

Прогнозирование ползучести и длительной прочности материалов при неизотермических процессах деформирования

Н. К. Кучер, Р. П. Приходько, О. В. Боровик

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Представлена модель для описания одномерных неизотермических процессов длительного деформирования, учитывающая поврежденность материала. Влияние напряжений и температуры на изменение скорости деформации ползучести учитывается с помощью скалярной функции поврежденности. Эффективность подхода показана на примере описания ползучести стали 12Cr-18Ni-Mo в достаточно широких диапазонах действующих напряжений и температуры.

Ключевые слова: одномерная ползучесть, уравнение состояния, поврежденность материала, неизотермические процессы деформирования, прогнозирование длительной прочности.

Введение. Многие элементы конструкций современной техники длительное время работают в условиях высокотемпературной ползучести при нестационарном термосиловом нагружении. К ним относятся диски и лопатки энергетических установок, детали летательных аппаратов, конструкции ядерной техники, элементы конструкций metallurgической и химической промышленности и др. В ходе эксплуатации при высокотемпературном нагреве, как правило, существенно изменяются физико-механические свойства материалов и возникают значительные градиенты температуры. Необходимость прогнозирования таких процессов деформирования и оценки прочности проектируемого и действующего оборудования при воздействии нестационарных режимов нагружения обусловила проведение экспериментальных исследований. На основе данных этих исследований были сформулированы исходные гипотезы моделей деформирования и разрушения, предложены методики конкретизации определяющих уравнений состояния и оценены достоверность и область применимости разработанных теорий.

Наиболее полно результаты исследований содержатся в ряде монографий [1–6], обзорных статьях [7–9] и справочниках [10, 11]. При исследовании длительной прочности материалов следует различать два подхода. Первый – кинетический, основанный на использовании параметра поврежденности и кинетической теории ползучести [1, 2], второй – критериальный, базируется на привлечении критериев сопротивления металлов длительному разрушению исходя из концепции эквивалентного напряжения [9]. В данной работе рассмотрим одну из моделей кинетического подхода.

При описании процессов ползучести в инженерной практике наиболее часто применяют теории старения, упрочнения и течения [1, 2, 12]. Каждая из них описывает только один из трех характерных участков кривой ползучести. Главным недостатком теорий является неполное описание процессов

деформирования и неучет влияния истории напряжений на текущее напряженно-деформированное состояние (НДС).

Теория упругопластических процессов А. А. Ильюшина имеет более широкие возможности для использования [12]. Однако сложность уравнений состояния, трудность конкретизации определяющих соотношений и отсутствие необходимого программного обеспечения не позволяют применять ее при расчете конструктивных элементов.

Одним из наиболее перспективных на данном этапе является подход, который обобщает соотношения теорий старения, упрочнения или течения на основании концепции “внутренних” или “скрытых” переменных. Внутренние переменные дают возможность точнее описывать процессы деформирования, а в отдельных случаях даже учитывать влияние истории напряжений на текущее НДС материала. Эти переменные подчиняются некоторой системе дифференциальных или интегро-дифференциальных эволюционных соотношений и могут быть скалярными, векторными или тензорными величинами [13, 14].

Предположение о том, что параметр поврежденности – скалярная величина, следует из гипотезы об изотропном изменении свойств повреждающейся среды. Экспериментальные данные, полученные в настоящее время, свидетельствуют, что повреждение зависит от истории напряженного состояния материала. В этих случаях для параметра поврежденности должны использоваться векторные или тензорные меры. Несмотря на это, скалярная мера, как первое приближение, широко применяется в инженерных расчетах.

Скалярный параметр поврежденности ω , впервые предложенный в [15], использовался в [1, 2] при решении ряда конкретных задач для более полного описания процессов длительного деформирования материалов. Предполагается, что он принимает значение из диапазона $[0, 1]$ и равен нулю для неповрежденного материала и единице в момент разрушения.

Наиболее известные варианты эволюционных уравнений были предложены Л. М. Качановым [15], Дж. Леметром и А. Пламтри [16], Ю. Н. Работниковым [1], С. А. Шестериковым и А. М. Локощенко [7] и др. По их мнению, скорость изменения повреждений и сами повреждения зависят от некоторого соотношения, в которое входит ряд характеристик материала.

