

УДК 620.192.7.001.24:539.4

**И.Е. Шиповский**, канд. техн. наук, вед. науч. сотр.  
(НИЦ ВС Украины  
«Государственный океанариум»)

### **ТРЕХМЕРНЫЙ РАСЧЕТ РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ С ТРЕЩИНОЙ**

**І.Є. Шиповський**, канд. техн. наук, провід. наук. співроб.  
(НДЦ ЗС України  
«Державний океанаріум»)

### **ТРИВИМІРНИЙ РОЗРАХУНОК РУЙНУВАННЯ ЗРАЗКІВ З ТРИЩИНОЮ**

**I.E. Shipovskiy**, Ph.D. (Tech.),  
(Principal Researcher of  
«State Oceanarium» of Ukraine)

### **THREE-DIMENSIONAL SIMULATION OF THE CRACKED SAMPLES FRACTURING**

**Аннотация.** Исследуется возникновение разрушения и образование макроскопических трещин в хрупком материале. Методом сглаженных частиц (SPH) рассчитывается трехмерное поведение образцов при одноосном сжатии с целью определения оптимального способа компьютерного моделирования, позволяющего получать картину разрушения нагружаемого образца, максимально близко соответствующую экспериментам. Применение указанного метода для рассматриваемой задачи проводится впервые. Проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментов, которое показало перспективность SPH – метода для адекватного представления накопления повреждений материала. Трехмерный расчет позволяет отслеживать существенно пространственные особенности разрушения.

**Ключевые слова:** разрушение, образец с трещиной, sph метод моделирования.

Для горных пород, обладающих естественной трещиноватостью и блочной структурой возникают задачи определения параметров предельного состояния массивов породы, ослабленных трещинами, и выявления в них наиболее опасных трещин. Получение адекватных представлений о влиянии наличия трещин и их ориентации на образование и развитие магистральных трещин является важным моментом для решения ряда проблем, связанных с безопасностью проведения подземных работ. Многие задачи прикладного характера, такие как изучение устойчивости подземных сооружений, разработка выбрособезопасных способов разработки полезных ископаемых, исследования прочности горных пород и строительных материалов не могут быть рассмотрены без реалистичных представлений об их реакции на нагружение, которая и определяет их механическое поведение. В ряду этих вопросов важнейшее место занимает задача зарождения локального разрушения и образования магистральных макроскопических трещин.

Как показывают исследования, после образования большого числа малых трещин на мезоуровне происходит их консолидация с преимущественным развитием лишь некоторых наиболее опасных магистральных макротрещин, которые легко инициируемы при данных условиях. Такой характер разрушения является характерным для горных пород. В связи с этим возникают задачи определения параметров предельного состояния массивов пород, ослабленных трещинами, и выявления в них наиболее опасных трещин в зависимости от их конкретного напряженно-деформированного состояния (НДС).

Экспериментальное исследование влияния ориентации начальной трещины на характер разрушения и параметры предельного состояния образцов проводилось при одноосном сжатии прессом [1]. Образцы представляли собой прямоугольные параллелепипеды размером 50x50x20 мм сплошные и с центральной сквозной щелью длиной 20 мм и шириной 0,2 мм, имитирующей начальную трещину, которая ориентировалась под различными углами к направлению действующей нагрузки.

Наиболее перспективным подходом в научном исследовании является комбинирование экспериментов и численного моделирования. Такой подход позволяет существенно сократить стоимость исследования и увеличить его продуктивность. В течение последних лет был опубликован ряд таких работ по исследованию деформирования и разрушения образцов, как сплошных, так и содержащих начальную трещину, при их одноосном сжатии [ 2-3 ].

В настоящей работе проведено трехмерное компьютерное моделирование процесса разрушения хрупких образцов с начальной трещиной разной ориентации. Целью работы было определение оптимального способа численного моделирования, позволяющего получать картину разрушения нагружаемого образца, максимально близко соответствующую экспериментам.

В трехмерном пространстве рассматривается нагружение упругого образца (1) с трещиной (3) одноосным сжатием при помощи пресса (2). Начальная геометрия задачи представлена на рисунке 1.

