

РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ СИСТЕМАМИ СТРІЧОК ЗІ ЗМІННОЮ ФРАКТАЛЬНОЮ РОЗМІРністю

Г. І. Кошовий

*Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського,
17, вул. Чкалова, Харків, 61070, Україна
E-mail: k405@d4.khai.edu*

Розглядається задача розсіювання електромагнітних хвиль системою циліндричних стрічок, поперечний перетин якої є певна стадія МДК-фракталу зі змінною фрактальною розмірністю. У випадку E -поляризації отримані сингулярні інтегральні рівняння першого роду зручні як для застосування методу механічних квадратур, так і для перетворення їх до рівнянь другого роду за методом регуляризації Векуа-Карлемана. Окрім загальної динамічної моделі розсіювача пропонується квазістатична модель, що допускає простий явний розв'язок. Проводиться чисельний розрахунок розсіяного поля у далекій зоні. Лл. 1. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: моделювання, фрактали, розсіювання, електромагнетизм, чисельні методи.

Поняття масштабної інваріантності та самоподібності виникли незалежно у різних областях науки. Одна з них - фізика фазових переходів, що вивчає критичні явища, друга – фрактальна геометрія, яка пов'язана з поняттям фрактальної розмірності [1, 2]. У багатьох роботах досліджуються різні фізичні явища, що виявляють масштабну інваріантність та фрактальні властивості. Значна увага приділяється теорії і експерименту, де відокремлюються загальні математичні риси при моделюванні вказаних вище явищ. Предфрактальні об'єкти почали широко застосовувати у прикладних науках, щоб виявити нові можливості для застосування на практиці. Зокрема, у прикладній електродинаміці та конструюванні предфрактальних антен, де використовуються певні стадії процесу творення таких відомих планарних фрактальних об'єктів як крива та сніжинка Коха, килим Серпінського, крива Гільберта тощо [3, 4]. Всі ці об'єкти у тій чи іншій мірі використовують третинний принцип творення фракталу, що використовується при побудові класичної досконалої множини Кантора, фрактальна розмірність якої $\ln 2 / \ln 3$ [1].

Дана робота присвячена дослідженню взаємодії електромагнітної хвилі з системою циліндричних стрічок, напрямні яких утворюють n -у стадію у створенні самоподібного фракталу зі змінною фрактальною розмірністю. При цьому постановка задачі є класично строгою в рамках певних припущень [5, 6].

1. Загальна постановка задачі та методи розв'язку. На систему з N абсолютно тонких та ідеально провідних циліндричних стрічок з паралельними краями набігає плоска електромагнітна хвиля. Поперечний перетин системи являє собою N дуг, які утворюють певну стадію творення фракталу. Коли дуги є відрізками, то вони складають відповідну стадію досконалої множини Кантора, яку будемо називати далі МВК-фракталом.

Узагальнення МВК-фракталу здійснюється заміною відрізків на дуги, що своїми крайніми точками опираються на кінці відрізків [7]. Далі новий об'єкт будемо називати МДК-фракталом, який при відповідному підборі дуг не змінює фрактальну розмірність, але змінює електромагнітні властивості предфрактального розсіювача.

Внаслідок взаємодії електромагнітної хвилі з системою стрічок (розсіювачем) виникає розсіяне електромагнітне поле. З математичної точки зору маємо зовнішні задачі Діріхле (E -поляризація) та Неймана (H -поляризація) для двовимірного рівняння Гельмгольца з відповідною умовою випромінювання на нескінченності і крайовими умовами на кінцях дуг. За добре знаним методом інтегральних рівнянь вказані двовимірні задачі переводяться до одновимірної задачі розв'язання систем інтегральних (ІР) або інтегрально-диференціальних рівнянь (ІДР) [5]. У загальному випадку МДК-фрактала ІР є криволінійними, тому важливим є вибір параметризації дуг [7]. Зокрема, коли ординати дуг визначити цілими функціями типу

$$y_n(t) = \delta_n (t^2 - 1) \prod_{l=1}^S (t - \alpha_l), \quad |t| \leq 1$$

і взяти випадок E -поляризації, то отримаємо систему ІР

$$\sum_{m=1}^N \int_{-1}^1 j_m(t) H_0^{(1)}(k |\vec{r}_l(x) - \vec{r}_m(t)|) dt = v_l(x), \quad (1)$$

$|x| \leq 1, l = 1, \dots, N; k$ - хвильове число.

