

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА В ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЯХ ЭЛЕКТРОНОВ

С.С. Проскин, В.А. Дворников, И.А. Кузьмин, И.С. Щедрин

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

E-mail: ISShchedrin@mephi.ru; qstps@gmail.com

Рассмотрен расчет ускорения сгустков в линейных ускорителях электронов, основанный на постулатах электродинамики. Перечислены основные постулаты: увеличение работы равно произведению силы на элемент пройденного расстояния; мгновенная мощность равна отношению прироста работы на отрезок времени; сила, действующая на заряд, равна величине заряда, умноженного на напряженность электрического поля. Используя электродинамическую характеристику, последовательное сопротивление круглого диафрагмированного волновода, равное отношению квадрата напряженности электрического поля ко мгновенной мощности, и выше названные постулаты электродинамики, получено выражение для электрического поля излучения. Рассмотрен переходный процесс поля излучения цуга сгустков.

1. ОСНОВНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ К ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ НА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЕ

Рассматривая вопросы ускорения сгустков электронов в ускоряющих структурах на бегущей волне, следует привести некоторые комментарии к классическим утверждениям, описывающим движение сгустков в ускоряющей секции [1].

Во-первых, приведенное уравнение является важным для определения поля излучения движущегося заряда в диафрагмированном волноводе (КДВ):

$$dW = -qEdz, \quad (1)$$

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\omega P}{v_g Q} = -2\alpha P, \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dz} = -\alpha E. \quad (3)$$

Здесь dW – прирост энергии ускоряемой частицы при прохождении элементарного расстояния dz вдоль оси волновода, q – величина ее заряда, E – амплитуда электрического поля на оси, α – коэффициент затухания, v_g – групповая скорость, P – мгновенная мощность, Q – добротность волновода. Необходимо также отметить, что использованные выражения (2), (3), освещенные у Перри Б. Вильсона в высокоэнергетических линейных ускорителях, справедливы для случая питания КДВ от СВЧ-генератора в установившемся режиме. Ошибочно утверждается, что скорость текущей энергии равна групповой скорости. Однако же групповая скорость отвечает за переходные режимы, а на бегущей волне скорость текущей энергии генератора равна скорости движущихся сгустков электронов.

Соотношение, отмеченное Вильсоном, является последовательным сопротивлением R_p , которое также играет важную роль (далее R_{sh} – шунтовое сопротивление):

$$R_p = \alpha R_{sh} = \frac{\omega R_{sh}}{2v_g Q}, \quad (4)$$

$$R_p = \frac{E^2}{2P}. \quad (5)$$

В следующем выражении следует ставить минус перед произведением постоянного тока и амплитуды поля излучения:

$$\frac{dP}{dz} = I_0 E_b - 2\alpha P. \quad (6)$$

Рассчитаем поле излучения пучка в структуре с бегущей волной, предполагая, что нет на входе мощности от СВЧ-генератора. Из сохранения энергии в любой точке структуры записывается уравнение (6). Где E_b – есть амплитуда поля излучения пучка, которое сопротивляется движению короткого сгустка с постоянным током I_0 . Прирост мощности, который создает пучок, является потерями.

Следующее уравнение означает, что пучок генерирует две волны; второе слагаемое в противофазе, т.е. в фазе с СВЧ-генератором и затухающее, как поле генератора:

$$E_b(z) = I_0 R_{sh} (1 - e^{-\alpha z}). \quad (7)$$

Это противоречит физике процесса. Кроме того, не выполняются граничные условия при $z=0$ у закороченного КДВ.

Выяснено, что на самом деле фундаментальная теорема нагрузки пучком, утверждающая, что заряд теряет на излучение энергию, равную половине наведенного напряжения, дает прямой путь к корректному решению задачи нахождения поля излучения пучка.

2. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ СГУСТКА ЭЛЕКТРОНОВ В КДВ НА ОСНОВЕ ТЕОРЕМ ВИЛЬСОНА И РАМО

Рассмотрим нетрадиционный подход к расчету поля излучения релятивистских электронов в КДВ. Релятивистский сгусток электронов с зарядом q движется вдоль оси КДВ с постоянной скоростью, близкой к скорости света $\beta = v/c = 1$. В соответствии с теоремой Перри Б. Вильсона энергия W , теряемая движущимся сгустком с зарядом q , равна

половине произведения заряда на наведенное им на зазор напряжение U [1]:

$$W = \frac{1}{2} qU. \quad (8)$$

Будем считать, что напряжение U на длине зазора x равно произведению тока I , наведенного зарядом q , на эквивалентное сопротивление R отрезка КДВ длиной x :

$$U = IR. \quad (9)$$

В соответствии с теоремой Саймона Рамо наведенный ток равен произведению заряда на скорость, деленному на длину зазора [2]:

$$I = \frac{qc}{x}. \quad (10)$$

Определим сопротивление R отрезка КДВ длиной x через последовательное сопротивление КДВ R_p :

$$R = R_p x^2. \quad (11)$$

По определению

$$R_p = \frac{E^2}{2P}. \quad (12)$$

В последнем выражении E – напряженность поля на оси в КДВ, P – СВЧ-мощность в данном сечении КДВ.

