УДК 621.391:517.518:510.52

О. М. Литвин, д-р. фіз.-мат. наук
О. П. Нечуйвітер, канд. фіз.-мат. наук
Українська інженерно-педагогічна академія
(м. Харків, e-mail: academ@kharkov.ua; olesya@email.com)

ОЦІНКА ПОХИБКИ НАБЛИЖЕНОГО ОБЧИСЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ ЗА ДЕЯКОЮ КУБАТУРНОЮ ФОРМУЛОЮ НА КЛАСІ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ

Отримана оцінка похибки наближення 2D коефіцієнтів Фур'є кубатурною формулою з використанням оператора кусково-сталої сплайн-інтерполяції, побудованого на основі відповідного оператора інтерлінації на деякому класі диференційованих функцій. Інформація про неосцилюючий множник підінтегральної функції задана значеннями функції на сітці.

Получена оценка погрешности приближения 2D коэффициентов Фурье кубатурной формулой с использованием оператора кусочно-постоянной сплайн-интерполяции, построенного на основе соответствующего оператора интерлинации на некотором классе дифференцированных функций. Информация о неосциллирующем множителе подынтегральной функции задана значениями функции на сетке.

Вступ

На цей час методи комп'ютерної томографії є найбільш ефективними методами дослідження внутрішньої структури тривимірного тіла без його руйнування. Вони знаходять застосування у таких галузях науки і техніки, як медицина, радіолокація, оптика, геологія та ін. Важливим є використання комп'ютерної томографії в машинобудуванні, зокрема, у разі неруйнівного контролю якості об'єктів – дефектоскопії під час дослідження особливо важливих деталей авіадвигунів. Розв'язуючи задачу тривимірної комп'ютерної томографії, виникає необхідність обчислювати та мати оцінки похибки наближення коефіцієнтів Фур'є функцій трьох змінних у випадку різного задання початкових даних. Важливою підзадачею є наближене обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є. Вона може бути розв'язана у випадку, коли дані є відомими слідами неосцилюючого множника, підінтегральної функції на лініях або відомі значення неосцилюючого множника підінтегральної функції у вузлових точках.

1. Постановка проблеми

Очислюючи інтеграли від швидкоосцилюючих функцій двох змінних у випадку, коли дані – значення функції у вузлових точках, ефективно використовувати кубатурні формули, побудовані на основі операторів інтерлінації функцій [1]. Вони є більш ефективними за класичні, оскільки в своїй побудові вимагають на порядок менше вхідних даних для досягнення заданої точності. Під час побудови нових кубатурних формул завжди виникає питання якості, тобто чи є ця формула оптимальною або близькою до неї [2]. Відповідь на це питання дає оцінка похибки наближення кубатурної формули. Тому актуальним є не тільки питання побудови нових кубатурних формул, а й нових методів під час отримання оцінок похибки наближення.

1.1. Аналіз літератури

Класичні оптимальні та близькі до них кубатурні формули наближеного обчислення інтегралів $I_k^2(m,n),\ k=1,2,3$

$$I_1^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1 f(x,y)\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy,$$

$$I_2^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1 f(x,y)\cos 2\pi mx \cos 2\pi ny dxdy,$$

$$I_3^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1 f(x,y)e^{-i2\pi mx}e^{-i2\pi ny} dxdy$$

детально розглянуті в [2]. Кубатурні формули з використанням операторів інтерлінації на різних класах функцій наведені в [3]. Зокрема, наведені і кубатурні формули наближеного обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є з використанням операторів кусково-сталої інтерполяції, побудованих на основі операторів кусково-сталої інтерлінації функцій. Питання отримання оцінки похибки побудованих кубатурних формул через похибку наближення функції $f(x,y)$ оператором-інтерлінантом та похибку наближення оператора-інтерлінанта оператором-інтерполянтом, побудованим з використанням оператора інтерлінації, розглядається вперше.

