



- потенциалы и напряженности полей отдельного банча могут быть явно указаны в произвольной точке внутри и снаружи банча;
- при известных потенциалах и полях для одного банча моделирование изменений изображения всего пучка во времени достигается простым движением цепочки из нескольких банчей;
- влияние эффектов пространственного заряда становится более понятным при рассмотрении отдельного иона в поле движущегося банча;
- не требуется большой вычислительной мощности для приемлемой точности оценки эффектов пространственного заряда.

В дальнейших расчетах мы будем пренебрегать собственным магнитным полем банча по сравнению с его электрическим полем, но по необходимости учитывать релятивистские эффекты для пучков высокой энергии, используя известные преобразования Лоренца при переходах между движущимися (пучок) и покоящимися (ИМПС) системами координат.

В начальном приближении при моделировании искажения изображения за счет действия пространственного заряда (ПЗ) первичного пучка ускоренный пучок рассматривается в виде цилиндра длиной  $\sigma_L$ , радиусом  $R$  и длиной во времени  $t_b$  с постоянной плотностью объемного заряда. Тогда напряженность электрического поля  $E(r)$  на расстоянии  $r$  от его оси достигает максимума на границе пучка при  $r=R$ .

Предположим также, что ионы остаточного газа взаимодействуют с релятивистскими банчами настолько короткими, что новый ион практически не успевает тронуться с места за время взаимодействия с полем банча, но получает полный импульс  $p(r) = qE(r)\Delta t_b$  (где  $q$  – заряд иона,  $\Delta t_b$  – часть длины банча во времени) от всех частиц банча, с которыми он успевает взаимодействовать, пока находится в пучке; т.е. его скорость и направление движения будут зависеть от этого числа частиц и места рождения иона относительно продольной оси банча, которая на картине поперечного сечения является началом координат  $XU$ . Пояснить это можно так: ион появляется, во-первых, в разных точках поперечного сечения пучка, во-вторых, он может появиться на фронте или спаде, или в любой промежуточной временной точке. Следовательно, после того, как банч уходит, а ион оказывается вне его поля, то ион будет иметь импульс, величина и направление которого определяются направлением и величиной суммарного поля ПЗ, с которым он успел взаимодействовать, а также случайный импульс, пропорциональный сечению рассеяния ускоренной частицы на ионе, и начальный импульс, полученный в процессе ионизации. Таким образом ионы, рожденные на продольной оси симметричного банча, получают импульс, близкий по величине к начальному импульсу ионизации  $p_i$ , и дополнительный импульс  $p_s$  от ускоренных частиц, рассеявшихся на этом ионе. А ионы на фронте банча в поле, близком к максимальному  $E(R)$  – максимальный по величине импульс от поля ПЗ и малые импульсы  $p_i$  и  $p_s$ . Все остальные ионы будут иметь промежуточные значения импульсов ПЗ, симметрично расположенные относительно центра поперечного сечения и  $p_i + p_s$ .

Возникает вопрос: каким образом эти взаимодействия влияют на двумерное распределение и профили пучка, полученные ИМПС, и чем они отличаются от ПСП и профилей, полученных в условиях, когда поле пространственного заряда не создает искажений? Ответ можно получить, рассмотрев движение четырех ионов, появившихся одновременно на равных расстояниях от центра ПСП на осях  $X$  и  $Y$ . Очевидно, что ионы, находящиеся на горизонтали, будут расходиться в противоположных направлениях. А вот ионы, находящиеся на вертикали, хотя и получают противоположные по направлению импульсы, но сдвинутся на изображении вниз на равное расстояние, так как верхний ион будет двигаться вверх в извлекающем поле, направленном вниз, до тех пор, пока не остановится, а затем с тем же ускорением направится вниз; и в точке рождения будет иметь импульс, равный по величине импульсу поля пространственного заряда, но противоположно направленный. И, по этой причине, сместится вниз. Нижний ион в точке рождения имеет дополнительный импульс, направленный по полю, и поэтому также сместится вниз на результирующей картине ПСП. Для цепочки банчей картина несколько изменится: если ионы успевают взаимодействовать с несколькими банчами, то импульс верхнего иона уменьшается и он оказывается ближе к своему положению, т.е. положению без учета импульса поля ПЗ. Нижний же ион, наоборот, приобретает дополнительные импульсы по направлению поля от нескольких банчей и его положение будет смещаться еще ниже на картине ПСП.