Используя соотношения (8) - (12) для W , U , I , R и R_p , получаем прирост теряемой сгустком энергии W на отрезке КДВ x :

$$W = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} q^2 c R_p x. \quad (13)$$

Мощность, излучаемая сгустком, равна:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1}{2} q^2 c R_p \frac{x}{t}. \quad (14)$$

В рассматриваемом случае скорость сгустка равна скорости света, т. е. $x/t = c$.

$$P = \frac{1}{2} q^2 c^2 R_p = \frac{E^2}{2R_p}. \quad (15)$$

Отсюда следует, что

$$E = qcR_p. \quad (16)$$

Таким образом, поле E , излучаемое релятивистским сгустком с зарядом q , определяется зарядом, скоростью и последовательным сопротивлением КДВ. Данное выражение справедливо и для скорости сгустка $v < c$, т. е. справедливо для любых скоростей сгустка.

$$E = qvR_p. \quad (17)$$

3. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ СГУСТКА ЭЛЕКТРОНОВ В КДВ. КЛАССИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ

Как и следовало ожидать, простой вывод формулы часто вызывает необоснованное недоверие. Поэтому сделаем вывод классическим способом, опираясь на основные законы электродинамики. Рассмотрим поле излучения сгустка электронов с

зарядом q , движущегося со скоростью v по оси КДВ. Будем считать заряд точечным. При взаимодействии с замедляющей системой в виде КДВ на движущийся заряд будет действовать сила F , равная произведению заряда q на напряженность тормозящего поля излучения E .

$$F = qE. \quad (18)$$

Мгновенная мощность равна дифференциальному отношению работы dA , деленному на временной интервал dt , т. е.

$$P = \frac{dA}{dt}. \quad (19)$$

Отметим, что сила равна отношению dA на dl , где dl – элементарный интервал на оси КДВ.

$$F = \frac{dA}{dl}. \quad (20)$$

Из выражений (19), (20) следует, что мгновенная мощность равна произведению силы на скорость:

$$P = F \frac{dl}{dt} = Fv. \quad (21)$$

Подставив значение силы F из равенства (18) в соотношение (21), получим:

$$P = qEv. \quad (22)$$

Используя соотношение для определения средней по периоду мощности КДВ \bar{P} через напряженность поля E и последовательное сопротивление КДВ R_p , получаем выражение:

$$\bar{P} = \frac{E^2}{2R_p}. \quad (23)$$

Помня о том, что мгновенная мощность P электромагнитного поля и средняя по периоду колебаний мощность \bar{P} отличаются на коэффициент, равный двум, получаем соотношение для мгновенной мощности в виде:

$$P = 2\bar{P}, \quad (24)$$

$$P = \frac{E^2}{R_p}. \quad (25)$$

Из соотношений (22) и (25) следует, что

$$E = qR_p v. \quad (26)$$

Здесь везде неявно предполагалось, что мы имеем дело с решением задачи о движении точечного сгустка электронов с зарядом q и скоростью v на основном виде колебаний волны E в КДВ.

В случае, когда $v \neq c$, уравнение (26) можно записать в виде

$$E = qR_p \beta c. \quad (27)$$

В данном выражении $\beta = v/c$ и при $\beta = 1$ получаем:

$$E = qR_p c. \quad (28)$$

Уравнение (28) можно преобразовать. Поскольку скорость света равна длине волны λ , деленной на период колебаний, имеем

$$c = \frac{\lambda}{T}, \quad (29)$$

$$\frac{q}{T} = I. \quad (30)$$

Здесь I – средний ток сгустков с зарядом q , ускоряемых в КДВ и следующих с периодом колебаний поля СВЧ-генератора. Подставим (29) и (30) в уравнение (28). Получим, что поле излучения сгустка в релятивистском случае при $\beta = 1$ равно

$$E = IR_p \lambda. \quad (31)$$

Для $v \neq c$ имеем

$$E = IR_p \beta \lambda. \quad (32)$$

Выражение (32) необходимо применять для расчета группирователей линейных ускорителей электронов (ЛУЭ). Формула (31) обычно используется для расчета ускоряющих секций ЛУЭ.

