УДК 533.9

НЕЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

В.Л. Сизоненко

Харьковский национальный аграрный университет им. В.В. Докучаева, Харьков, Украина

E-mail: admin @agrouniver.Kharkov, com

Исследовано движение заряженных частиц плазмы в турбулентных электрических полях, фазы волновых пакетов которых изменяются случайным образом на некотором расстоянии, меньшем длины полета частицы. Показано, что скорость частиц в таких полях состоит из суммы случайных величин и подчиняется нормальному закону распределения. Выведены уравнения для усредненных значений скорости и температуры. Рассмотрены пучковая и бунемановская неустойчивости, и показано, что обратное воздействие волн на частицы приводит к полному торможению потоков и передаче их энергии температуре частиц и колебаниям энергетического поля.

МОДЕЛЬ

В турбулентной плазме обратное воздействие осциллирующего электрического поля $\vec{E} = -\Delta\varphi(\vec{r};t)$ на частицы разрушает черенковский резонанс $\omega = \vec{k}\cdot\vec{\upsilon}$, где ω и $\vec{k}$ – частота и волновой вектор гармоник поля. Он как бы «уширяется» путем добавления к ω комплексных добавок ν, зависящих от скорости частиц $\vec{\upsilon}$. Теория «уширения» таких резонансов развита в работах [1-4]. Их авторам пришлось применять громоздкий математический аппарат для отыскания приближенных решений кинетического уравнения Власова, и использовать разумные допущения, превращающие тем не менее точные уравнения для функций распределения частиц в модельные. Важным (но не доказанным) допущением указанных работ является предположение о диффузном характере рассеяния частиц плазмы на турбулентных пульсациях электрических полей, позволяющее проводить статистические усреднения сложных интегродифференциальных операторов, и феноменологически заменять их некоторыми коэффициентами диффузии $D(\vec{\upsilon}) \sim \nu^2$.

В настоящей работе предложен иной путь описания эффектов разрушения черенковских резонансов, позволяющий более просто, чем в работах [1-4] и подобных им и, главное, точно рассмотреть это явление. Он не требует использования громоздкого аппарата для анализа решений уравнения Власова, но предполагает, что фазы гармоник электрических полей скоррелированы только в некоторой области пространства $|\Delta\vec{r}|$, а в двух соседних областях они случайны друг по отношению к другу (т.е. поле $\vec{E}$ имеет турбулентный характер зависимости от $\vec{r}$). Покажем, что в этом случае в плазме устанавливаются законы распределения частиц по скоростям, близкие к нормальным законам распределения [5].

Если $\vec{r}(t)$ и $\vec{V}(t) = d\vec{r}(t)/dt \equiv \dot{\vec{r}}$ – координата и скорость отдельной частицы как функции времени t, то ее движение в электрическом поле $\vec{E} = -\nabla\phi(\vec{r},t)$ волны описывается уравнением $\ddot{\vec{r}} = -(e_\alpha/m_\alpha)\nabla\phi(\vec{r},t)$, где e_α и m_α – электрический заряд и масса точечной частицы сорта α. Пусть потенциал $\varphi(\vec{r},t)$ можно представить суперпозицией отдельных волновых пакетов:

$$\varphi(\vec{r};t) = \sum_j \varphi_j(\vec{r};t), \tag{1}$$

где

$$\varphi_j(\vec{r};t) = \frac{L_j^3}{(2\pi)^{3/2}}\cdot\int d\vec{k}\psi_j(\vec{k})\exp\left\{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_j) - i\omega t + \delta\vec{k}j\right\}$$

$$\left\{\exp\left[-\frac{\left(\vec{k}-\vec{k}_j\right)^2}{2}\cdot L_j^2\right] + \exp xp\left[-\frac{1}{2}\left(\vec{k}+\vec{k}_j\right)^2 L_j^2\right]\right\},$$

$\omega \equiv \omega_{\vec{k}} + i\gamma$ – комплексная частота; $\omega_{-\vec{k}} = -\omega_{\vec{k}}$; $\delta_{-\vec{k}j} = \delta_{\vec{k}j}$.