Верхний уровень статистической общей ошибки измерений без учета электростатических полей ИМПС и поля пространственного заряда [4] рассчитывается по классической формуле для дисперсии суммы зависимых величин с использованием неравенства Коши-Буняковского-Шварца:

$$\sigma_{\text{изм.}}^2 \leq \sigma_n^2 + \sigma_p^2 + \sigma_c^2 + \sigma_{\text{щ}}^2 + 2\sigma_n \cdot \sigma_p.$$

Здесь  $\sigma_{\text{изм.}}$  – измеренный размер поперечного сечения;  $\sigma_n$  – истинный размер пучка, который не зависит ни от ширины щели и полей, ни от начальных скоростей ионов и равен начальному размеру ионного отпечатка ускоренного пучка в условиях рассматриваемой задачи;  $\sigma_p$  – среднеквадратичное уширение размера изображения из-за конечного числа  $\Delta N_b$  частиц в банче, рассеивающихся на ионах, причем этот размер зависит от размера  $\sigma_n$ . Чем меньше ПСП, тем сильнее размытие  $\sigma_p$ , так как при одинаковом количестве  $\Delta N_b$  частицы банча с меньшим ПСП создают большее статистическое отклонение среднего импульса  $p_s$  иона из-за большего среднего импульса от каждой частицы.  $\sigma_c$  – размер уширения за счет  $p_i$ ;  $\sigma_{\text{щ}}$  – уширение по вертикали за счет конечного размера щелей при наложении случайных распределений в разных сечениях пучка над щелью.

Если же учитывать влияние ПЗ, искажения полей в щелях и неравномерность электростатических полей конденсаторов за счет краевых эффектов, то размер изображения пучка преобразуется в размер

$$k\sigma_{\text{изм.}} = k_{\text{пз}}(r) k_{\text{щ}} k_{\text{кнд}} \sigma_{\text{изм.}}$$

Поля щелей действуют по оси  $Z$ , как дефокусирующие цилиндрические линзы, а поля конденсаторов – как фокусирующие линзы. Коэффициент  $k_{ns}(r)$  учитывает влияние поля ПЗ в плоскости  $XY$ .

В модели, принятой для расчетов программным путем, предполагается, что банч обладает симметрией вращения относительно направления движения, поэтому в качестве наилучшего приближения для последующего аналитического решения уравнения Пуассона мы воспользуемся моделью вытянутого эллипсоида вращения с параболическим распределением плотности заряда внутри банча:

$$\rho(r, z) = \frac{5}{2} \rho_0 \left( 1 - \frac{r^2}{b^2} - \frac{z^2}{a^2} \right),$$

где  $\rho_0 = \frac{3N\zeta e}{4\pi ab^2}$  ( $N$  – число частиц в банче,  $\zeta$  – их заряд,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $a$  и  $b$  – полуоси эллипсоида,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\frac{r^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$  на поверхности эллипсоида). Так как размеры пучка много меньше размеров вакуумной камеры, будем считать, что пучок распространяется в свободном пространстве без учета граничных условий на стенках камеры и пластинах извлекающего конденсатора ИМПС.

Даже в случае однородного распределения заряда граничные условия на поверхности эллипсоида приводят к очень сложным выражениям при решении уравнения Пуассона, поэтому удобно ввести систему конфокальных эллиптических координат, которая лучше всего подходит для решения данной проблемы [3].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для моделирования процесса регистрации изображений ПСП была написана программа BCSM-Trase, позволяющая оценить перспективы использования ИМПС на произвольных ускорителях с заданными характеристиками. Программа основана на классическом численном методе Рунге-Кутты 4-го порядка точности с адаптивным шагом. Так как искомые решения для траекторий ионов являются достаточно гладкими, то такой адаптивный контроль величины шага дает возможность вычислять значение приближенного решения на более мелкой сетке в тех областях, где оно меняется быстро, и на более крупной – там, где оно меняется медленно. Это позволяет и повысить точность, и сократить время, требуемое для решения уравнений.

Программа BCSM-Trase предназначена для расчета динамики ионов остаточного газа в ИМПС и учитывает влияние объемного заряда пучка, конструкционные особенности детектора, а также статистические эффекты, связанные с начальными скоростями ионов. Программа производит численное решение дифференциальных уравнений движения второго порядка с использованием аналитических выражений для сил, действующих на ионы, и дает возможность получить любые параметры движущихся ионов (координаты, скорости, ускорения, времена движения) и итоговое изображение ПСП с профилем.