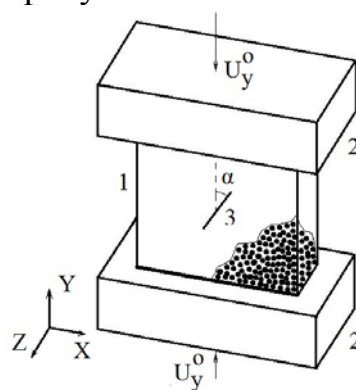


Рисунок 1- Начальная геометрия задачи.

Решение задачи требует определить компоненты тензора напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  и  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  во всех точках образца и компоненты упругих перемещений  $u_x, u_y, u_z$  произвольной точки. Для этого используется основная система уравнений механики сплошной среды

$$\frac{d\rho}{dt} = \rho \nabla \cdot \vec{U}, \quad \frac{d\vec{U}}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\sigma}, \quad \frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \vec{\sigma} : \nabla \times \vec{U}, \quad (1)$$

где  $\rho$  - плотность;  $\vec{U}$  - вектор массовой скорости;  $\vec{\sigma}$  - вектор напряжений;  $E$  - внутренняя энергия, с краевыми условиями, отражающими тот факт, что на свободных поверхностях образца полагается равенство нулю вектора напряжений, а на контактных границах поверхностные усилия отсутствуют, так как принимается отсутствие трения.

Система уравнений (1) с заданными начальными и граничными условиями полностью определяют краевую задачу. Для решения поставленной краевой задачи используется метод сглаженных частиц (SPH) [4]. Одним из главных преимуществ применения этого метода является то, что он в своей основе не имеет сеточной структуры и тем самым уходит от неточностей и неустойчивостей, связанных с поддержанием целостности и качества сетки во время больших деформаций. Бессеточная природа SPH метода делает его удобным для процессов моделирования геомеханических задач, которые включают экстремальные деформации и нарушение сплошности, такие как разрушение, фрагментация. Бессеточная природа позволяет моделировать процессы разрушения и соответствующие связи без необходимости перестройки расчетной сетки.

Трещинообразование определяется из анализа истории напряженно - деформированного состояния массива материала. В традиционных расчетных методах возникают трудности в отслеживании истории напряженно - деформированного состояния на основе узлов сетки и предсказания эволюции разрушения в образце. Достоинством метода SPH является возможность расчета смещений с произвольными деформациями при сохранении преимуществ лагранжевого подхода. Метод SPH - лагранжевый метод, в котором материал разбивается на частицы (рис. 1-2), для каждой из которых в любой момент времени известны масса, положение, скорость, а также плотность и напряжения. Способность SPH метода отслеживать историю состояния частиц обеспечивает реалистичную структуру допускающую предсказание возникновения разрушения и распространения трещин.

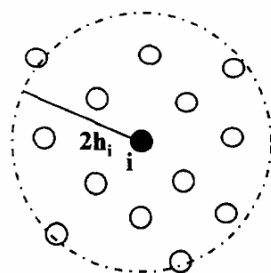


Рисунок 2. - Окрестность SPH частицы.

Пусть есть частица  $x_i$  с массой  $m_i$  и некоторым свойством  $A_i$ . Тогда, если известны значения этого свойства для частиц, находящихся в некоторой окрестности  $x_i$  (в пределах, так называемых двух сглаживающих длин  $h$  (рис. 2)), то  $A_i$  будет вычисляться как

$$A(x) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(x - x_j, h), \quad (2)$$

где  $\rho_j$  - плотность частицы,  $W$  - сглаживающая функция,  $h$  - длина сглаживания. В формуле (2) предполагается, что суммирование ведется по всем частицам, находящимся в пределах двух сглаженных длин. Сглаживающая функция такова, что

$$\int_{x-x_i} W(x - x_i) dx = 1, \quad (3)$$

$$W(x - x_i, h) = 0, \quad |x - x_i| > 2h.$$

В расчетах используется функция вида  $W(x, h) = e^{-(x/h)^2}$ , которая удовлетворяет указанным условиям.