При $\left|\vec{k} \pm \vec{k}_j\right|\cdot L_j \le 1$, $L_j^{-1} << \left|\vec{k}_j\right|$ выражение (1) отлично от нуля в области $\left|\vec{r} - \vec{r}_j - \vec{V}_g t\right| \le L_j$ ($\vec{V}_g = \partial\omega_{\vec{k}}/\partial\vec{k}$ – групповая скорость) и имеет вид:

$$a\phi_j(\vec{r};t) \approx \phi_j(\vec{k}_j)\exp\left[-\frac{\left(\vec{r}-\vec{r}_j-\vec{\upsilon}_g t\right)^2}{2L_i^2}\right]\times$$
$$\times e^{\gamma t}\cos\left[\vec{k}_j(\vec{r}-\vec{r}_j) - \omega_j t + \delta_j\right], \tag{2}$$

где ω_j и δ_j – значения $\omega_{\vec{k}}$ и $\delta_{\vec{k}j}$ при $\vec{k} = \vec{k}_j$.

Подставляя (1) в уравнение движения частицы

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\nabla\sum\varphi_j\left[\vec{r}(t);t\right], \tag{3}$$

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ. 2008. № 4.
Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (6), с.250-254.

получим, что за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$, малый по сравнению с временем γ^{-1} изменения амплитуды, но большой по сравнению с временем $\tau = L_j / \left(\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_g\right)$ прохождения частицей одного волнового пакета ($\tau << \Delta t << \gamma^{-1}$), приращение скорости $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}(t) - \vec{\upsilon}(t_0)$ будет малым $\left(\left|\Delta\vec{\upsilon}\right| << \left|\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_g\right|\right)$, если

$$\Delta\vec{\upsilon} = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\int_{t_0}^{t} dt' \nabla \sum_j \varphi_j\left[\vec{r_0} + \vec{\upsilon}\left(t' - t_0\right), t'\right] = \sum_j \vec{x_j}, \quad (4)$$

где $\vec{r_0} \equiv \vec{r}(t_0)$, $\vec{x_j} = \vec{U_j}\sin\Phi_j$,

$$\vec{U_j} = \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\frac{\sqrt{2}L_j \cdot \vec{k_j}}{\left|\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon_g}\right|}\psi_j e^{\gamma t}\exp\left[-\frac{L_j^2(\omega_j - \vec{k_j}\vec{\upsilon})^2}{2\left(\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon_g}\right)^2}\right], \quad (5)$$

$$\Phi_j \equiv \delta_j + \frac{\left(\vec{k_j}\vec{\upsilon_g} - \omega_j\right)\cdot\left(\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon_g}\right)\cdot\left(t_0\vec{\upsilon} - \vec{r_0} + \vec{r_j}\right)}{\left(\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon_g}\right)^2}. \quad (6)$$

В (4)-(6) нужно учитывать вклад только тех волновых пакетов, которые частица пересекает за время Δt, число которых приблизительно равно $N_j \sim \left|\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon_g}\right|\Delta t / L_j >> 1$.

Поскольку фазы δ_j и Φ_j изменяются от пакета к пакету случайным образом, в (4) мы видим сумму случайных чисел $\vec{x_j}$. Соотношения (4)-(6) справедливы и для частиц, расположенных во всех других точках плазмы в момент $t = t_0$, имеющих скорости $\vec{\upsilon}$. Но у всех них совершенно разные фазы δ_j и Φ_j. Поэтому по отношению ко всему объему плазмы приращение $\Delta\vec{\upsilon}$ является случайной величиной, состоящей из суммы случайных величин $\vec{x_j}$ [5].

Поскольку в сумму (4) дает вклад множество случайных величин ($N_j >> 1$), то согласно центральной предельной теореме Ляпунова закон распределения $\Delta\vec{\upsilon}$ в плазме близок к нормальному закону распределения [6]. Таким образом, при рассеянии на турбулентных пульсациях электрического поля колебаний скорость каждой частицы получает случайные приращения, так что распределение частиц по пульсирующей составляющей скорости в плазме становится близко к нормальному [7].