Тут $\vec{r}_m(t)$ визначає параметризацію m -ї дуги, а права частина має наступний вигляд:

$$v_l(x) = \frac{2i}{\pi} \exp[ik(\vec{q}, \vec{r}_l(x))], \quad \vec{q} - \text{напрявний вектор першої хвилі.}$$

У випадку H -поляризації систему складатимуть ІДР, що мають більш складніший вигляд і

для МВК-фракталу не відрізняються від наведених у статті [8]. Цей випадок є менш привабливим, бо у процесі фрактального творення розміри окремої дуги суттєво зменшуються при переході від однієї стадії до наступної. Тому в першу чергу проведемо дослідження першого випадку, коли на систему набігає плоска E -поляризована хвиля. При цьому у якості генератора (утворювача) самоподібного МДК-фракталу візьмемо симетричну систему параболічних дуг

$$x_m = (-1)^m a + bt, y = c(1-t^2), \\ |t| \leq 1, m = 1, 2.$$

Наступна стадія побудови самоподібного фракталу вже буде мати чотири дуги, зменшені у $\kappa = a/b + 1$ «разів». Тобто n -а стадія побудови складається з 2^n дуг, які у порівнянні з дугами утворювача зменшені у κ^{n-1} «разів». Згідно з розрахунковою формулою розмірності самоподібного фракталу [1] маємо

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln \kappa^{n-1}} = \frac{\ln 2}{\ln \kappa}. \quad (2)$$

Очевидно, що $a > b$, тому фрактальна розмірність даного «лінійного» об'єкта може неперервно змінюватись в інтервалі $(0, 1)$. Відомо, що топологічна розмірність МВК-фракталу, а отже і МДК-фракталу даного типу є нульовою. Про цьому потужність МВК-фракталу, як точкової множини, є континуум.

Повернемось до системи ІР (1), де у випадку n -ї стадії кількість рівнянь буде $N = 2^n$. Зазначимо, що аргументи діагональних ядер ($m = l$) будуть наступними

$$k|\vec{r}_m(x) - \vec{r}_m(t)| = \beta|x - t| \sqrt{1 + \varepsilon^2(x+t)^2},$$

де $\beta = kb$ та $\varepsilon = \frac{c}{b}$ вже є безрозмірні величини.

Очевидно, що вказані ядра мають логарифмічну особливість при $x = t$, а недиагональні ядра є регулярними. Тому для коректного застосування методу механічних квадратур (МК) слід особливість виділити у найпростішому вигляді. В результаті отримаємо систему, що має наступний вигляд:

$$\int_{-1}^1 j_l(t) \ln|\tau - t| dt + \\ + \sum_{m=1}^{2^n} \int_{-1}^1 j_m(t) R_{lm}(\tau, t) dt = \exp[ik(\vec{q}, \vec{r}_l(\tau))]. \quad (3)$$

Тут

$$R_{lm}(\tau, t) = \frac{\pi}{2i} H_0^{(1)}(k|\vec{r}_l(\tau) - \vec{r}_m(t)|), \quad l \neq m;$$

$$R_{ll}(\tau, t) = \frac{\pi}{2i} H_0^{(1)}(k|\vec{r}_l(\tau) - \vec{r}_l(t)|) - \ln|\tau - t|$$

вже є регулярними ядрами. До цієї системи безпосередньо застосовуються відповідні квадратурні формули, у якості точок коллокації беруться квадратурні вузли, складається система лінійних алгебричних рівнянь, далі вона розв'язується і шукані функції відновлюються за відповідними формулами [9].