Использование такой аппроксимации существенно упрощает вычисление градиента функции, так как достаточно аналитически продифференцировать ядро сглаживания, что даст

$$\nabla A(x) = \sum_j \frac{m_j A_j}{\rho_j} \nabla W_j. \quad (4)$$

Численные аппроксимации уравнений механики деформируемого тела (1), построенные с помощью метода SPH, выглядят следующим образом:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (U_j - U_i) \cdot \nabla W_{ij},$$

$$\frac{dU_i}{dt} = - \sum_j m_j \left( \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla W_{ij}, \quad (5)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = - \sum_j m_j (U_j - U_i) \cdot \left( \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) \cdot \nabla W_{ij}.$$

Ключевыми проблемами в численном моделировании разрушения являются:  
- представление существующих свойственных дефектов в материале;

- определение характеристик уровня разрушения в определенном месте в материале;

- представление накопления повреждений, ведущего к разрушению.

Привлекательное свойство SPH подхода - способность представлять разрушение материала в реалистической форме. При критическом напряженно-деформированном состоянии SPH подход численно определяет разрушение материала посредством потери взаимодействия между соседними частицами в пределах заданной длины сглаживания  $h$  (рис. 2). Для моделирования хрупкого разрушения идеология SPH метода комбинируется с моделью повреждаемости среды Грэди и Киппа [5], основанной на анализе истории локального напряжения и распределении потоков. Для характеристики объема осредненного микро-разрушения материала, представляемого каждой SPH частицей, используется скалярный параметр  $D$ , изменяющийся от 0 до 1. Этот параметр запрещает перенос напряжения растяжения между частицами, и эволюционирует, основываясь на истории напряжений в каждой частице. Материал с  $D = 0$  находится в неразрушенном состоянии и способен передавать все растягивающие напряжения, в то время как материал с  $D = 1$  является полностью разрушенным и не может передавать какие либо растягивающие нагрузки, таким образом, создавая единичную трещину. Слияние зон растрескавшегося материала в образце ведет к фрагментации.

Приближенная дифференциальная форма эволюционной модели Грэди-Киппа для  $D(t)$  записывается следующим образом:

$$\frac{dD^{1/3}}{dt} = \frac{(m+3)}{3} \alpha^{1/3} \varepsilon^{m/3}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon = \sigma_{\max} / (K + 4/3G)$  - растягивающее напряжение;  $\sigma_{\max}$  - максимальное положительное главное напряжение,  $K = 12,2$  ГПа и  $G = 2,67$  ГПа - модуль объемного сжатия и модуль сдвига материала и  $\alpha$  - константа материала, определяемая через два параметра разрушения  $k = 1,0 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$  и  $m = 9,0$  и постоянную скорость роста трещин  $C_g$ :

$$\alpha = \frac{8\pi C_g^3 k}{(m+1)(m+2)(m+3)}. \quad (6)$$

Повреждения накапливаются когда эффективное напряжение достигает порога  $\varepsilon_{\min} = (VK)^{-1/m}$ , где  $V$  есть объем SPH частицы. Это эффективное напряжение используется в эволюционном уравнении (5) для предсказания разрушенного состояния материала. Влияние разрушения задается тем, что компоненты тензора напряжений нормируются по  $(1-D)$ , причем компоненты сжимающих напряжений не уменьшаются по мере разрушения, так как материал в области разрушения остается способным к передаче сил сжатия. Уменьшаются

силы растяжения между соседними частицами.

На рисунке 3 представлены результаты расчетов развития разрушения в сплошном образце и образцах из цементно-песчаной смеси с трещиноподобными выемками различной ориентации при одноосном сжатии.