Соотношениями (4)-(6) нельзя пользоваться при $\vec{\upsilon} \to \vec{\upsilon_g}$, поскольку такие частицы могут быть захвачены электрическими полями пакетов, когда условие $\left|\Delta\vec{\upsilon}\right| << \left|\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon_g}\right|$ перестает выполняться. Однако для качественного понимания процессов эти соотношения подходят и в указанном случае, тем более, что захвата частицы каким-то одним волновым пакетом может и не происходить из-за ее одновременного взаимодействия с другими пакетами.

Перепишем теперь потенциал $\varphi(\vec{r}, t)$ в следующем виде:

$$\varphi(\vec{r}; t) = \sum_{\vec{k}} \varphi_{\vec{k}} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}, \quad (7)$$

где V – объем плазмы,

$$\varphi_{\vec{k}} = \frac{e^{i\omega t}}{V}\int \varphi(\vec{r}; t) e^{-i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} = \sum_j \frac{e^{i\omega t}}{V}\int \varphi_j e^{-i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} =$$
$$= \sum_j \frac{L_j^3 (2\pi)^{3/2}\psi_j}{V} e^{-i\vec{k}\vec{r_j} + i\delta_{\vec{k}j}}\left[e^{-\frac{1}{2}\left(\vec{k} - \vec{k_j}\right)^2 L_j^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\vec{k} + \vec{k_j}\right)^2 L_j^2}\right]. \quad (8)$$

Учитывая, что при суммировании по всем j величины $\delta_{\vec{k}j}$ изменяются случайным образом, приходим к выводу, что выражение (8) состоит из суммы большого числа случайных чисел, которых всего $N \sim V / L_j^3 >> 1$. Но сумма случайных слагаемых возрастает пропорционально $\sqrt{N}$. Поэтому амплитуда $\varphi_{\vec{k}}$ связана с амплитудой ψ_j одного волнового пакета приближенным соотношением

$$\left|\varphi_{\vec{k}}\right| \sim \left(L_j^3 / V\right)^{1/2}\left|\psi_j\right|. \quad (9)$$

Положим далее $\vec{r}(t) = \vec{\rho} + \vec{R}(t) + \vec{\xi}(\vec{\rho}; t)$, где $\vec{\rho} = \vec{r}(0)$, $\vec{R}(t) = <\vec{r}(t)>$, $<\vec{\xi}(\vec{\rho}; t)> = 0$, и усреднение <…> проводится по всем начальным значениям $\vec{\rho}$ в объеме $V(<\vec{\rho}> = 0)$. Тогда из уравнения движения частиц получим, что

$$\ddot{\vec{R}}_\alpha = i\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\sum_{\vec{k}} \vec{k}\varphi_{\vec{k}}^*(t) e^{-i\left[\vec{k}\vec{R_\alpha}(t) - \omega_{\vec{k}} t\right]} \cdot g_{\vec{k}}(t), \quad (10)$$

$$\ddot{\vec{\xi}} = +i\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\sum_{\vec{k}} \vec{k}\varphi_{\vec{k}}^*(t) e^{-i\vec{k}\vec{R}_\alpha(t) + i\omega\vec{k}t}\left[e^{-i\vec{k}\vec{\rho} - i\vec{k}\vec{\xi}_\alpha(t)} - g_{\vec{k}}\right], \quad (11)$$

где $\dot{\vec{R}}_\alpha = \vec{V}_\alpha$, $\vec{\xi}_\alpha(0) = \dot{\vec{\xi}}_\alpha(0) = 0$,

$g_{\vec{k}}(t) \equiv \left\langle \exp\left[-i\vec{k}\vec{\rho} - i\vec{k}\dot{\vec{\xi}}_\alpha(t)\right]\right\rangle$.

К уравнениям (10), (11) добавим Фурье-компоненту уравнения Пуассона:

$$\varphi_{\vec{k}}(t) = \frac{4\pi}{k^2}\sum_\alpha e_\alpha \sum{}' e^{-i\vec{k}\vec{r}(t) + i\omega_{\vec{k}} t} =$$
$$= \frac{4\pi}{k^2}\sum_\alpha e_\alpha n_\alpha \int d\vec{\zeta} f_{0\alpha}(\vec{\zeta}) e^{-i\vec{k}\vec{R}_\alpha(t) + i\omega_{\vec{k}} t} \cdot g_{\vec{k}}, \quad (12)$$

где $\sum_\alpha$ – сумма по всем сортам частиц (электронам, ионам); Σ' – суммирование по всем частицам единицы объема плазмы; n_α – равновесная плотность частиц сорта α; $f_{0\alpha}(\vec{\zeta})$ – начальная (в момент $t = 0$) функция распределения частиц по скоростям $\vec{\varsigma}$ ($\int f_{0\alpha} d_{\vec{\zeta}} = 1$).