В случае, когда заданные параметры банча определяют его как трехосный эллипсоид, он автоматически трансформируется в эллипсоид вращения с усреднением по двум поперечным осям и сохранением плотности заряда, что позволяет оценивать верхний уровень ошибок.

Программа имеет интуитивно понятный пользовательский интерфейс, позволяющий быстро и наглядно изменять различные технические характеристики ускорителя и подбирать оптимальные настройки (например, величину поля) и геометрию ИМПС под каждый конкретный набор параметров пучка, определяя границы применимости ИМПС для разных ускорителей.

Корреляции между ошибками являются особенно важными компонентами общей оценки, так как учитывают соотношения ошибок между собой, а также их зависимость от положения пучка в датчике и заряда частиц, что позволяет наиболее достоверно описывать как эффект уширения, так и эффект сужения профиля ПСП (при работе с пучком отрицательно заряженных ионов или при использовании электронной компоненты ионизированного остаточного газа).

Программа была применена для оценки перспектив использования ИМПС на ускорителях FRIB Michigan State University и У-70 ИФВЭ.

Facility for Rare Isotope Beams (FRIB) – это строящийся линейный ускоритель для производства импульсных интенсивных пучков короткоживущих редких изотопов, таких как, например,  $^{238}_{78}\text{U}$ .

На выходе ускорителя подобный пучок изотопов урана будет иметь следующие параметры: энергия 208 МэВ/нуклон, средний ток 655 мкА, круглое сечение  $\sigma_x = \sigma_y = 0,52$  мм, длина банча  $\sigma_z = 2,3$  градуса, частота повторения банчей 80,5 МГц [5].

Согласно моделированию ИМПС при извлекающем поле 500 В/мм и ширине щели 1 мм может обеспечить уровень общей ошибки порядка 20 % (Рис.2), что по абсолютной величине соответствует уширению поперечного сечения пучка на 0,1 мм (синий цвет – исходный пучок, красный – с учетом всех ошибок). Для сравнения на Рис.3 показан смоделированный профиль, который получается с помощью ИМПС на пучке ЛУ ИЯИ РАН, обеспечивая ошибки меньше 5 % [6].

Протонный синхротрон У-70 ИФВЭ в Протвино имеет следующие характеристики: максимальная энергия протонов 76 ГэВ, энергия инжекции 1,32 ГэВ, круглое сечение  $\sigma_x = \sigma_y = 1,66 \dots 8,33$  мм,  $\sigma_t = 16,66 \dots 0,83$  нс, частота ВЧ-поля 5,5...6,1 МГц, кратность ВЧ 30, число частиц в импульсе  $1,7 \cdot 10^{13}$  (в перспективе до  $5 \cdot 10^{13}$ ) [7].

Регистрация изображений такого пучка при поле напряженностью 500 В/мм и ширине щели 1 мм может производиться при общей величине ошибки порядка 75 % по оси  $Y$  (Рис.4) и требует введения специальных корректирующих коэффициентов сжатия изображения при компьютерной обработке профилей. Кроме того, из-за большого значения собственного поля пучка (в 6 раз больше поля ИМПС) происходит асимметричное расслоение изображения

по оси  $X$ . При этом обработка подобных искажений и приведение наблюдаемого ПСП к пределам погрешностей 5...10 % является простой программной задачей без каких-либо технологических изменений самого детектора.