Отличительной особенностью данных уравнений является постоянство используемых параметров для всего диапазона напряжений при изотермических условиях нагружения. Модели с такими уравнениями описывают деформирование и разрушение материалов на основе гипотезы о линейном суммировании повреждений.

Возможности эволюционных уравнений, которые содержат три и более характеристик материала, могут быть расширены при предположении зависимости одной из них от действующего напряжения. Такие исследования были выполнены в [17] при использовании критерия длительного рассеянного разрушения.

Более точное описание термомеханического поведения материалов возможно при вышеуказанном подходе, если предположить, что все параметры, входящие в эволюционное соотношение, зависят от действующего напряжения и температуры [18].

1. Основные гипотезы и используемые уравнения состояния. Ограничиваюсь рассмотрением одномерного случая, полагаем, что полная деформация ε может быть представлена в виде

$$\varepsilon = \psi(\sigma) + \varepsilon^c + \alpha_T(T - T_0), \quad (1)$$

где $\psi(\sigma)$ – мгновенная деформация, которая включает в себя упругую ε^e и пластическую ε^p составляющие; ε^c – деформация ползучести; α_T – коэффициент линейного теплового расширения; T – температура; $\alpha_T(T - T_0)$ – температурная деформация.

Согласно современной теории повреждаемости материалов, определяющие уравнения теории упрочнения в одномерном случае могут быть представлены в виде

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = f_1(\sigma, \varepsilon^c, \omega, T), \quad \frac{d\omega}{dt} = f_2(\sigma, \varepsilon^c, \omega, T). \quad (2)$$

Выражения (2) устанавливают зависимости между мгновенными значениями напряжений σ , деформации ползучести ε^c , температурой T , параметром поврежденности ω и скоростями $d\varepsilon^c/dt$ и $d\omega/dt$. Здесь t – время; f_1 и f_2 – некоторые функции, подлежащие определению. Функция f_1 конкретизируется по результатам испытаний образцов на ползучесть при постоянном напряжении, f_2 – исходя из кривых длительной прочности.

В качестве эволюционного дифференциального уравнения для функции поврежденности выберем уравнение Леметра–Пламтри [16]

$$\frac{d\omega}{dt} = D \frac{\sigma^k}{(1-\omega)^s}, \quad s = k + q. \quad (3)$$

Заметим, что параметры D , k , q , согласно нашему предположению, зависят от напряжения и температуры, т.е. являются обычными функциями от этих параметров. Тогда $D = D(\sigma, T)$, $k = k(\sigma, T)$, $q = q(\sigma, T)$. Если, исходя из анализа экспериментальных данных, некоторые из них не зависят или слабо зависят от этих параметров, то соответствующие характеристики могут считаться константами.

За определяющее уравнение модели можно принять простейшее соотношение теории упрочнения [1]

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = B \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n, \quad (4)$$

где B , n – функции, подлежащие определению, $B = B(\sigma, T)$, $n = n(\sigma, T)$.

2. Методика конкретизации определяющих соотношений. Отметим, что при $\sigma = \text{const}$, $T = \text{const}$ соотношение (3) интегрируется в квадратурах. В этом случае его решение имеет вид

$$\omega = 1 - [1 - (1 + s)D\sigma^k t]^{1/(1+s)}. \quad (5)$$

В момент разрушения при $t = t_R$ функция поврежденности ω равна единице. Тогда из соотношения (5) следует

$$t_R = \frac{1}{(1 + s)D\sigma^k}. \quad (6)$$

Логарифмируя последнее соотношение, получаем уравнение длительной прочности в логарифмической системе координат:

$$\lg t_R = -k \lg \sigma - \lg[(1 + s)D]. \quad (7)$$

Как отмечалось в [1], для всех известных материалов слагаемое $\lg[(1 + s)D]$ зависит только от напряжения, что существенно упрощает нахождение параметров определяющих соотношений.