Окрім методу МК, досить ефективним і в певній мірі зручним для дослідження предфрактальних систем дуг є метод регуляції Векуа-Карлемана (РВК) [10]. Важливою перевагою цього методу є те, що він дозволяє знайти явний аналітичний розв'язок систем ІР у випадку квазістатистичної моделі взаємодії хвилі з предфрактальними розсіювачами довільної стадії.

2. Квазістатична модель. Загальна електродинамічна модель взаємодії між плоскою E -поляризованою електромагнітною хвилею і предфрактальною системою циліндричних стрічок подається системою ІР (3). Квазістатична модель виникає, коли вважати параметр β_n , що визначається відношенням горизонтального розміру дуги n -ї стадії до довжини хвилі, точніше

$$\beta_n = \frac{2b}{\lambda \kappa^{n-1}} \pi, \text{ достатньо малий. Оскільки } \kappa > 2,$$

то цей параметр досить швидко зменшується з ростом n . Але, окрім цього, є припущення, що параметри, пов'язані з відстанню між сусідніми дугами, не є малими. Ці параметри

$$\rho_1 = ka = \frac{2a}{\lambda} \pi, \quad \rho_n = \frac{\rho_1}{\kappa^{n-1}}, \quad n = 2, 3, \dots$$

Останній параметр, що у цій моделі використовується,

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_1}{\kappa^{n-1}}, \quad \varepsilon_1 = \frac{c}{b} < 1, \text{ він теж природно зменшується у процесі фрактального творення.}$$

У даних припущеннях, застосовуючи асимптотичні вирази для ядер та правих частин, приходимо до векторного ІР наступного типу:

$$\int_{-1}^1 j_l(t) \ln|\tau - t| dt = \\ = \vec{e}_n - \mathbf{A}_n \cdot \vec{j} - \int_{-1}^1 \vec{j}(t) \ln \sqrt{1 + \varepsilon_n^2(\tau + t)^2} dt, \quad (4)$$

$$|x| \leq 1.$$

Тут вектор-функція $\vec{j}(t)$ складена з компонент $j_m(t)$; \vec{e}_n - відомий вектор; \mathbf{A}_n - відома матриця відповідного розміру; $\vec{j} = \int_{-1}^1 \vec{j}(t) dt$. Кон-

кретні вирази \vec{e}_n і \mathbf{A}_n будуть приведені нижче для кількох стадій творення.

Далі, застосувавши метод РВК, приходимо до рівняння другого роду

$$\vec{j}(x) = \frac{\mathbf{A}_n \cdot \vec{j} - \vec{e}_n}{\pi \sqrt{1-x^2} \ln 2} + \frac{1}{\pi^2 \sqrt{1-x^2}} \int_{-1}^1 \vec{j}(t) \times \left[\frac{1}{\ln 2} \int_{-1}^1 \frac{\ln \sqrt{1+\varepsilon_n^2(\tau+t)^2}}{\sqrt{1-\tau^2}} d\tau - \varepsilon_n^2 \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\tau-x} \frac{\tau+t}{1+\varepsilon_n^2(\tau+t)} d\tau \right] dt. \quad (5)$$

Зокрема, коли розглядається МВК-фрактал, то $\varepsilon_n = 0$, і тоді маємо рівняння (5) без інтегральних додатків у правій частині. Щоб знайти \vec{j} , проінтегруємо це рівняння, тоді виникне система лінійних алгебраїчних рівнянь, що має наступну форму:

$$(\mathbf{A}_n - \ln 2 \mathbf{E}_n) \vec{j} = \vec{e}_n. \quad (6)$$

Тут \mathbf{E}_n - одинична матриця, а матриця \mathbf{A}_n на діагоналі містить вираз $\ln \frac{\beta_n \gamma}{2i}$. У випадку утворювача МВК-фракталу маємо

$$\mathbf{A}_1 - \ln 2 \mathbf{E}_1 = \begin{pmatrix} \ln \frac{\gamma \beta_1}{4i} & H_0^{(1)}(2\rho_1) \\ H_0^{(1)}(2\rho_1) & \ln \frac{\gamma \beta_1}{4i} \end{pmatrix},$$