Таким образом, очевидна тождественность уравнения (28) для определения поля излучения одиночного сгустка электронов в ускоряющей секции на бегущей волне, выведенное с помощью классической теории, с выражением (17), определенным ранее на основе леммы Вильсона и теоремы Рамо.

4. ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЦУГА СГУСТКОВ В КДВ

Рассмотрим процесс излучения цепочки зарядов q электронов, движущихся с интервалом, равным длине волны λ в КДВ (Рис. 1).

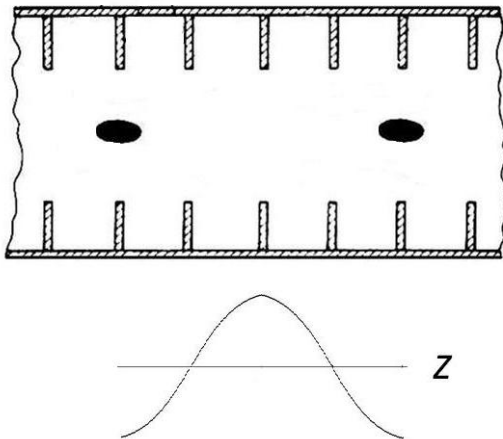


Рис. 1. Пример взаимного расположения сгустков электронов, движущихся вдоль оси КДВ

Первый сгусток излучает поле

$$E = IR_p \lambda. \quad (33)$$

При этом учтено, что пучок релятивистский $v = c$, а интервал между точечными сгустками составляет величину, равную длине волны λ . Используя результаты работы [3] и считая, что КДВ представляет собой проходной резонатор, состоящий из цепочки четвертьволновых резонаторов (вид колебаний КДВ $\theta = \pi/2$) или третьволновых резонаторов (вид колебаний КДВ $\theta = 2\pi/3$), резонаторы являются проходными, в выбранном сечении

КДВ поле E , излучаемое одиночным сгустком, в зависимости от времени имеет вид:

$$E_1 = IR_p \lambda e^{-\pi t/Q_l T}. \quad (34)$$

Здесь t – текущее время; T – период колебаний, равный интервалу между сгустками; Q_l – нагруженная добротность волновода. При $t = 0$ $E_1 = IR_p \lambda$.

В момент влета в выбранное сечение КДВ второго сгустка электронов поле излучения будет равно

$$E_2 = IR_p \lambda + IR_p \lambda e^{-\pi/Q_l}. \quad (35)$$

В момент влета в выбранное сечение третьего сгустка поле излучения будет равно

$$E_3 = IR_p \lambda + IR_p \lambda e^{-\pi/Q_l} + IR_p \lambda e^{-2\pi/Q_l}. \quad (36)$$

Получаемый ряд есть ни что иное, как геометрическая прогрессия. Полное поле в выбранном сечении будет равно

$$E_n = IR_p \lambda \frac{1 - e^{-n\pi/Q_l}}{1 - e^{-\pi/Q_l}}. \quad (37)$$

При бесконечно большом цуге сгустков в секции КДВ с Q_l конечной величины установится постоянное поле излучения, равное

$$E_\infty = IR_p \lambda / (1 - e^{-\pi/Q_l}). \quad (38)$$

Очевидно, что рост амплитуды огибающей поля излучения характеризуется величиной Q_l . Чем больше Q_l , тем дольше продолжается рост амплитуды (Рис. 2).

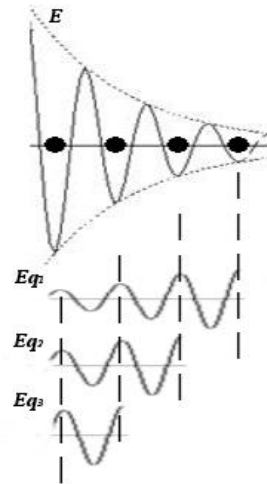


Рис. 2. Переходный процесс поля излучения цуга сгустков в КДВ

Здесь учитываются потери в стенках волновода за период колебаний T . Как видно из (37), максимальное поле достигается после пролета n сгустков в выбранном сечении КДВ. Далее по окончании излучения за n -м сгустком поле спадает по закону:

$$E = IR_p \lambda \frac{1 - e^{-n\pi/Q_l}}{1 - e^{-\pi/Q_l}}. \quad (39)$$

Отметим, что время в данном выражении отсчитывается до момента пролета n -го сгустка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были представлены комментарии к классической теории определения электродинамических характеристик ЛУЭ и предложен метод определения поля излучения пучка, основанный на фундаментальных законах и отличный от классического. Новый способ определения поля излучения сгустка электронов положен в основе рассмотрения переходного процесса и расчета соответствующего поля излучения цуга сгустков, влетающих в ускоряющую секцию.