1.2. Мета дослідження

Мета даної роботи – отримати оцінку похибки наближеного обчислення інтегралів $I_k^2(m,n),\ k=1,2,3$ кубатурними формулами з використанням операторів кусково-сталої інтерполяції, побудованих на основі операторів кусково-сталої інтерлінації функцій на класі дійсних функцій двох змінних, визначених на $G=[0,1]^2$ і таких, що $f(x,y)\in H_1^{2,1}(M)$. Інакше кажучи, $|f^{(1,0)}(x,y)|\le M$, $|f^{(0,1)}(x,y)|\le M$, $|f^{(1,1)}(x,y)|\le M$, у випадку, коли інформація про функцію задана її значеннями $f_{kj}=f(x_k,y_j)$, $k=1,2,\ldots,m_1$, $j=1,2,\ldots,m_2$, , через похибку наближення функції $f(x,y)$ оператором-інтерлінантом та похибку наближення оператора-інтерлінанта оператором-інтерполянтом, побудованим з використанням оператора інтерлінації.

2. Кубатурна формула обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є

Введемо позначення

$$X_k=\left[x_{k-1/2},x_{\kappa+1.2}\right],\quad Y_j=\left[y_{j-1/2},y_{j+1/2}\right],\qquad \tilde X_{\tilde k}=\left[\tilde x_{\tilde k-1/2},\tilde x_{\tilde k+1/2}\right],\quad \tilde Y_{\tilde j}=\left[\tilde y_{\tilde j-1/2},\tilde y_{\tilde j+1/2}\right],$$

$$h_{0k}(x)=\begin{cases}1, x\in X_k\\ 0, x\notin X_k,\end{cases}\quad k=\overline{1,\ell},\qquad H_{0j}(y)=\begin{cases}1, y\in Y_j,\\ 0, y\notin Y_j,\end{cases}\quad j=\overline{1,\ell},$$

$$\tilde h_{0\tilde k}(x)=\begin{cases}1, x\in \tilde X_{\tilde k}\\ 0, x\notin \tilde X_{\tilde k},\end{cases}\quad \tilde k=\overline{1,\ell^2},\qquad \tilde H_{0\tilde j}(y)=\begin{cases}1, y\in \tilde Y_{\tilde j},\\ 0, y\notin \tilde Y_{\tilde j},\end{cases}\quad \tilde j=\overline{1,\ell^2},$$

$$x_k=k\Delta-\frac{\Delta}{2},\quad y_j=j\Delta-\frac{\Delta}{2},\qquad k,j=\overline{1,\ell},\quad \Delta=\frac{1}{\ell},$$

$$\tilde x_{\tilde k}=\tilde k\Delta_1-\frac{\Delta_1}{2},\quad \tilde y_{\tilde j}=\tilde j\Delta_1-\frac{\Delta_1}{2},\qquad \tilde k,\tilde j=\overline{1,\ell^2},\quad \Delta_1=\frac{1}{\ell^2}.$$

Лема 1. [1] Оператор кусково-сталої інтерлінації

$Jf(x,y)=\sum_{k=1}^{\ell} f(x_k,y)h_{0k}(x)+\sum_{j=1}^{\ell} f(x,y_j)H_{0j}(y)-\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell} f(x_k,y_j)h_{0k}(x)H_{0j}(y),$ має такі властивості:

1. $Jf(x_k,y)=f(x_k,y),\quad k=\overline{1,\ell},\quad Jf(x,y_j)=f(x,y_j),\quad j=\overline{1,\ell}$;

2. $\left|f(x,y)-Jf(x,y)\right|=O\left(\frac{1}{\ell^2}\right)=O(\Delta^2)$.