Хотя смещения $\vec{\xi_\alpha}(t)$ являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону $\left(\left\langle\overrightarrow{\xi_\alpha^2}\right\rangle \cong 3\lambda_\alpha^2 >> 1/k^2\right)$, в них имеются маленькие составляющие $\vec{\xi}_k$ и $\vec{\xi}_{-k}$, коррелирующие с $\exp(-i\vec{k}\vec{\rho} - i\vec{k}\vec{\xi}(t))$ и $\exp(i\vec{k}\vec{\rho} + i\vec{k}\vec{\xi}(t))$, где $\left|\vec{k}\vec{\xi}_{\vec{k}}\right| << 1$,

$$\ddot{\xi}_{\vec{k}} = -i\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\vec{k}\varphi_{\vec{k}}(t)e^{i(\vec{k}\vec{R}_\alpha - \omega_{\vec{k}}t)}\left[e^{i\vec{k}\vec{\rho}+i\vec{k}\vec{\xi}_\alpha(t)} - g_{\vec{k}}^*(t)\right]. \quad (13)$$

Находя $\xi_{\vec{k}}(t)$ из (13) и, подставляя его в $g_{\vec{k}}$, будем иметь

$$g_{\vec{k}}(t) = \left\langle e^{-i\vec{k}\vec{\rho}-i\vec{k}\vec{\xi}_\alpha(t)} i\vec{k}\vec{\xi}_k \right\rangle = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha}k^2\int_0^t dt'\left(t-t'\right)\times$$
$$\times\varphi_{\vec{k}}(t')e^{i\left(\vec{k}\vec{R}_\alpha(t') - \omega_{\vec{k}}t'\right)}\left\langle e^{i\vec{k}\vec{\xi}_\alpha(t) - i\vec{k}\vec{\xi}_\alpha(t\ )}\right\rangle. \quad (14)$$

Учтем, что для $\overrightarrow{\xi_\alpha}$ справедливо следующее:

$$\left\langle e^{i\left(\vec{\xi}_\alpha(t) - \vec{\xi}_\alpha(t')\right)}\right\rangle = \left\langle e^{i\dot{\vec{\xi}}_\alpha(t)(t-t')}\right\rangle = e^{i-k^2c_\alpha^2(t-t')^2/2}, \quad (15)$$

где $\left\langle\left(\dot{\vec{\xi}}_\alpha\right)^2\right\rangle = 3c_\alpha^2$, и усреднение проведено по нормальному распределению скоростей $\dot{\vec{\xi}}_\alpha$.

Тогда для (14) получим следующие выражения:

$$g_{\vec{k}} \approx -\frac{e_\alpha}{m_\alpha c_\alpha^2}\varphi_{\vec{k}}(t)\left[1 + i\sqrt{\pi}z_\alpha w(z_\alpha)\right]e^{i(\vec{k}\vec{R}_\alpha(t) - \omega_k t)}, \quad (16)$$

$$\dot{g}_{\vec{k}} \approx i\frac{e_\alpha\sqrt{2}k}{m_\alpha c_\alpha}\varphi_{\vec{k}}(t)z_\alpha\left[1 + i\sqrt{\pi}z_\alpha w(z_\alpha)\right]e^{i(\vec{k}\vec{R}_\alpha(t) - \omega_{\vec{k}}t)}, \quad (17)$$

где $z_\alpha = \dfrac{\omega - \vec{k}\vec{V}_\alpha}{\sqrt{2}kc_\alpha}$, $\omega = \omega_{\vec{k}} + i\gamma$, $\gamma \equiv \dfrac{d}{dt}\ell_n\varphi$.