при цьому вектор у правій частині складається з двох компонент $e^{-iq_1 \rho_1}$ та $e^{iq_1 \rho_1}$. Визначник

$$|\mathbf{A}_1 - \ln 2 \cdot \mathbf{E}_1| = \left(\ln \frac{\gamma \beta_1}{4i} \right)^2 - \left(H_0^{(1)}(2\rho_1) \right)^2$$

у зроблених припущеннях буде відмінним від нуля. Тому для шуканого вектора \vec{j} маємо $\vec{j} = (\mathbf{A}_1 - \ln 2 \mathbf{E}_1)^{-1} \vec{e}_1$, при цьому шукана вектор-функція має наступний вигляд:

$$\vec{j}(x) = \frac{\vec{j}}{\pi \sqrt{1-x^2}}, \quad (7)$$

отже з математичної точки зору задача розсіювання утворювачем МВК-фракталу є повністю вирішеною.

Для другої стадії процесу творення МВК-фракталу матриця системи (6) з $n=2$ має блочну структуру. Коли позначимо матрицю $\mathbf{A}_1 - \ln 2 \cdot \mathbf{E}_1$ через $\mathbf{A}_1(\beta_1, \rho_1)$, то матриця $\mathbf{A}_1(\beta_2, \rho_2)$ визначає два діагональні блоки. Позадіагональні блоки визначаються матрицею $\mathbf{B}_1(\rho_1, \rho_2)$, що має наступний вигляд:

$$\mathbf{B}_1(\rho_1, \rho_2) = \begin{pmatrix} H_0^{(1)}(2\rho_1) & H_0^{(1)}(2(\rho_1 + \rho_2)) \\ H_0^{(1)}(2(\rho_1 - \rho_2)) & H_0^{(1)}(2\rho_1) \end{pmatrix}.$$

Випишемо матрицю

$$\mathbf{A}_2 - \ln 2 \mathbf{E}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1(\beta_2, \rho_2) & \mathbf{B}_1(\rho_1, \rho_2) \\ \mathbf{B}_1^T(\rho_1, \rho_2) & \mathbf{A}_1(\beta_2, \rho_2) \end{pmatrix},$$

її доречно позначити через $\mathbf{A}_2(\mathbf{B}_2, \rho_2, \rho_1)$, бо це вже буде блоком для складання наступної матриці. Права частина системи (6)

$$\vec{e}_2^T(q_1) = (e^{-iq_1(\rho_1+\rho_2)}, e^{-iq_1(\rho_1-\rho_2)}, e^{iq_1(\rho_1-\rho_2)}, e^{iq_1(\rho_1+\rho_2)}).$$

Отже, маємо $\vec{j} = (\mathbf{A}_2 - \ln 2 \mathbf{E}_2)^{-1} \cdot \vec{e}_2(q_1)$, а розв'язком інтегрального рівняння буде той же вираз (7), що визначає вже чотири компоненти $j_m(t)$, $m=1,2,3,4$.

У загальному випадку n -ї стадії творення матриця $\mathbf{A}_n - \ln 2 \mathbf{E}_n$ має чітко виражену блочну структуру у відповідності з процесом творення самоподібного фракталу. Переважаючим над іншими буде діагональний блок $\mathbf{A}_1(\beta_n, \rho_n)$, що повторюється вздовж діагоналі n разів. Позадіагональні блоки зменшують свій вплив по мірі віддалення від діагоналі, що певним чином полегшує знаходження розв'язку задачі розсіювання предфракталом МВК довільної стадії.