Лема 2. [1] Оператор кусково-сталої інтерполяції, побудований на основі кусково-сталої інтерлінації

$$\widetilde{J}f(x,y)=\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\widetilde{j}=1}^{\ell^2} f(x_k,\widetilde{y}_{\widetilde{j}})h_{0k}(x)\widetilde{H}_{0\widetilde{j}}(y)+$$

$$+\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\widetilde{k}=1}^{\ell^2} f(\widetilde{x}_{\widetilde{k}},y_j)\widetilde{h}_{0\widetilde{k}}(x)H_{0j}(y)-\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell} f(x_k,y_j)h_{0k}(x)H_{0j}(y)$$

має такі властивості:

1. $\widetilde{J}f(\widetilde{x}_{\widetilde{k}},y_j)=f(\widetilde{x}_{\widetilde{k}},y_j),\quad \widetilde{k}=\overline{1,\ell^2},\ j=\overline{1,\ell}\quad \widetilde{J}f(x_k,\widetilde{y}_{\widetilde{j}})=f(x_k,\widetilde{y}_{\widetilde{j}}),\quad j=\overline{1,\ell^2},\ k=\overline{1,\ell}$;

2. $\left|f(x,y)-\widetilde{J}f(x,y)\right|=O\left(\dfrac{1}{\ell^2}\right)=O(\Delta^2),\quad \forall(x,y)\in G.$

Для обчислення інтегралів $I_k^2(m,n),\ k=1,2,3$ пропонуються формули

$$\widetilde{\Phi}_1^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1 \widetilde{J}f(x,y)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\,dxdy,$$

$$\widetilde{\Phi}_2^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1 \widetilde{J}f(x,y)\cos 2\pi mx\cos 2\pi ny\,dxdy,$$

$$\widetilde{\Phi}_3^2(m,n)=\int_0^1\int_0^1 \widetilde{J}f(x,y)e^{-i2\pi mx}e^{-i2\pi ny}\,dxdy.$$

Підставимо у ці формули вираз для оператора-інтерполянта $\widetilde{J}f(x,y)$ та отримаємо відповідні кубатурні формули, наприклад

$$\widetilde{\Phi}_1^2(m,n)=\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\widetilde{j}=1}^{\ell^2} f(x_k,\widetilde{y}_{\widetilde{j}})\int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+1/2}}\sin 2\pi mx\,dx\int_{\widetilde{y}_{\widetilde{j}-\frac{1}{2}}}^{\widetilde{y}_{\widetilde{j}+1/2}}\sin 2\pi ny\,dy+$$

$$\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\widetilde{k}=1}^{\ell^2} f(\widetilde{x}_{\widetilde{k}},y_j)\int_{\widetilde{x}_{\widetilde{k}-\frac{1}{2}}}^{\widetilde{x}_{\widetilde{k}+1/2}}\sin 2\pi mx\,dx\int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+1/2}}\sin 2\pi ny\,dy-\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell} f(x_k,y_j)\int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+1/2}}\sin 2\pi mx\,dx\int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+1/2}}\sin 2\pi ny\,dy,$$

$$x_k=k\Delta-\frac{\Delta}{2},\quad y_j=j\Delta-\frac{\Delta}{2},\qquad k,j=\overline{1,\ell},\quad \Delta=\frac{1}{\ell},$$

$$\widetilde{x}_{\widetilde{k}}=\widetilde{k}\Delta_1-\frac{\Delta_1}{2},\ \widetilde{y}_{\widetilde{j}}=\widetilde{j}\Delta_1-\frac{\Delta_1}{2},\quad \widetilde{k},\widetilde{j}=\overline{1,\ell^2},\qquad \Delta_1=\frac{1}{\ell^2}.$$

3. Оцінка похибки наближення кубатурної формули обчислення 2 D коефіцієнтів Фур'є