С учетом (16), (17) нетрудно вывести формулы для усредненных характеристик частиц:

$$\dot{\vec{V}}_\alpha = -i\left(\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\right)^2\frac{1}{C_\alpha^2}\sum_{\vec{k}}\vec{k}\left|\varphi_{\vec{k}}\right|^2\cdot\left(1 + i\sqrt{\pi}Z_\alpha W\left(Z_\alpha\right)\right), \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2}C_\alpha^2 + \frac{1}{2}\vec{V}_\alpha^2\right) =$$
$$= \left(\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\right)^2\frac{1}{C_\alpha^2}\sum_{\vec{k}}\left|\varphi_{\vec{k}}\right|^2\left(\gamma - i\omega_{\vec{k}}\right)\left(1 + i\sqrt{\pi}Z_\alpha W\left(Z_\alpha\right)\right), \quad (19)$$

$$1 + \sum_{\alpha=e,i}\frac{\omega_{\rho\alpha}^2}{k^2C_\alpha^2}\int d\vec{\zeta}f_{0\alpha}\left(\vec{\zeta}\right)\left(1 + i\sqrt{\pi}Z_\alpha W\left(Z_\alpha\right)\right) = 0, \quad (20)$$

где $\omega_{\rho\alpha}^2 = 4\pi e_\alpha^2 n_\alpha / m_\alpha$; $W(Z)$ – функция Крампа, $W(Z) = e^{-Z^2}\left(1 + \dfrac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^Z e^{t^2}dt\right)$.

Для наглядности картины полезно ввести усредненную функцию распределения частиц по скоростям $F_\alpha\left(\vec{\upsilon}\right)$, усредняя выражение

$$\sum_j\delta\left(\vec{r} - \vec{r}_j\right)\delta\left(\vec{\upsilon} - \dot{\vec{R}}_j - \dot{\vec{\xi}}_j\right)$$

по объему плазмы V и по нормальному распределению для $\dot{\vec{\xi}}_j$. Тогда получим

$$F_\alpha(\vec{V}) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^{3/2}C_\alpha^3}\int d\vec{\zeta}f_{0\alpha}\left(\vec{\zeta}\right)e^{-\frac{(\vec{\upsilon} - \dot{\vec{R}}_\alpha)^2}{2C_\alpha^2}}. \quad (20a)$$

Уравнения (18)-(20) удовлетворяют закону сохранения энергии:

$$\sum_\alpha m_\alpha n_\alpha\int d\vec{\zeta}f_{0\alpha}\left(\vec{\zeta}\right)\left(\frac{3}{2}C_\alpha^2 + \frac{1}{2}\vec{V}_\alpha^2\right) +$$
$$+\frac{1}{8\pi}\sum_{\vec{k}}k^2\left|\varphi_{\vec{k}}\right|^2 = const, \quad (21)$$

$$\sum_\alpha m_\alpha n_\alpha\int d\vec{\zeta}f_{0\alpha}\left(\vec{\zeta}\right)\vec{V}_\alpha = const. \quad (22)$$

В случае холодных начальных потоков, когда $f_{0\alpha}\left(\vec{\zeta}\right) = \delta\left(\vec{\zeta} - \vec{U}_\alpha\right)$, соотношения (18), (19) сохраняют свой вид, а (20)–(22) становятся следующими:

$$1 + \sum_\alpha\frac{\omega_{\rho\alpha}^2}{k^2C_\alpha^2}\left(1 + i\sqrt{\pi}Z_\alpha W\left(Z_\alpha\right)\right) = 0, \quad (23)$$

$$\sum_\alpha m_\alpha n_\alpha\left(\frac{3}{2}C_\alpha^2 + \frac{1}{2}V_\alpha^2\right) + \frac{1}{8\pi}\sum_{\vec{k}}k^2\left|\varphi_{\vec{k}}\right|^2 = const,$$
$$\sum_\alpha m_\alpha n_\alpha\vec{V}_\alpha = const. \quad (24)$$

ПУЧКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Рассмотрим неустойчивость однородной плазмы без магнитного поля с моноэнергетическим пучком малой плотности. Впервые она была обнаружена в работах Гаева [8], Бома и Гросса [9], Ахиезера и Файнберга [10] и затем исследовалась в работах [11], [12] и многих других авторов. В частности, в работе [13] показано, что в гидродинамическом режиме нагрева пучка не происходит, а диссипация энергии колебаний в тепло возможна только при учёте нелинейных механизмов перекачки энергии ленгмюровских волн по спектру.