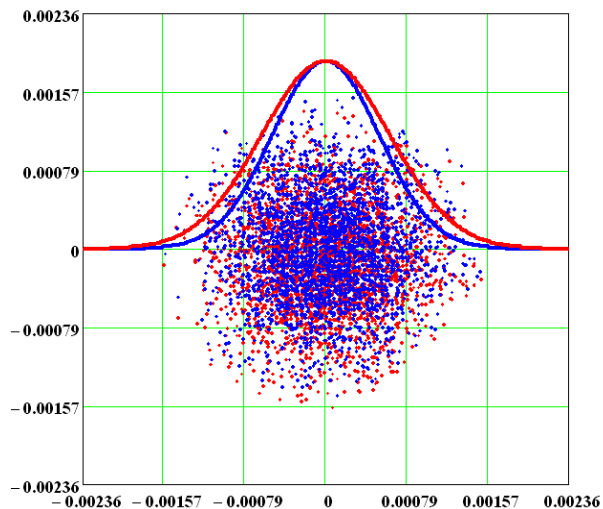


Рис.2. Уширение профиля ПСП FRIB на 20 %

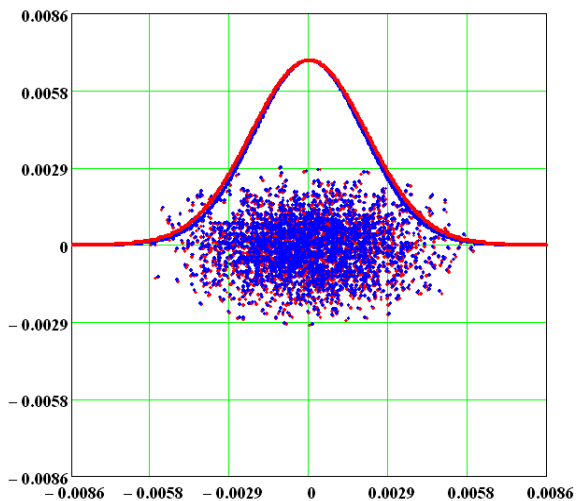


Рис.3. Уширение профиля ПСП ММФ ИЯИ на 5 %

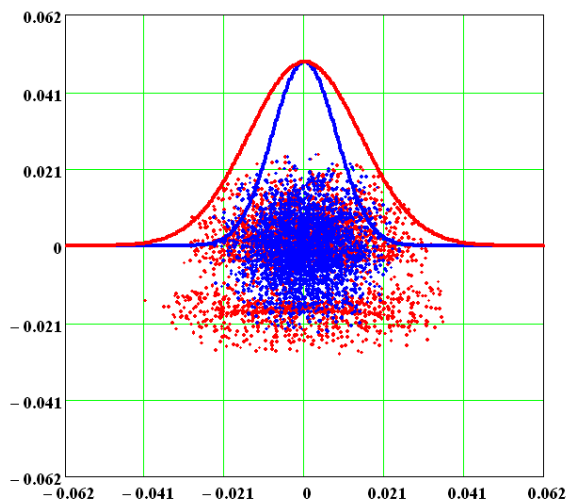


Рис.4. Уширение профиля ПСП У-70 ИФВЭ на 75 % при  $n = 1,7 \cdot 10^{13}$  частиц в импульсе

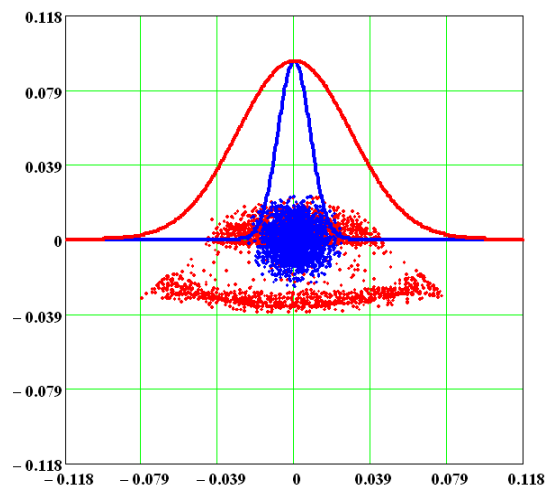


Рис.5. Уширение профиля ПСП У-70 ИФВЭ в 4 раза при  $n = 5 \cdot 10^{13}$  частиц в импульсе

Переход к интенсивности  $5 \cdot 10^{13}$  приводит к полному разрушению наблюдаемого ПСП из-за действия объемного заряда (Рис.5). В данном случае использование ИМПС представляется невозможным без значительных изменений в его конструкции и программном обеспечении.

## ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты математического моделирования объемного заряда пучка и расширенный анализ неоднородностей электростатических полей, обусловленных геометрией детектора, показывают необходимость учета корреляций между погрешностями различной физической природы, возникающими при регистрации ПСП в ИМПС.

Так, для пучков таких ускорителей как ММФ ИЯИ и FRIB MSU собственное поле пучка мало по сравнению с полем детектора, и главную роль играют внутренние погрешности, связанные с размерами и формой конденсаторов и щелей в них и статистическим разбросом скоростей и координат ионов. В подобных случаях незначительные изменения в конструкции ИМПС и его программном обеспечении, определяемые конкретными характеристиками ускорителя, позволят осуществлять надежную работу при максимальном уровне ошибки в 5...10 %, что является достаточной степенью точности для заявленных функций детектора.