Введемо оператори

$$J_1f(x,y)=\sum_{k=1}^{\ell} f(x_k,y)h_{0k}(x),\qquad J_2f(x,y)=\sum_{j=1}^{\ell} f(x,y_j)H_{0j}(y),$$

$$x_k=k\Delta-\frac{\Delta}{2},\quad y_j=j\Delta-\frac{\Delta}{2},\qquad k,j=\overline{1,\ell},\quad \Delta=\frac{1}{\ell},$$

$$\widetilde{J}_1f(x,y)=\sum_{\widetilde{k}=1}^{\ell^2} f(\widetilde{x}_{\widetilde{k}},y)\widetilde{h}_{0\widetilde{k}}(x),\qquad \widetilde{J}_2f(x,y)=\sum_{\widetilde{j}=1}^{\ell^2} f(x,\widetilde{y}_{\widetilde{j}})\widetilde{H}_{0\widetilde{j}}(y)$$

$$\widetilde{x}_{\widetilde{k}}=\widetilde{k}\Delta_1-\frac{\Delta_1}{2},\ \widetilde{y}_{\widetilde{j}}=\widetilde{j}\Delta_1-\frac{\Delta_1}{2},\quad \widetilde{k},\widetilde{j}=\overline{1,\ell^2},\qquad \Delta_1=\frac{1}{\ell^2}.$$

Тоді для оператора-інтерлінанта $Jf(x, y)$ та оператора-інтерполянта $\tilde{J}f(x,y)$, побудованого на основі $Jf(x, y)$, справедливі тотожності $Jf(x,y) = (J_1 + J_2 - J_1J_2) f(x,y)$ та $\tilde{J}f(x,y) = (J_1\tilde{J}_2 + \tilde{J}_1J_2 - J_1J_2) f(x,y)$.

Теорема. Нехай $f(x,y) \in H_1^{2,1}(M)$ та значення $f_{kj} = f(x_k, y_j)$, $k = 1, 2, \ldots, m$, $j = 1, 2, \ldots, m_2$, задані не більше, ніж в $N = m_1m_2$, $m_1 = m_2 = \ell^2$, $N = \ell^4$ фіксованих вузлових точках $(x_k, y_j) \in G = [0, 1]^2$. Справедлива така оцінка зверху для похибки наближення $I_1^2(m, n)$ кубатурною формулою $\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$

$$\rho\left(I_1^2(m,n), \tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \left(\frac{\tilde{M}}{16} + \frac{M}{2}\right)\frac{1}{\ell^2}.$$

Доведення. Знайдемо оцінку

$$\rho\left(I_1^2(m,n), \tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) = \left|\int_0^1\int_0^1 \left(f(x,y) - \tilde{J}f(x,y)\right)\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy\right| \le$$

$$\le \left|\int_0^1\int_0^1 \left(f(x,y) - Jf(x,y) + Jf(x,y) - \tilde{J}f(x,y)\right)\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy\right| \le$$

$$\le \int_0^1\int_0^1 \left|f(x,y) - Jf(x,y)\right| dxdy + \int_0^1\int_0^1 \left|Jf(x,y) - \tilde{J}f(x,y)\right| dxdy.$$

Отже, $\rho\left(I_1^2(m,n), \tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \rho\left(I_1^2(m,n), \Phi_1^2(m,n)\right) + \rho\left(\Phi_1^2(m,n), \tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)$, де

$$\Phi_1^2(m,n) = \int_0^1\int_0^1 Jf(x,y)\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy.$$

Отримаємо оцінку для кожного з доданків. Для першого доданку справедливо таке:

$$\rho\left(I_1^2(m,n), \Phi_1^2(m,n)\right) = \left|\int_0^1\int_0^1 \left(f(x,y) - Jf(x,y)\right)\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy\right| =$$

$$= \left|\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell}\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \left[f(x,y) - Jf(x,y)\right]\sin 2\pi mx \sin 2\pi ny dxdy\right| \le$$

$$\le \sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell}\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \left|\int_{x_k}^{x}\int_{y_j}^{y} f^{(1,1)}(\xi,\eta)d\xi d\eta\right| dxdy \le \tilde{M}\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{\ell}\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}}\left|x - x_k\right|dx \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\left|y - y_j\right|dy =$$