Следовательно, функции $s(\sigma, T)$ и $D(\sigma, T)$ должны быть выбраны таким образом, чтобы их произведение зависело только от температуры. Это легко сделать [19], если воспользоваться аппроксимацией $k = k(\lg \sigma)$ в виде полинома n -й степени от $\lg(\sigma)$, предполагая, что коэффициенты разложения зависят от температуры.

Функции $(1 + s)D$ и k можно вычислить с помощью известного параметрического метода Мэнсона–Хэферда [20], согласно которому семейство кривых длительной прочности для различных фиксированных значений температуры может быть “сжато” в одну кривую. Если ограничиться при этом полиномом пятой степени, получим

$$\begin{aligned} \lg(t_R) &= \lg t_a + [T + 273,15 - T_a][b_0 + b_1 \lg \sigma + \\ &+ b_2 (\lg \sigma)^2 + b_3 (\lg \sigma)^3 + b_4 (\lg \sigma)^4 + b_5 (\lg \sigma)^5], \end{aligned} \quad (8)$$

где T_a , t_a – характеристики оптимизации; b_i – постоянные аппроксимации. Методика их определения детально изложена в [21].

Сравнивая последнее соотношение с (7), получаем

$$k = -[T + 273,15 - T_a][b_1 + b_2 \lg \sigma + b_3 (\lg \sigma)^2 + b_4 (\lg \sigma)^3 + b_5 (\lg \sigma)^4]; \quad (9)$$

$$\lg[(1 + s)D] = -\lg t_a - b_0[T + 273,15 - T_a]. \quad (10)$$

Для конкретизации $D(\sigma, T)$ и $q(\sigma, T)$ с учетом соотношений (9) и (10) необходимо еще одно уравнение. Воспользуемся энергетическим критерием длительного рассеянного разрушения [17], который можно представить в виде

$$\int_0^1 \omega(\tau) d\tau \int_0^{\varepsilon_b} \varphi_0(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{\varepsilon_\sigma}^{\varepsilon_b} [\varphi_0(\varepsilon) - \sigma] d\varepsilon, \quad (11)$$

где $\varphi_0(\varepsilon)$ определяет мгновенную диаграмму деформирования для фиксированного значения температуры; ε_b и ε_σ – деформации, соответствующие пределу прочности материала и заданному значению напряжения σ на диаграмме мгновенного деформирования; τ – безразмерное время, $\tau = t/t_R$.

Решение уравнения (11) определяется [17] выражением

$$q = \int_0^{\varepsilon_b} \varphi_0(\varepsilon) d\varepsilon / \int_{\varepsilon_\sigma}^{\varepsilon_b} [\varphi_0(\varepsilon) - \sigma] d\varepsilon - (2 + k). \quad (12)$$

Следовательно, соотношения (9), (10) и (12) полностью определяют искомые параметры эволюционного уравнения Леметра–Пламтри. Выражение (12) позволяет вычислить величину параметра q , если известны диаграммы мгновенного деформирования $\varphi_0(\varepsilon)$ для различных фиксированных значений температуры. Аппроксимирующие функции $q(\sigma, T)$ и $D(\sigma, T)$ конкретизируются, исходя из определенных значений параметров, с помощью сглаживающей аппроксимации поверхностей [19].

Для функции поврежденности (5) из представления (4) после интегрирования получим

$$\varepsilon^c = A(\sigma, T) \{1 - [1 - (1 + k + q)D\sigma^k t]^z(\sigma, T)\}, \quad (13)$$

где

$$A(\sigma, T) = \frac{B\sigma^k}{D(1 + q + k - n)}; \quad z(\sigma, T) = \frac{1 + q + k - n}{1 + q + k}. \quad (14)$$

Параметры $A(\sigma, T)$ и $z(\sigma, T)$ для различных фиксированных значений температуры и напряжений вычислим путем аппроксимации соответствующих кривых ползучести с помощью выражения (13), используя численный метод наименьших квадратов. Полученные значения аппроксимируем посредством сглаживающей аппроксимации поверхностей [19]. Заметим, что данный подход может использоваться для конкретизации этих параметров и более сложных уравнений состояния.