Повертаючись до n -ї стадії МДК-фракталу, слід зауважити, що інтегральні доданки правої частини (5) можна спростити скориставшись певним обмеженням на параметр $\varepsilon_1 = \frac{c}{b}$, взявши його меншим за 0,5. Тоді з точністю до величин, що мають порядок ε_n^4 отримаємо IP:

$$\vec{j}(x) = \frac{\mathbf{A}_n \cdot \vec{j} - \vec{e}_n}{\pi \sqrt{1-x^2} \ln 2} + \frac{\varepsilon_n^2}{\pi \sqrt{1-x^2}} \int_{-1}^1 \vec{j}(t) \left(\frac{2t^2+1}{4 \ln 2} + x^2 + xt - \frac{1}{2} \right) dt.$$

Розшукуючи $\vec{j}(x)$ у вигляді суми $\vec{j}_0(x) + \varepsilon_n^2 \vec{j}_2(x)$ з тією ж точністю $\vec{j}_0(x)$ співпадає з $\vec{j}(x)$ у випадку МВК-фракталу і визначається формулою (7), а для $\vec{j}_2(x)$ маємо рівняння наступного вигляду:

$$\vec{j}_2(x) = \frac{\mathbf{A}_n \cdot \vec{j}_2}{\pi \sqrt{1-x^2} \ln 2} + \frac{\vec{j}_0}{\pi \sqrt{1-x^2}} \left(\frac{1}{2 \ln 2} + x^2 - \frac{1}{2} \right).$$

Щоб визначити \vec{j}_2 , знову проінтегруємо це рівняння, щоб після перетворення отримати

$$(\mathbf{A}_n - \ln 2 \mathbf{E}_n) \vec{j}_2 = -\vec{j}_0 / 2.$$

Після визначення \vec{j}_2 маємо вираз

$$\vec{j}_2(x) = \frac{\vec{j}_2 + (x^2 - \frac{1}{2})\vec{j}_0}{\pi\sqrt{1-x^2}},$$

що визначає відміну МДК-фракталу від МВК-фракталу. При цьому загальний вираз шуканої вектор-функції буде таким

$$\vec{j}(x) = \frac{\vec{j}_0 + \varepsilon_{n^2}[\vec{j}_2 + \pi(x^2 - \frac{1}{2})\vec{j}_0]}{\pi\sqrt{1-x^2}}.$$

Таким чином, вважається розв'язаною задача розсіювання предфрактальною системою циліндричних стрічок для досить загального виду напрямних у випадку квазі-статистичної моделі.

3. Поле у далекій зоні. Після математичного розв'язку задачі розсіяне електромагнітне поле навколо розсіювача можна подати за допомогою функції, що визначається сумою інтегральних перетворень розв'язку $j_l(t)$, $|t| \leq 1, l = 1, 2, \dots, 2^n$:

$$v(\vec{r}) = -\frac{i}{4} \sum_{l=1}^{2^n} \int_{-1}^1 j_l(t) H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}_l(t)|) dt.$$

Далі зручно для \vec{r} - радіуса-вектора точки спостереження, взяти полярну систему координат, тобто $\vec{r} = r(\cos \varphi, \sin \varphi)$. Тоді

$$k|\vec{r} - \vec{r}_l(t)| = kr \sqrt{1 - \frac{2}{r}(x_l(t) \cos \varphi + y_l(t) \sin \varphi) + \frac{r_l^2}{r^2}}.$$

Коли достатньо віддалитись від розсіювача ($r \gg r_l$) і обмежитись тільки двома головними доданками розвинення радикала, то отримаємо

$$k|\vec{r} - \vec{r}_l(t)| \approx kr - k(x_l(t) \cos \varphi + y_l(t) \sin \varphi).$$

В силу іншого припущення $kr \gg 1$ можна скористатися апроксимацією Ханкеля циліндричної функції

$$H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}_l(t)|) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi i}} \frac{e^{irk}}{\sqrt{rk}} e^{-ik(x_l(t) \cos \varphi + y_l(t) \sin \varphi)}.$$

В результаті отримаємо вираз, що визначає розсіяне електромагнітне поле у дальній зоні

$$v(\vec{r}) \approx -\sqrt{\frac{i}{8\pi}} \frac{e^{irk}}{\sqrt{rk}} \sum_{l=1}^{2^n} \int_{-1}^1 j_l(t) e^{-ik(x_l(t) \cos \varphi + y_l(t) \sin \varphi)} dt.$$