$$= \tilde{M}\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{s=1}^{\ell}\left(-\left.\frac{(x-x_k)^2}{2}\right|_{x_{k-1/2}}^{x_k} + \left.\frac{(x-x_k)^2}{2}\right|_{x_k}^{x_{k+1/2}}\right)\cdot\left(-\left.\frac{(y-y_j)^2}{2}\right|_{y_{j-1/2}}^{y_j} + \left.\frac{(y-y_j)^2}{2}\right|_{y_j}^{y_{j+1/2}}\right) =$$

$$= \tilde{M}\ell^2\frac{\Delta^2}{4}\frac{\Delta^2}{4} = \frac{\tilde{M}}{16}\frac{1}{\ell^2}.$$

Тому $\rho\left(I_1^2(m,n), \Phi_1^2(m,n)\right) \le \dfrac{\tilde{M}}{16}\dfrac{1}{\ell^2}$.

Тепер знайдемо оцінку для $\rho\left(\Phi_1^2(m,n), \tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)$:

$$\rho\left(\Phi_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \int_0^1\int_0^1 \left|Jf(x,y)-\tilde{J}f(x,y)\right|dxdy =$$

$$= \int_0^1\int_0^1 \left|\left(J_1+J_2-J_1J_2\right)f(x,y)-\left(J_1\tilde{J}_2+J_2\tilde{J}_1-J_1J_2\right)f(x,y)\right|dxdy \le$$

$$\le \int_0^1\int_0^1 \left|\left(J_1-J_1\tilde{J}_2\right)f(x,y)+\left(J_2-J_2\tilde{J}_1\right)f(x,y)\right|dxdy \le$$

$$\le \int_0^1\int_0^1 \left|\left(J_1-J_1\tilde{J}_2\right)f(x,y)\right|dxdy + \int_0^1\int_0^1 \left|\left(J_2-J_2\tilde{J}_1\right)f(x,y)\right|dxdy =$$

$$\le \sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^2}\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}-1/2}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+1/2}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}}}^{y}\left|f^{(0,1)}(x_k,\eta)\right|d\eta dxdy + \sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^2}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}-1/2}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{x}\left|f^{(1,0)}(\xi,y_j)\right|d\xi dxdy \le$$

$$\le M\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^2}\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}-1/2}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+1/2}}\left(y-\tilde{y}_{\tilde{j}}\right)dxdy + M\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^2}\int_{\tilde{x}_{\tilde{k}-1/2}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\left(x-\tilde{x}_{\tilde{k}}\right)dxdy \le$$

$$\le M\sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^2}\frac{\Delta_1^2}{4}\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}}dx + M\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^2}\frac{\Delta_1^2}{4}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}dy = M\ell\Delta\ell^2\,\frac{\Delta_1^{\,2}}{4} + M\ell\Delta\ell^2\,\frac{\Delta_1^{\,2}}{4} = M\,\frac{\Delta_1}{2} = \frac{M}{2\ell^2}.$$

Таким чином, $\rho\left(\Phi_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \dfrac{M}{2\ell^2}$ і $\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \rho\left(I_1^2(m,n),\Phi_1^2(m,n)\right) +$

$$+\rho\left(\Phi_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \frac{\tilde{M}}{16}\frac{1}{\ell^2}+\frac{M}{2}\frac{1}{\ell^2} = \left(\frac{\tilde{M}}{16}+\frac{M}{2}\right)\frac{1}{\ell^2}.$$

Теорема доведена.