Методика применима не только для КДВ, но и для других типов ускоряющих систем, имеющих свои преимущества и недостатки, и используемых в ЛУЭ.

Вывод поля излучения пучка электронов, продемонстрированный в настоящей работе, позволяет уточнить определение некоторых электродинамических характеристик, используемых при расчете и оптимизации ускоряющих секций ЛУЭ, в том числе усовершенствовать современное программное обеспечение для их расчета.

Исследование было использовано в реализации двух госконтрактов, в рамках которых была профинансирована малая ускорительная лаборатория НИЯУ МИФИ. В них включена разработка ускорителя на 4 МэВ (с использованием современных клистронов и магнетронов различных длин волн) для получения мощного тормозного излучения электромагнитных волн в ТГц-диапазоне, а также разработка ускорителя на 15 МэВ с током до 1 кА и длительностью импульса порядка 1 нс.

Работа выполнена при поддержке грантов Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» 2009-2013 гг., ГК П433, ГК П1222 и Аналитической ведомственной целевой програм-

мы «Развитие научного потенциала высшей школы» 2009-2010, НИР 1.49.09, а также при поддержке госзаказа Министерства образования и науки Российской Федерации, тема №00-Г-611-4056.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. P.B. Wilson. *High Energy Electron Linacs: Applications to Storage Ring RF Systems and Linear Colliders*. Stanford, California: SLAC-PUB-2884, November 1991 (A), 46 p.
2. S. Ramo. Currents Induced by Electron Motion // *Proceedings of the I/R/E. September. 1939*, p. 584-585.
3. Д. Альтман. *Устройства сверхвысоких частот* / Пер. с англ. под ред. И.В. Лебедева, М.: «Мир», 1968, 487 с.
4. О.А. Вальднер, А.Н. Диденко, А.В. Шальнов. *Ускоряющие волноводы*. М.: «Атомиздат», 1973, 216 с.
5. А.П. Кулаго, И.С. Щедрин. Излучение релятивистских сгустков в КДВ // *II Черенковские чтения: новые методы в экспериментальной ядерной физике элементарных частиц*. М.: «ФИАН». 2009, с. 48-56.
6. В.А. Дворников, И.А. Кузьмин, С.С. Проскин и др. Исследование физических процессов ускорения запасенной энергией предельных плотностей зарядов в секциях круглого диафрагмированного волновода // *Ядерная физика и инжиниринг*. М.: МАИК «Наука/Интерпериодика». 2011, т. 2, № 1, с. 3-17.
7. S.S. Proskin, V.A. Dvornikov, I.A. Kuzmin, et al. Study of Physical Processes of Acceleration of Electron Bunches with Extreme Density by means of Stored Energy in Disk Loaded Waveguide Sections // *Proceedings of IPAC 2012*. New Orleans, Louisiana, USA.

Статья поступила в редакцию 25.09.2013

ELECTRODYNAMICS IN e LINACS

S.S. Proskin, V.A. Dvornikov, I.A. Kuzmin, I.S. Shchedrin

We report a new calculation of electron beam acceleration along linac using fundamental electrodynamics as basis. Following laws are considered: increasing of work equals multiplication of force to elementary interval; power equals work growth over time interval; force acting on charge equals charge value multiplied to electric field value. Using electrodynamic characteristic, series impedance, equaled a square of electric field value divided by power, and also taking into account laws mentioned above, an equation for the electric field radiated by the beam is calculated. A transient process of electric field radiated by beam is considered.

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА В ЛІНІЙНИХ ПРИСКОРЮВАЧАХ ЕЛЕКТРОНІВ

С.С. Проскін, В.А. Дворніков, І.А. Кузьмін, І.С. Щедрін

Розглянуто розрахунок прискорення згустків у лінійних прискорювачах електронів, заснований на постулатах електродинаміки. Перераховані основні постулати: збільшення роботи дорівнює добутку сили на елемент пройденої відстані; миттєва потужність дорівнює відношенню приросту роботи на відрізок часу; сила, що діє на заряд, дорівнює величині заряду, помноженого на напруженість електричного поля. Використовуючи електродинамічну характеристику, послідовний опір круглого діафрагмованого хвилеводу, який дорівнює відношенню квадрата напруженості електричного поля до миттєвої потужності, і вище названі постулати електродинаміки, отримано вираз для електричного поля випромінювання. Розглянуто перехідний процес поля випромінювання цугу згустків.