При переходе к более интенсивным пучкам с полями, превышающими поля ИМПС, влияние объемного заряда увеличивается, и в случае, например, У-70 ИФВЭ во много раз превышает все другие погрешности. Уширение профиля пучка по оси  $Y$  достигает десятков и сотен процентов, а по оси  $X$  ионное изображение ПСП начинает распадаться на несколько частей. Использование ИМПС в случае действующих параметров пучка У-70 возможно только с введением дополнительных корректирующих программных коэффициентов при обработке итоговых изображений. Однако даже в этом случае, повышение интенсивности в 2-3 раза полностью разрушает ионное пятно, фактически делая невозможным его применение в подобных условиях.

Авторы благодарят В.В. Парамонова за полезные обсуждения и помощь в расчетах.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, контракт № 16.518.11.7037

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. П. Рейнгардт-Никулин, С. Гаврилов, И. Васильев, А. Фещенко. Развитие ионизационного монитора поперечного сечения протонного пучка линейного ускорителя ИЯИ РАН // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Ядерно-физические исследования»* (53). 2010, №2, p.39-43.
2. В.Г. Михайлов, В.В. Леонов, В.А. Резвов и др. Многопараметрические ионизационные датчики для контроля пучков ускоренных частиц // *ПТЭ*. 1995, №6, с.39-53.
3. P. Strehl. *Beam instrumentation and diagnostics*. Springer, Berlin, 2006, p.368-375.
4. P. Reinhardt-Nickoulin, S. Gavrilo, A. Feschenko, I. Vasilyev. Distortions of proton beam 2-D images and profiles due to beam space charge // *Proceedings of Russian Particle Accelerator Conference RuPAC2010*. Protvino, Russia, p.116-118.
5. FRIB Parameter List, [www.frib.msu.edu](http://www.frib.msu.edu)
6. P. Reinhardt-Nickoulin, A. Feschenko, S. Gavrilo. Ion Monitor of transverse Beam Parameters for INR Proton Linac // *Proceedings of RuPAC 2008*. Zvenigorod, Russia, p.264-266.
7. Техническая спецификация У-70, [www.oku.ihep.ru](http://www.oku.ihep.ru)

Статья поступила в редакцию 23.09.2011 г.

### PROSPECTS OF USING IONIZATION BEAM CROSS-SECTION MONITOR AT ACCELERATORS FRIB MICHIGAN STATE UNIVERSITY AND U-70 IHEP

*S. Gavrilo, I. Vasilyev, P. Reinhardt-Nickoulin, A. Feschenko*

Ionization beam cross-section monitor (BCSM) for measuring of accelerated beam parameters has been implemented and improved at INR RAS linac. Operation of the Monitor is based on utilization of residual gas ionization. The Monitor enables to observe beam cross-section, beam profiles and beam position, as well as their evolution in time in interactive mode within a wide range of beam intensities, energies and particle types. Below results of numerical simulation of registration process of images and estimations of its distortions, which are caused by beam space-charge and other various external and internal factors, are resulted, possible applications of BCSM for the accelerators FRIB Michigan State University and U-70 IHEP are discussed.

### ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ІОНІЗАЦІЙНОГО МОНІТОРА ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕТИНУ ПУЧКА НА ПРИСКОРЮВАЧАХ FRIB MICHIGAN STATE UNIVERSITY ТА У-70 ІФВЕ

*С. Гаврилов, І. Васильєв, П. Рейнгардт-Нікулін, А. Фещенко*

Іонізаційний монітор поперечного перерізу пучка (ІМПП) для вимірювання параметрів прискореного пучка частинок був реалізований і вдосконалений на лінійному прискорювачі ІЯД РАН. Робота монітора заснована на ефекті іонізації залишкового газу. Монітор дозволяє спостерігати поперечний переріз, профілі і положення пучка, а також їх зміни в часі в інтерактивному режимі в широкому діапазоні інтенсивностей пучка, енергій і типів прискорених частинок. Нижче представлені результати моделювання процесу реєстрації зображень поперечних перерізів пучка й оцінки їх спотворень, обумовлених об'ємним зарядом пучка, а також іншими зовнішніми й внутрішніми чинниками, обговорюються можливості застосування ІМПП на прискорювачах FRIB Michigan State University і У-70 ІФВЕ.