\sigma_{T,0}$ и вдоль оси абсцисс на величину $\sigma_{T,0}/E$.

Параметр a отвечает за нелинейность процесса упрочнения (отклонения от линейности процесса), т.е. с его увеличением выражение $(\sigma_a - \sigma_{T,i})^a$ принимает большее значение, и упрочнение происходит более интенсивно (рис. 5,а). При очень большом a кривая упрочнения на начальном участке все больше принимает вид функции, которая стремительно возрастает до определенного предела, а затем ее характер становится линейным (рис. 5,а).

Параметр b отвечает за часть упрочнения, приобретенного в данном цикле нагружения, т.е. с его увеличением выражение $b(\sigma_a - \sigma_{T,i})^a$ также увеличивается, и прирост предела текучести происходит более быстрыми темпами (рис. 5,б).

Из системы уравнений, составленных по зависимости (24), в соответствии с условиями (25) для ряда материалов по методикам, изложенным выше, были найдены значения параметров упрочнения a и b (таблица).

Как видно из данных таблицы, параметр упрочнения материала a для обработанных материалов изменяется от 1,1 до 1,83, параметр b – от 0,14 до 0,55.

С использованием рассчитанных параметров кривой упрочнения можно построить кривую усталости по уравнениям (21) или (23) – рис. 6, что подтверждает правильность нахождения параметров a и b для описания долговечности материала.

Рассмотренная модель может быть расширена на гигацикловую область аналогично применяемой для многоциклового области, с той лишь разницей, что за начальную координату области определения уравнений (21), (23)

принимается точка перелома в многоцикловой области – (N_0, σ_{-1}) , а за другую координату – база гигацикловых испытаний и минимальная амплитуда напряжения, при которой в материале появляются первые линии скольжения – $(10^{10}, \sigma_{-1}/2)$ – рис. 6.

Значения параметров a и b для выбранных материалов и координаты характерных точек их кривых усталости по полному разрушению

Сталь	N_k , цикл	σ_k , МПа	N_0 , цикл	σ_{-1} , МПа	a	b	Литературный источник
45(I)	$5,0 \cdot 10^4$	320	$1,0 \cdot 10^6$	270	1,79	0,47	[2]
15кп	$5,0 \cdot 10^4$	205	$4,0 \cdot 10^6$	157	1,33	0,14	[2]
45(II)	$5,0 \cdot 10^4$	265	$0,8 \cdot 10^6$	210	1,57	0,29	[12]
1X13	$5,0 \cdot 10^4$	335	$1,0 \cdot 10^7$	270	1,83	0,55	[12]
0,22% С, многоцикловая область, разрушение	$5,0 \cdot 10^4$	360	$0,5 \cdot 10^7$	240	1,70	0,30	[14]
0,22% С, многоцикловая область, зарождение	$5,0 \cdot 10^3$	360	$0,5 \cdot 10^7$	240	1,95	0,15	[14]
0,22% С, гигацикловая область	$0,5 \cdot 10^7$	240	$1,0 \cdot 10^{10}$	120	1,10	0,23	[14]

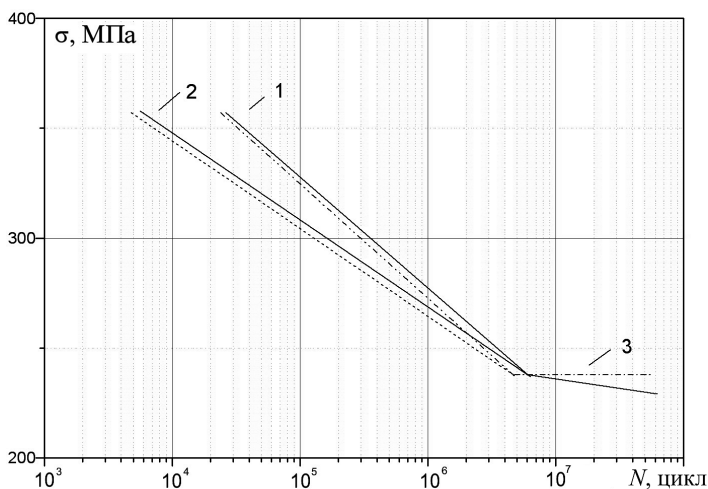


Рис. 6. Кривые усталости, полученные по полному разрушению (1), по зарождению трещины (2), а также для гигацикловой области (3) для стали с 0,22% С (таблица) [14]: штриховая и штрихпунктирная линии – эксперимент; сплошные линии – расчет по (21), (23).