3. Соответствие уравнений состояния экспериментальным данным. Для иллюстрации эффективности применения предложенных уравнений состояния к описанию длительного деформирования материалов воспользуемся результатами испытаний стали 12Cr–18Ni–Mo на ползучесть [20]. В [20] вычислены параметр Мэнсона–Хэфтерда

$$P = \frac{\lg t_R - \lg t_a}{T + 273,15 - T_a} \quad (15)$$

и две константы оптимизации T_a и t_a .

При $T_a = 540^\circ\text{C}$ и $\lg t_a = 20,67502$ ($[t_a]$, ч) кривые длительной прочности в координатах $\lg \sigma - P$ при фиксированных значениях температуры “сжимаются” в одну кривую.

Из представленных на рис. 1 результатов видно, что для аппроксимации кривых длительной прочности в рассматриваемых диапазонах изменения температуры и напряжений можно воспользоваться принципом температурно-временной аналогии. Аппроксимируя их полиномом пятой степени с помощью метода наименьших квадратов, находим $b_0 = -1,169247$; $b_1 = 2,920116$; $b_2 = -2,926939$; $b_3 = 1,448348$; $b_4 = -0,354516$; $b_5 = 0,0342877$.

Зависимости времени до разрушения от величины действующих постоянных напряжений при фиксированных значениях температуры и аппроксимация результатов опыта посредством функции (8) приведены на рис. 2.

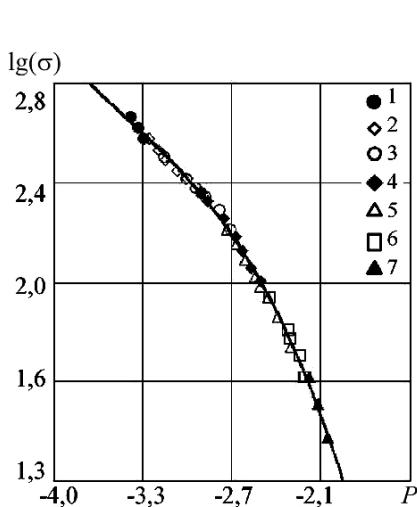


Рис. 1

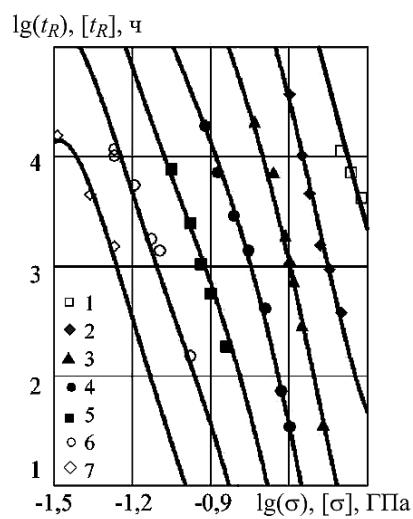


Рис. 2

Рис. 1. Диаграммы длительной прочности стали 12Cr-18Ni-Mo в координатах $\lg(\sigma) - P$ при различных фиксированных значениях температуры: 1 – $T = 500^\circ\text{C}$; 2 – $T = 550^\circ\text{C}$; 3 – $T = 600^\circ\text{C}$; 4 – $T = 650^\circ\text{C}$; 5 – $T = 700^\circ\text{C}$; 6 – $T = 750^\circ\text{C}$; 7 – $T = 800^\circ\text{C}$.

Рис. 2. Диаграммы длительной прочности стали 12Cr-18Ni-Mo при различных фиксированных значениях температуры и описание их аппроксимирующей функцией (8): 1 – $T = 500^\circ\text{C}$; 2 – $T = 550^\circ\text{C}$; 3 – $T = 600^\circ\text{C}$; 4 – $T = 650^\circ\text{C}$; 5 – $T = 700^\circ\text{C}$; 6 – $T = 750^\circ\text{C}$; 7 – $T = 800^\circ\text{C}$.

Отметим, что параметры T_a , t_a и коэффициенты аппроксимирующей функции определены при обработке результатов 40 экспериментов [20].

Как видно из рис. 2, наблюдается достаточно хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными по длительной прочности во всем исследуемом диапазоне напряжений при $500 \leq T \leq 800^\circ\text{C}$.