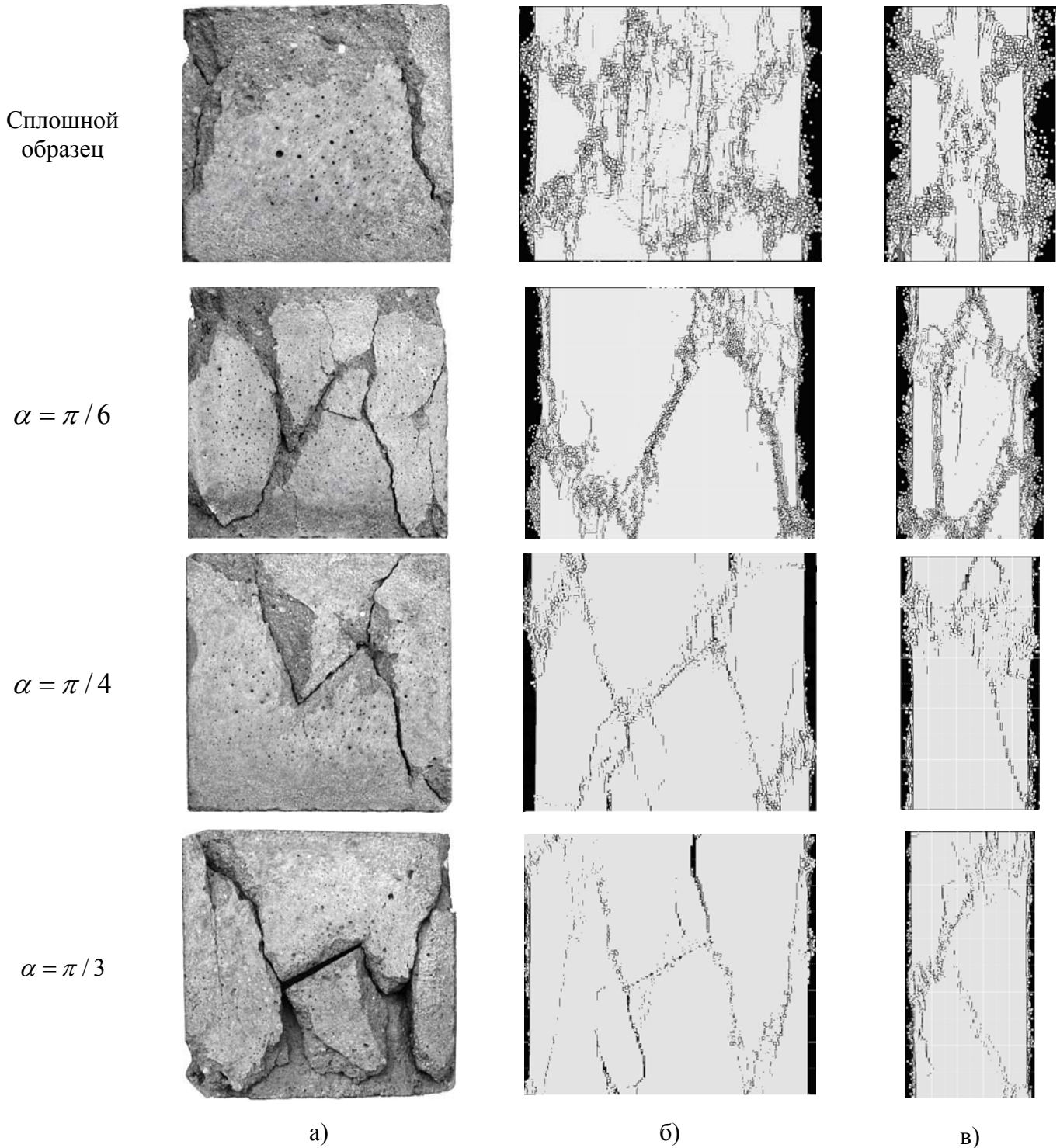


Рисунок 3 – Сравнение расчетных и экспериментальных данных:  
 а - экспериментальные данные [1]; б - трехмерный расчет – фронтальная плоскость XOY;  
 в - трехмерный расчет – боковая плоскость XOZ.

При нагружении сплошных образцов (рис.3) в них образуются трещины, исходящие из углов образца, с откалыванием материала вдоль боковых (свободных) граней. В средней части образцов разрушение происходит по диагоналям вертикальных сечений YOZ, параллельных свободным боковым граням образца. Трехмерный расчет адекватно отслеживает развитие такого диагонального разрушения.