Дисперсионное уравнение (23) при $\left|Z_{0,1}\right| >> 1$ примет следующий вид [8], [9]:

$$1 - \frac{\omega_0^2}{\left(\omega - \vec{k}\vec{V}_0\right)^2} - \frac{\omega_1^2}{\left(\omega - \vec{k}\vec{V}_1\right)^2} = 0, \quad (25)$$

где $\omega_0^2 \equiv 4\pi e^2 n_0 / m_e$; $\omega_1^2 \equiv 4\pi e^2 n_1 / m_e$; $\vec{u} = \vec{V}_1 - \vec{V}_0$; $n_1 << n_0$. Из (25) следует, что для неустойчивых колебаний справедливо:

$$\omega_{\vec{k}} \approx \omega_0\,\mathrm{sign}\,\vec{k},$$

$$\gamma \equiv \zeta_m\omega \approx \left|\vec{k}\vec{U} - \omega_{\vec{k}}\right| \approx \gamma_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}. \quad (26)$$

Этим, однако, спектр возбуждённых волн не исчерпывается. Полагая в (25) $\omega = \vec{k}\vec{\upsilon}_1 + \Delta\omega$, будем иметь $\Delta\omega = i\gamma$,

$$\gamma=\omega_1\left[\left(\frac{\omega_0^2}{\vec{k}\vec{u}}\right)-1\right]^{-1/2} \quad \text{при } |\vec{k}\vec{u}|<\omega_0. \qquad (27)$$

Инкремент (27) меньше γ_0 в $(n_0/2n_1)^{1/6}$ раз, но при $n/n_0 \geq 10^{-4}...10^{-3}$ расхождение не более чем в 3-4 раза.

Обратное воздействие колебаний на пучок приводит к его торможению, так что уменьшение $\vec{U}$ на величину $\Delta\vec{U} \sim \vec{U}_0(n_1/n_0)^{1/3}$ выводит гармоники (26) из резонанса $k=k_0=\omega_0/U_0$, где $U_0 \equiv U(0)$. Но при этом начинают нарастать волны с $k=\omega_0/U>k_0$.

Для случая (25) из (18)-(20) при $\omega=\vec{k}\vec{V}_1+\Delta\omega$ будем иметь:

$$\frac{d\upsilon_0}{dt}=\frac{1}{U^3}\left(\frac{e}{m_e}\right)^2\frac{d}{dt}\sum_{\vec{k}}\frac{|\varphi_{\vec{k}}|^2}{\cos^2\vartheta}, \qquad (28)$$

$$\frac{3}{2}\frac{dC_0^2}{dt}=\frac{1}{2U^2}\left(\frac{e}{m_e}\right)^2\frac{d}{dt}\sum_{\vec{k}}\frac{|\varphi_{\vec{k}}|^2}{\cos^2\vartheta}, \qquad (29)$$

$$\frac{dU}{dt}=-\frac{1}{U^3}\left(\frac{e}{m_e}\right)^2\frac{n_0}{n_1}\frac{d}{dt}\sum_{\vec{k}}\frac{|\varphi_{\vec{k}}|^2}{\cos^2\vartheta}, \qquad (30)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2}C_1^2+\frac{1}{2}V_1^2\right)=-\left(\frac{e}{m_e}\right)^2\sum_{\vec{k}}k^2|\varphi_{\vec{k}}|^2\times$$
$$\times\frac{\left[\bar{\gamma}-ikU-i(\Delta\omega)k\right]}{(\Delta\omega)^2}. \qquad (31)$$

Теперь из (28)-(31) получим, что

$$U=U_0(1-I)^{1/4}, \quad \frac{3}{2}C_0^2=\frac{1}{4}U_0^2\left(1-\sqrt{1-I}\right)\frac{n_1}{n_0},$$
$$\upsilon_0=\frac{n_1}{n_0}U_0\left[1-(1-I)^{1/4}\right], I\equiv\frac{4e^2n_0}{m_e^2U_0^4n_1}\sum_{\vec{k}}\frac{|\varphi_{\vec{k}}|^2}{\cos^2\vartheta}, \qquad (32)$$

где ϑ – угол между $\vec{k}$ и $\vec{U}$; $\upsilon_0 << \upsilon_1$; $\vec{U}\approx\vec{\upsilon}_1$; $\vec{U}_0\equiv\vec{U}(0)$.