Для определения диаграмм мгновенного деформирования исследуемой стали необходимо провести специальные опыты, которые не представлены в [20]. Воспользуемся информацией о начальных участках диаграмм деформирования при рассматриваемых температурах и приведенными значениями прочностных характеристик [20]. К сожалению, значение деформации ε_b , соответствующее пределу прочности σ_b , в [20] не приведено. Поэтому постулируем такие зависимости, некоторые из них даны на рис. 3.

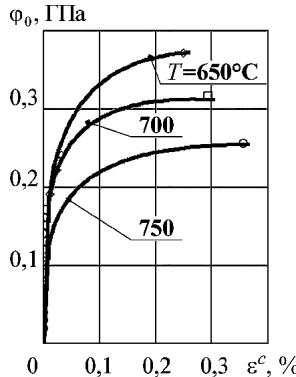


Рис. 3. Постулируемые диаграммы мгновенного деформирования при различных температурах.

Аналогичные соотношения приняты и для других фиксированных значений температур. С использованием представленных соотношений для $\varphi_0(\varepsilon)$ по выражению (12) вычислим значения функции $q = q(\sigma, T)$ в различных точках исследуемого диапазона.

Введем понятие безразмерного времени $\tau = t/t_R$ и на основании соотношения (5) запишем

$$\omega(\tau) = 1 - [1 - \tau] \frac{1}{1 + k(\sigma, T) + q(\sigma, T)}, \quad 0 \leq \tau \leq 1. \quad (16)$$

Вычисленное распределение функции поврежденности $\omega(\tau)$ в зависимости от τ для различных фиксированных значений напряжений и температуры приведено на рис. 4.

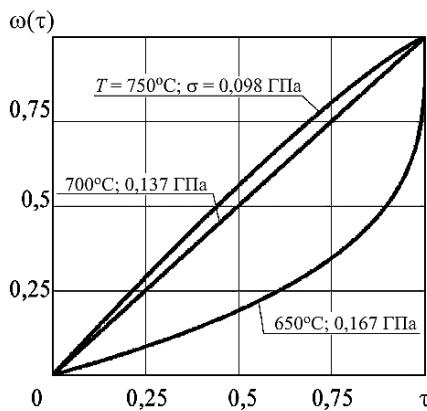


Рис. 4. Расчетное распределение функции поврежденности $\omega(\tau)$, соответствующее различным значениям температуры и напряжений.

Как видно из рис. 4, имеет место нелинейное накопление повреждений в процессе деформирования. В зависимости от температуры T и действующего напряжения σ изменяются не только величина повреждения, но и знак кривизны распределения $\omega(\tau)$.

Для расчета деформаций ползучести при таком подходе необходимо конкретизировать функции $A(\sigma, T)$ и $z(\sigma, T)$. Это легко сделать, воспользовавшись вышеуказанными экспериментальными данными, полученными на основе представления (13) и метода наименьших квадратов.

В частности, параметры функции $A(\sigma, T)$ вычислим при анализе распределения максимальной деформации ползучести ε^c при разрушении, выбрав наиболее подходящую функцию. Аналогично характеристики функции $z(\sigma, T)$ находим при рассмотрении распределения $\varepsilon^c(t)$ для фиксированных значений температуры и напряжений. Результаты такой аппроксимации приведены на рис. 5, 6.