В случаях  $\alpha = \pi/6$ ;  $\alpha = \pi/4$  и  $\alpha = \pi/3$  (рис.3) также наблюдается образование диагонального разрушения.

Сопоставление результатов моделирования с экспериментальными данными показывает, что использование описанного в работе трехмерного расчетного подхода позволяет не только достаточно точно рассчитывать задачи нагружения и разрушения образцов, но и способствует более качественному изучению и лучшему пониманию происходящих физических процессов, что позволяет вырабатывать наиболее перспективные пути получения характеристик материалов и оптимизировать работу с ними.

**Выводы.** Трехмерное компьютерное моделирование подробно передает зарождение повреждений в материале и картину образования фрагментов разрушенных образцов. Без особых затруднений может быть выполнена оценка развития и накопления разрушения для большого набора параметров задачи, таких как геометрия, вид нагружения, начальное распределение и характеристики дефектов, что зачастую невозможно исследовать экспериментально. Адекватные модели разрушения в совокупности с эффективными численными методами создают значительный потенциал для понимания закономерностей разрушения и для создания практических методик, которые можно использовать для проектирования конструкций и оборудования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костандов, Ю.А. Влияние ориентации начальной трещины и контактного трения на разрушение хрупких тел / Ю.А. Костандов, В.С. Медведев // Геотехническая механика: межведомств. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. - Днепропетровск, 2012. - Вып. 97. - С.231-240.
2. Kostandov, Yu. A. Fracture of Compressed Brittle Bodies with a Crack / Yu. A. Kostandov, P. V. Makarov, M. O. Eremin, I.E. Shipovskii, I. Yu. Smolin / International Applied Mechanics. -Jan.2013 - V.49,№1. P. 96-103.
3. Костандов, Ю.А. Моделирование разрушения хрупких и квазихрупких тел и геосред / М.О.Еремин, Ю.А.Костандов, П.В.Макаров [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 3. – С.35-44.
4. Libersky, L.D. Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent implements and applications /L.D.Libersky, P.W.Randles // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.- V.139.- 1996.- P.375-408.
5. Graya, J.P. Numerical modelling of stress fields and fracture around magma chambers / J.P. Graya, J.J. Monaghan // Journal of Volcanology and Geothermal Research,- V. 135.- 2004. – P. 259–283.

#### REFERENCES

1. Kostandov, Yu. A. and Medvedev V.S. (2012), "Dependence of durability of fragile bodies at their compression from a pin friction and orientation of initial crack", *Geo-Technical Mechanics*, no. 97, pp. 231-240.
2. Kostandov, Yu. A., Makarov P. V., Eremin M. O., Shipovskii I.E. and Smolin I. Yu. (2013), "Fracture of Compressed Brittle Bodies with a Crack", *International Applied Mechanics*, vol.49, no 1, pp. 96-103.
3. Kostandov, Yu. A., Makarov P. V., Eremin M. O., Shipovskii I.E. and Smolin I. Yu. (2012), "Simulation for failure of fragile and quasi-fragile bodies and geo-environments", *Fizicheskaya Mezomekhanika*, [Physical MezoMechanics], vol. 15, no 3, pp.35-44.
4. Libersky, L.D. and Randles, P.W. (1996) "Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent implementations and applications", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, vol.139, p.p. 375-408.
5. Graya, J.P. and Monaghan J.J. (2004) "Numerical modelling of stress fields and fracture around magma chambers" *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, vol. 135, pp. 259–283.

---

#### Об авторе

**Шиповский Иван Евгеньевич**, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского центра Вооруженных Сил Украины «Государственный океанариум» (НИЦ ВС Украины «Государственный океанариум»), Севастополь, Украина, [ivev@i.ua](mailto:ivev@i.ua).

#### About the author

**Shipovskiy Ivan Evgenyevich**, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Principal Researcher of «State Oceanarium» of Ukraine, Sevastopol, Ukraine, [ivev@i.ua](mailto:ivev@i.ua).