На рис. 6 приведены расчетные и экспериментальные кривые усталости, полученные по зарождению трещины и ее полному разрушению. Видно, что найденные значения a и b диаграммы упрочнения определены с достаточно точным приближением. Так, при $\sigma_a = 280$ МПа ошибка по долговечности составляет 3,37%, при $\sigma_a = 320$ МПа – 4,89%, при $\sigma_a = 360$ МПа – 5,21%.

Для гигацикловой области сравнение для данного материала невозможно, так как нет достоверных экспериментальных данных, однако по принятым точкам ошибка в определении долговечности составляет 2,3%.

Заключение. Предложена модель предельного упрочнения материала для области многоциклового усталости, которая базируется на математическом описании Афанасьева и схеме упрочнения Орована. Модель позволяет определять параметры упрочнения материала по кривой усталости. Результаты апробирования по кривым усталости модели предельного упрочнения свидетельствуют о возможности ее использования для нахождения долговечности в процессе усталости.

Важным аспектом модели является то, что параметры упрочнения определяются по известным механическим характеристикам материала и кривой многоциклового усталости, которые могут быть взяты из базы данных. Для их нахождения исходя из описанной модели необходимо задаться следующими значениями и характеристиками: пределом выносливости при симметричном цикле σ_{-1} ; кривой усталости $N = f(\sigma)$; пределом статической прочности σ_b ; модулем упругости первого рода E .

Данная модель применима для материалов, упрочняющихся в зонах локализации напряжений при циклическом деформировании (в зонах зарождения трещин усталости), несмотря на то что остальной объем материала вне рассматриваемой локальной зоны может циклически разупрочняться.

Резюме

Розроблено модель граничного зміцнення матеріалів, що основана на урахуванні зміцнення в зоні втомного руйнування. За допомогою моделі проводиться оцінка багатоциклової довговічності матеріалів. Описано функцію зміцнення і зв'язок її параметрів із довговічністю. Запропоновано оригінальний метод визначення параметрів моделі на основі кривої втоми за її характерними точками.

1. Троценко В. Т., Лепихин П. П., Хамаза Л. А., Бабич Ю. Н. Автоматизированный банк данных "Прочность материалов" // Пробл. прочности. – 2009. – № 3. – С. 5 – 13.
2. Троценко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – Киев: Наук. думка, 1979. – 172 с.
3. Афанасьев Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов. – Киев: Изд-во АН УССР, 1953. – 128 с.
4. Orowan E. Theory of the fatigue of metals // Proc. Roy. Soc. A. – 1939. – 171 (944). – P. 79 – 106.
5. Иванова В. С., Терентьев В. Ф. Природа усталости металлов. – М.: Металлургия, 1975. – 456 с.
6. Klesnil M. and Lucas P. Fatigue of Metallic Materials. – Prague: Academia, 1980. – 239 p.

7. *Sasaki S. and Ochi Y.* Some experimental study of fatigue slip bands and persistent slip bands during fatigue process of low-carbon steel // *Fract. Mech.* – 1979. – **12**. – P. 531 – 540.
8. *Цыбанев Г. В., Цыбанев М. В.* Модель предельного упрочнения материала как критерия зарождения трещины при многоцикловом нагружении // *Динаміка, міцність і ресурс машин та конструкцій: Тез. доп. міжнар. наук.-техн. конф.* – Київ: Ін-т пробл. міцності НАН України, 2005. – Т. 2. – С. 361 – 362.
9. *Николаевич В. А.* Maple 10. Самоучитель. – М.: Диалектика, 2006. – 353 с.
10. *Макаров Е. Г.* Инженерные расчеты в Mathcad. Учеб. курс. – М.: Диалектика, 2005. – 448 с.
11. *Выгодский М. Я.* Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1975. – 870 с.
12. *Коваль Ю. И.* Кинетика изменений неупругих деформаций в сталях 45 и 1Х13 при стационарном и программном нагружении // *Пробл. прочности.* – 1974. – № 3. – С. 14 – 18.
13. *Цыбанев Г. В., Новиков А. И.* Определение параметров диаграммы циклического упрочнения по результатам испытаний материала на многоцикловую усталость // *Надійність і довговічність машин і споруд.* – 2008. – **30**. – С. 160 – 168.
14. *Иванова В. С., Марьяновская Т. С., Терентьев В. Ф.* Ускоренный метод построения линии Френча с применением энергетических критериев усталости // *Завод. лаб.* – 1966. – № 2. – С. 225 – 228.

Поступила 24. 12. 2008