Производя в (31) замену

$$\frac{1}{(\Delta\omega)^2}=\frac{1}{\omega^2}\cdot\frac{\omega_1^2}{(\Delta\omega)^2}=\frac{1}{\omega^2}\left[1-\left(\frac{\omega_0}{\vec{k}\vec{U}}\right)^2+2\frac{\omega_0\Delta\omega}{(\vec{k}\vec{U})^3}\right],$$

приходим к следующему значению C_1:

$$\frac{3}{2}C_1^2=\frac{1}{4}U_0^2\left(1-\sqrt{1-I}\right)-\frac{1}{8\pi m_en_1}\sum_{\vec{k}}k^2|\varphi_{\vec{k}}|^2+$$
$$+\frac{1}{4}U_0^2\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}\left(\frac{4e^2}{m_e^2U_0^4}\cdot\frac{n_0}{n_1}\sum_{\vec{k}}\frac{k_0}{k}\cdot\frac{|\phi_{\vec{k}}|^2}{Cos^3\vartheta}\right). \qquad (33)$$

При $I<<1$ из (32), (33) будем иметь:

$$U=U_0-\frac{1}{4}U_0I, \quad \frac{3}{2}C_0^2=\frac{n_1}{8n_0}U_0I,$$
$$\upsilon_0=\frac{n_1}{4n_0}U_0I, \frac{3}{2}C_1^2=\frac{U_0^2}{32}\left[I^2+8\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}I\right]. \qquad (34)$$

В случае (34) справедливы оценки:

$$Z_0^2=\frac{k^2U^2}{2k^2C_0^2}=6\frac{n_0}{n_1}\cdot\frac{1}{I}\cdot\sqrt{1-I}>>1,$$
$$Z_1^2=\frac{(\Delta\omega)^2}{2k^2C_1^2}=0{,}3\frac{\left[\frac{8}{1}\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}\right]^2}{1+\frac{8}{1}\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}}. \qquad (35)$$

Таким образом, при $I\geq\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}$ величина Z_1^2 становится порядка единицы, и пучок переходит из гидродинамической стадии в кинетическую $\left(Z_1^2\leq\underline{1}\right)$. Условие $kC_1>\gamma$ выполняется при $I>8\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^{1/3}$.

В случае $|Z_1|\leq\underline{1}$ из (23) будем иметь:

$$\frac{1}{C_1^2}\left[1+i\sqrt{\pi}Z_1W\right]=\frac{k^2}{\omega_1^2}\left[\frac{\omega_0^2}{(\vec{k}\vec{U})^2}-1-\frac{2\omega_0^2\Delta\omega}{(\vec{k}\vec{U})^3}\right]. \quad (36)$$

Используя это соотношение, снова приходим к (32), (33). Однако из выражения (36) при $|Z_1|\leq\underline{1}$ вытекает, что $C_1\cong U(n_1/2n_0)^{1/3}$. Но это означает, что в (33) происходит почти полная компенсация первого слагаемого вторым, т.е.

$$C_1^2 << U_0^2\left(1-\sqrt{1-I}\right)/6$$

и

$$\frac{1}{8\pi}\sum_{\vec{n}}k^2|\varphi_{\vec{k}}|^2\approx\frac{1}{4}n_1m_eU_0^2\left(1-\sqrt{1-I}\right). \quad (37)$$

В случае $|Z_1|\leq\underline{1}$ и $|\vec{k}\vec{U}|=\omega_0$ из (36) получаем

$$(\Delta\omega)_{\vec{k}}=-\omega_0\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)\left(\frac{U}{C_1}\right)^2,$$
$$\gamma=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\omega_0\left(\frac{n_1}{2n_0}\right)^2\left(\frac{U}{C_1}\right)^5. \qquad (38)$$

Отсюда следует, что неустойчивость исчезает при $I=1$, когда $U=0$. Если в (37) положить $\sum_{\bar{U}}k^2|\varphi_{\bar{k}}|^2=(\bar{k})^2\sum_{\bar{k}}|\varphi_{\bar{k}}|^2$ и использовать условие $I=1$, то получим, что $(\bar{k}/k_0)^2=2$, т.е. максимум спектральной интенсивности колебаний соответствует значениям $k=\sqrt{2}k_0$.