---

**Анотація.** Досліджується виникнення руйнування і утворення макроскопічних тріщин в крихкому матеріалі. Методом згладжених часток (SPH) розраховується тривимірна поведінка зразків при одновісному стискуванні з метою визначення оптимального способу комп'ютерного моделювання, що дозволяє отримувати картину руйнування навантажуваного зразка, максимально близько відповідну спостережуваному в експериментах руйнуванню. Застосування вказаного методу для даного завдання проводиться уперше. Проведено порівняння отриманих результатів з даними експериментів, яке показало перспективність SPH - методу для адекватного представлення накопичення ушкоджень матеріалу. Тривимірний розрахунок дозволяє відстежувати істотно просторові особливості руйнування.

**Ключові слова:** руйнування, зразок з тріщиною, sph метод моделювання.

**Abstract.** Occurrence of complex fracture processes and formation of macroscopic cracks are investigated in a fragile material. A 3D behaviour of samples at a monaxonic compression is computed with the help of a method of Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) in order to determine an optimal method for simulating processes of the loaded sample fracturing with maximal correspondence with the fracture observed during experiments. It is for the first time when this method is used for the task under consideration. The obtained results were compared with data of experiments, and the comparison proved good potential of the SPH - method for adequate presentation of fractures accumulated in the material. The 3D method allows to trace essential spatial features of the fracturing.

**Keywords:** fracture, sample with a crack, SPH method of simulation

*Стя поступила в редакцію 27.08.2013*

*Рекомендовано к публикации д-ром техн. наук С.П. Минеевым*



УДК 622.235.38:622.235.4

**К.Н. Лабинский**, канд. техн. наук, доцент  
(ГВУЗ «ДонНТУ»)

**ИССЛЕДОВАНИЕ КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ПЕРЕДАЧИ  
ДЕТОНАЦИИ МЕЖДУ ПАТРОНАМИ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ В  
РАССРЕДОТОЧЕННОМ ЗАРЯДЕ**

**К.М. Лабінський**, канд. техн. наук, доцент  
(ДВНЗ «ДонНТУ»)

**ДОСЛІДЖЕННЯ КРИТИЧНИХ УМОВ ПЕРЕДАЧІ ДЕТОНАЦІЇ МІЖ  
ПАТРОНАМИ ВИБУХОВІХ РЕЧОВИН У РОЗСЕРЕДЖЕНОМУ ЗАРЯДІ**

**K.N. Labinskiy**, Ph.D. (Tech.), Associate Professor  
(SHEE «DonNTU»)

**RESEARCHING OF CRITICAL CONDITIONS OF DETONATION  
TRANSMITTING BETWEEN CARTRIDGES OF EXPLOSIVE IN A  
DIVIDED CHARGE**

**Аннотация.** В статье исследован механизм передачи детонации между патронами ВВ в рассредоточенном заряде. Рассмотрено влияние диаметра канала на скорость истечения продуктов детонации. Установлены критические условия передачи детонации между рассредоточенными зарядами. Предложены конструкции шпуровых зарядов, обеспечивающие передачу детонации между рассредоточенными патронами ВВ.

**Ключевые слова:** заряд ВВ, передача детонации, продукты взрыва, отказ детонации.

**Актуальность работы.** При взрывном разрушении горных пород при проведении горных выработок в подавляющем большинстве используются патронированные составные шпуровые заряды ВВ. Известны рассредоточенные конструкции шпуровых зарядов, позволяющие управлять разрушающим действием взрыва за счет создания воздушных промежутков между соседними патронами. Однако искусственное создание воздушного промежутка между патронами ВВ может привести к нарушению устойчивости детонации составного рассредоточенного шпурового заряда ВВ. Поэтому исследование критических условий передачи детонации между патронами ВВ является актуальной задачей, решение которой позволит обосновать оптимальные параметры конструкции рассредоточенных шпуровых зарядов ВВ, обеспечивающие полноту и устойчивость детонации.

Анализ последних исследований и публикаций, посвященных этому вопросу, показал, что механизм передачи энергии взрыва активного заряда ВВ пассивному может осуществляться тремя путями: ударной волной, распространяющейся в среде, разделяющей заряды, газодинамическим потоком продуктов детонации ВВ и твердыми быстро летящими частицами, метаемыми взрывом.