4. Обчислювальний експеримент

Нехай $f(x,y)=\dfrac{1}{2}\left(\cos(2x-2y)+\cos(2x+2y)\right)$, тоді $\tilde{M}=4$, $M=2$ і

$$\varepsilon = \frac{\tilde{M}}{16}\frac{1}{\ell^2}+\frac{M}{2}\frac{1}{\ell^2} = \left(\frac{\tilde{M}}{16}+\frac{M}{2}\right)\frac{1}{\ell^2} = \frac{5}{4}\frac{1}{\ell^2}.$$

Точні значення інтегралів

$I_1^2(1,2) = 0{,}028997787909237,$ $\quad I_1^2(2,3) = 0{,}008785471951418,$

$I_1^2(3,4) = 0{,}004308752165426,$ $\quad I_1^2(3,4) = 0{,}002566548604326.$

Аналіз результатів табл. 1 та 2 підтверджує теоретичні висновки

1. $\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \left(\dfrac{\tilde{M}}{16}+\dfrac{M}{2}\right)\dfrac{1}{\ell^2} = \varepsilon$;
2. $\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) \le \rho\left(I_1^2(m,n),\Phi_1^2(m,n)\right) + \rho\left(\Phi_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right) = \varepsilon_1+\varepsilon_2$.

Таблиця 1. Обчислення $I_1^2(m,n)$ за квадратурною формулою $\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$

m	n	ℓ	$\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$	$\rho\left(I_1^2(m,n),\tilde{\Phi}_1^2(m,n)\right)$	ε
1	2	10	0,02899675888006	0,000001029029177	0,0125
		20	0,028997722732186	0,000000065177052	0,003125
2	3	10	0,00878516815062	0,000000303800798	0,0125
		20	0,008785452326578	0,00000001962484	0,003125
		30	0,008785468052442	0,000000003898977	0,001388888888889
3	4	10	0,004308608143948	0,000000144021479	0,0125
		20	0,004308742628912	0,000000009536515	0,003125
		30	0,004308750260989	0,000000001904438	0,001388888888889
4	5	10	0,002566464399399	0,000000084204928	0,0125
		20	0,002566542991854	0,000000005612472	0,003125
		30	0,002566547476052	0,000000001128274	0,001388888888889
		40	0,002566548245131	0,000000000359196	0,00078125

Таблиця 2. Похибки обчислення $I_1^2(m,n)$ за формулами $\Phi_1^2(m,n)$ та $\tilde{\Phi}_1^2(m,n)$

m	n	ℓ	ε_1	ε_2	$\varepsilon_1+\varepsilon_2$
1	2	10	0,000000064804145	0,000000964225032	0,000001029029177
		20	0,000000004793151	0,000000060383901	0,000000065177052
2	3	10	0,000000012040883	0,000000291759915	0,000000303800798
		20	0,000000001331797	0,000000018293043	0,00000001962484
		30	0,00000000028432	0,000000003614657	0,000000003898977
3	4	10	0,000000001192014	0,000000142829465	0,000000144021479
		20	0,000000000565952	0,000000008970562	0,000000009536515
		30	0,000000000131706	0,000000001772732	0,000000001904438
4	5	10	0,000000000683359	0,000000084888287	0,000000084204928
		20	0,000000000269926	0,000000005342546	0,000000005612472
		30	0,000000000072364	0,00000000105591	0,000000001128274
		40	0,000000000025053	0,000000000334143	0,000000000359196

Висновки

У статті розглядаються кубатурні формули обчислення 2D коефіцієнтів Фур'є з використанням інтерфлетації функцій у випадку, коли значення неосцилюючого множника підінтегральної функції задані у вузлових точках. Отримана оцінка похибки наближеного обчислення через похибку наближення функції $f(x, y)$ оператором-інтерлінантом та похибку наближення оператора-інтерлінанта оператором-інтерполянтом, побудованим на основі оператора інтерлінації, на класі $H_1^{2,1}(M)$.

Література

1. *Литвин О. М.* Інтерлінація функцій та деякі її застосування / О. М. Литвин. – Харків: Основа, 2002. – 544 с.
2. *Задирака В. К.* Цифровая обработка сигналов / В. К. Задирака, С. С. Мельникова. – Киев: Наук. думка, – 1993. – 294 с.
3. *Литвин О. М.* Оптимальні за порядком точності кубатурні формули обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних з використанням сплайн-інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер. – Харків, 2009. – 136 с.

Надійшла до редакції
15.09.11