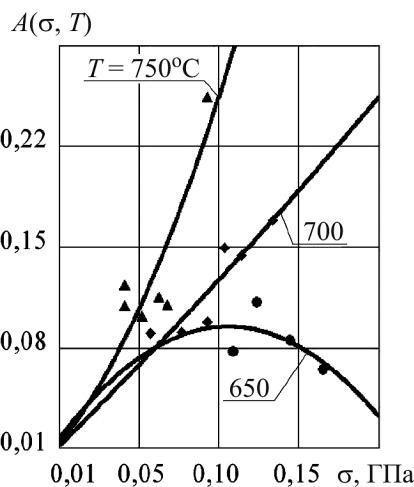


Рис. 5

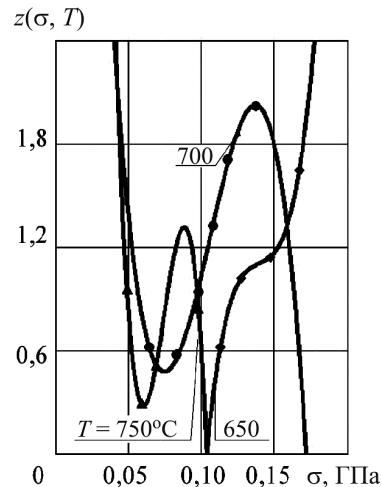


Рис. 6

Рис. 5. Изменение параметра $A(\sigma, T)$ в зависимости от напряжения σ при различных фиксированных значениях температуры.

Рис. 6. Распределение параметра $z(\sigma, T)$ при различных фиксированных значениях температуры и аппроксимация экспериментальных данных.

Из рис. 5 следует, что параметр $A(\sigma, T)$ не всегда монотонно изменяется в зависимости от действующего напряжения в отличие от результатов, приведенных в работе [18].

После конкретизации всех параметров определяющих соотношений для вычисления распределения деформации ползучести ε^c воспользуемся соотношением (13).

На рис. 7 представлены экспериментально определенные [20] и вычисленные зависимости деформации ползучести для различных фиксированных значений напряжений и температуры.

Аналогичное соответствие между расчетными и экспериментальными деформациями ползучести имеет место и при других значениях температуры и напряжений. Как видно из рис. 7, между результатами наблюдается хорошее соответствие во всем рассматриваемом диапазоне напряжений и температур.

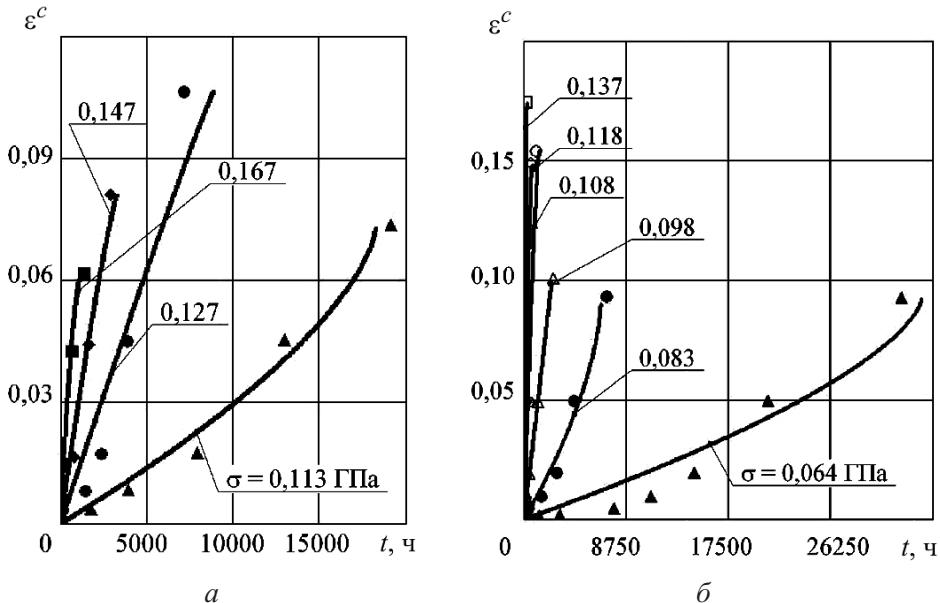


Рис. 7. Экспериментальные (точки) и расчетные (линии) кривые ползучести стали 12Cr–18Ni–Mo при температурах $T = 650$ (а) и 750°C (б).

4. Прогнозирование длительной прочности материалов. Несмотря на значительное количество методов прогнозирования, в инженерной практике наибольшее распространение получили параметрические зависимости Ларсена–Миллера, Оппа–Шерби–Дорна и Мэнсона–Хэфтерда [6, 21, 22]. Предполагается, что две первые являются физически наиболее обоснованными, третья – получена на основании формальных предпосылок [6, 22]. Параметрические зависимости, к сожалению, не учитывают кинетику структурного состояния материала при длительном действии нагрузки и не позволяют в связи с этим осуществить достоверное прогнозирование при постоянных значениях входящих в них коэффициентов.