Таким образом, пучковая неустойчивость приводит к полному торможению пучка $(U=0)$ при $I=1$ и энергии колебаний (37). При этом половина энергии пучка уходит на нагрев электронов плазмы, если считать C_0 тепловой скоростью частиц.

Другая половина почти полностью передается энергии колебаний (37), и лишь её незначительная часть уходит на нагрев пучка. Следовательно, вывод о невозможности нагрева пучка и плазмы, сделанный в работе [13], оказался неверным.

ЛИТЕРАТУРА

1. T.P. Dupree // *Phys. Fluids*. 1966, v.9, p.1773.
2. S.A. Orszag and R.H. Kraichnan // *Phys. Fluids*. 1967, v.10, p.1720.
3. Terome Weinstock // *Phys. Fluids*. 1969, v.12, p.1045.
4. Terome Weinstock and B.Bezzerides // *Phys. Fluids*. 1973, v.16, p.2287.
5. В.Е. Гмурман. *Теория вероятностей и математическая статистика*. М.: «Высшая Школа», 1972, 368 с.
6. Л.З. Румшинский. *Элементы теории вероятностей*. М.: «Наука», 1976.
7. В.Л. Сизоненко // *Матеріали ІІІ Міжнародної науково-практичної конференції „Науковий потенціал світу – 2006”*. Дніпропетровськ: «Наука і освіта». 2006, т.9, с.73-77.
8. A.V. Haeff // *Phys. Rev*. 1948, v.74, p.1532.
9. D. Bohm, E.P. Gross // *Phys. Rev*. 1949, v.75, p.1864.
10. А.И. Ахиезер, Я.Б. Файнберг // *ДАН СССР*. 1949, т.69, в.4, с.555-556.
11. Д.Д. Рютов // *Nucl. Fus*. 1969, v.9.
12. А.П. Кропоткин, В.В.Пустовалов. Препринт ФИАН, А-93; 1965; // *Proceedings of the International Conference on Plasma and Thermonuclear Research*. 1966, v.1, IAEA, Vienna, p. 695.
13. В.Д. Шапиро, В.И.Шевченко. Препринт ХФТИ, 72-74. Харьков, 1972.

Статья поступила в редакцию 15.05.2008 г.

NONLINEAR MOVEMENT OF PLASMA PARTICLES IN TURBULANT ELECTRIC FIELDS

V.L. Syzonenko

The movement of charged plasma particles in turbulent electric fields, which phases of wave packets are changed accidentally in Some distance being less than the length of the particle flying has been researched. It has been shown, that the particles velocity in such fields consists of the sum of accidental values and submits to the normal law of distribution. The equations for making average the velocity and temperature have been drawn. Bundle instabilities have been considered, and it has been shown, that the reverse wave action on particles causes the full flow braking and transmission of their energy to the particles temperature and electric field fluctuation.

НЕЛІНІЙНИЙ РУХ ЧАСТОК ПЛАЗМИ В ТУРБУЛЕНТНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛЯХ

В.Л. Сизоненко

Досліджений рух заряджених часток плазми в турбулентних електричних полях, фази хвильових пакетів яких змінюються випадковим чином на деякій відстані, що менше довжини прольоту частки. Показано, що швидкість часток в таких полях складається з суми випадкових величин і підкорюється нормальному закону розподілу. Отримані рівняння для середніх значень швидкості і температури. Розглянуті пучкова та бунеманівська нестійкісті, і доведено, що обернений вплив хвиль на частки приводить до повного гальмування потоків і передачі їх енергії температурі часток і коливанням електричного поля.