Считается, что разработка физически обоснованных методов прогнозирования длительной прочности еще далека от завершения и требует дальнейшего развития.

В то же время исходя из анализа данных о закономерностях деформирования и разрушения большого количества металлов и сплавов в [6] предложена эмпирическая формула для прогнозирования длительной прочности, которая в ряде случаев дает лучшие результаты прогноза, чем параметрические методы. При этом для отдельных материалов имеет место удовлетворительное соответствие между экспериментальными и прогнозируемыми данными при экстраполяции длительной прочности на один, два и более порядков.

Для описания метода базовых диаграмм [6] полагаем, что из эксперимента известны напряжения σ_k^3 и соответствующее им время до разрушения \tilde{t}_k ($k = 1, 2, \dots, n$; $n > 2$). Базовые диаграммы деформирования $\tilde{\sigma}(\tilde{t})$ при фиксированной температуре определяются соотношением

$$\lg(\tilde{\sigma}(p_i, \tilde{t})) = \lg(p_i) - \frac{3,6 - \lg(p_i)}{12} [1 + 0,1\lg(\tilde{t})]\lg(\tilde{t}), \quad (17)$$

где p_i – некоторый параметр, зависящий от координат точки, из которой осуществляется прогнозирование. Для его вычисления достаточно подставить в (17) выражения $\tilde{\sigma} = \sigma_i$ и $\tilde{t} = t_i$, а затем решить полученное уравнение. Другими словами, параметр p_i обеспечивает прохождение базовой диаграммы через точку, которая соответствует напряжению σ_i и долговечности t_i .

Отметим, что в (17) напряжения измеряются в МПа, а время до разрушения – в часах. При других размерностях напряжения и времени числовые значения будут иными.

Вначале для каждого участка $[\tilde{t}_i, \tilde{t}_j]$ находим параметр β_{ij} по выражению

$$\beta_{ij} = \frac{\sigma_i^3 - \sigma_j^3}{\sigma_i^3 - \tilde{\sigma}(\tilde{t}_j)}, \quad i=1, 2, \dots, n-1; \quad j > i, \quad (18)$$

где $\tilde{\sigma}(\tilde{t}_j)$ – значение напряжения, определенное по базовой диаграмме. Этот параметр характеризует отношение понижения экспериментально полученной длительной прочности за время $\tilde{t}_j - \tilde{t}_i$ к аналогичной величине, вычисленной на основе базовой диаграммы.

Прогнозируемое напряжение $\sigma^*(\tilde{t}_{n+1})$ определяется по выражению

$$\sigma^*(\tilde{t}_{n+1}) = \sigma_n^3 - \beta[\sigma_n^3 - \tilde{\sigma}(\tilde{t}_{n+1})]. \quad (19)$$

При этом параметр β находится из анализа значений β_{ij} в результате минимизации средней квадратической погрешности прогнозирования:

$$S = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m [\Delta_{ij}]^2}, \quad \Delta_{ij} = \frac{\sigma^*(\tilde{t}_j) - \sigma_i^3}{\sigma_i^3}, \quad (20)$$

где m – количество рассматриваемых участков.

Величина прогнозируемого значения напряжения стали 12Cr–18Ni–Mo при $T = 650^\circ\text{C}$ на базе $\tilde{t} = 19119,8$ ч согласно МБД составляет 112,5 МПа.

Для определения аналогичной величины $\sigma = \sigma^*$ в соответствии с методом Мэнсона–Хэферда, согласно которому образец разрушится на базе $t_R = t^*$, необходимо, используя любой численный метод, решить уравнение (8). Прогнозируемое напряжение для $\tilde{t} = 19119,8$ ч в соответствии с критерием Мэнсона–Хэферда равно 114 МПа, экспериментальное значение напряжения для этой базы – 113 МПа. Как видно, расчетные данные, полученные по обоим подходам, достаточно хорошо соответствуют эксперименту. Однако различие между прогнозируемыми величинами будет увеличиваться с ростом базы прогнозирования.

Выводы

- Предложенная модель неупругого деформирования материалов, учитывающая зависимость параметров состояния от напряжения и температуры, позволяет более точно описать высокотемпературные нестационарные процессы деформирования для широкого класса материалов. Она принадлежит к классу моделей с нелинейным накоплением повреждений, что соответствует многочисленным экспериментальным данным.
- Предлагаемые определяющие уравнения легко могут быть использованы в существующих вычислительных комплексах при простой замене констант материала соответствующими функциями.
- При прогнозировании длительной прочности на порядок наиболее предпочтителен метод базовых диаграмм.

Резюме

Представлено модель для опису одновимірних неізотермічних процесів три-валого деформування, що враховує пошкодженість матеріалу. Вплив напруженій і температури на зміну швидкості деформації повзучості враховується за допомогою скалярної функції пошкодженості. Ефективність підходу показано при описі повзучості сталі 12Cr–18Ni–Mo для досить широких діапазонів діючих напружень і температури.

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979. – 795 с.
3. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях. В 2 т. / Под ред. Г. С. Писаренко. – Киев: Наук. думка, 1980. – Т. 1. – 536 с.; Т. 2. – 771 с.
4. Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Гигиняк Ф. Ф., Ламашевский В. П. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / Под. ред. А. А. Лебедева. – Киев: Издательский дом “Ин Юре”, 2003. – 540 с.
5. Локощенко А. М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. – М.: МГИУ, 2007. – 264 с.
6. Прочность материалов и конструкций / Под ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2012. – Т. 5. Прогнозирование высокотемпературной ползучести и длительной прочности металлов / В. В. Кривенюк. – 752 с.
7. Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. – М.: ВИНТИ, 1980. – Т. 13. – С. 3 – 104.
8. Голуб В. П. Экспериментальные исследования высокотемпературных процессов ползучести, усталости и поврежденности. II. Основные закономерности // Прикл. механика. – 2001. – 37, № 5. – С. 3 – 43.

9. Локощенко А. М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2012. – № 3. – С. 116 – 156.
10. Либерман Л. Я., Пейсихис М. И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлотурбостроении. – Л.: ЦКТИ, 1966. – Вып. 16, ч. 1. – 219 с.; ч. 2. – 244 с.; ч. 3. – 180 с.
11. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под. общ. ред. С. А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 102 с.
12. Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Из-во АН СССР, 1963. – 271 с.
13. Коларов Д., Балтов А., Бончева Н. Механика пластических сред. – М.: Мир, 1979. – 304 с.
14. Карнаухов В. Г. Связанные задачи термовязкоупругости. – Киев: Наук. думка, 1982. – 260 с.
15. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1958. – № 8. – С. 26 – 31.
16. Леметр Дж., Пламтри А. Применение поврежденности для расчета разрушения в условиях одновременной усталости и ползучести // Теорет. основы инж. расчетов. – 1979. – **101**, № 3. – С. 124 – 134.
17. Голуб В. П., Погребняк А. Д. Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1994. – 228 с.
18. Кучер Н. К. Модель теории упрочнения, учитывающая поврежденность материала, для неизотермического деформирования // Вестн. НТУУ. Машиностроение. – 2004. – **45**. – С. 15 – 19.
19. Дьяконов В. П. MATLAB 6/6.1/6.5+Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. – М.: СОЛОН, 2003. – 576 с.
20. Data Sheets on the Elevated-Temperature Stress relaxation Properties of 18Cr–12Ni–Mo Hot Rolled Stainless Steel Plate (SUS316-HP) // NRIM Creep Data Sheet. – 1996. – No. 42. – P. 1 – 24.
21. Manson J. S. and Ensign C. R. A quarter-century of progress in the development of correlation and extrapolation methods for creep rupture data // Trans. ASME. – 1979. – **101**. – P. 317 – 325.
22. Ковпак В. И. Прогнозирование жаропрочности металлических материалов. – Киев: Наук. думка, 1981. – 240 с.

Поступила 25. 09. 2012