Якщо множник $\frac{e^{irk}}{\sqrt{kr}}$, що залежить від відстані до розсіювача, відкинути, то залишиться вираз, який характеризує розподіл поля у далекій зоні в залежності від полярного кута. Позначимо його $A(\varphi)$, тобто

$$A(\varphi) = -\sqrt{\frac{i}{2}} \sum_{l=1}^{2^n} \hat{j}_l(\varphi),$$

$$\text{де } \hat{j}_l(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^1 j_l(t) e^{-ik(x_l(t) \cos \varphi + y_l(t) \sin \varphi)} dt.$$

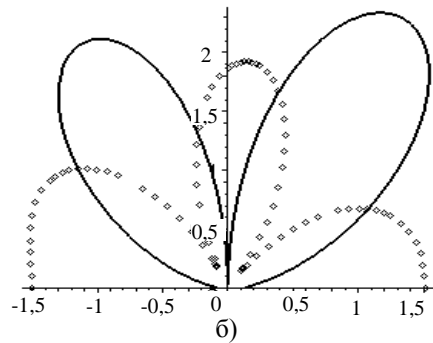
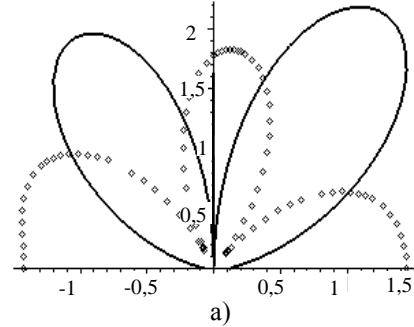
У випадку квазі-статичної моделі

$$\sum_{l=1}^{2^n} \hat{j}_l(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (\vec{e}_n^T(-\cos \varphi), \vec{j}).$$

Зокрема при $n=2$ маємо

$$\begin{aligned} (\vec{e}_2^T(\cos \varphi), \vec{j}) &= \\ &= j_1 e^{i(\rho_1 + \rho_2) \cos \varphi} + j_2 e^{i(\rho_1 - \rho_2) \cos \varphi} + \\ &+ j_3 e^{-i(\rho_1 + \rho_2) \cos \varphi} + j_4 e^{-i(\rho_1 - \rho_2) \cos \varphi}. \end{aligned}$$

Графіки залежності $|A(\varphi)|$ від полярного кута для значень $\rho_1 = \pi, \rho_2 = \pi/6$ та різних кутів набігання хвилі збудження $q_1 = 0,5$ (суцільна лінія) та $q_1 = 0,1$ (крапки) наведені на малюнках.



Діаграми направленості для різних значень коефіцієнта подібності: а) $\beta_2 = \pi/30$; б) $\beta_2 = \pi/24$

Порівнявши малюнки, можна зауважити, що малий частотний параметр β_2 слабше впливає за кутовий.

Висновки. Розглядаються нові розсіювачі електромагнітних хвиль у вигляді предфрактальних систем циліндричних стрічок з паралельними краями. При цьому поперечний перетин розсіювача є деякою стадією МДК-фракталу зі змінною фрактальною розмірністю. Ця розмірність може змінюватись неперервно в інтервалі (0,1).

Дослідження задачі проведено на основі досить загального і відомого методу ІР з використанням чисельно-аналітичного методу регуляризації Векуа-Карлемана (РВК).

Запропонована квазі статична модель взаємодії E -поляризованої електромагнітної хвилі з МДК-предфракталом, що може бути використана, і це доведено у роботі при утворенні фрактальних розсіювачів. Суттєво, що метод РВК у випадку цієї моделі забезпечує явний аналітичний розв'язок для довільної стадії творення МДК-фракталу. Окрім повного математичного розв'язку задачі розсіювання значна увага приділена дослідженню розсіюваного електромагнітного поля у далекій зоні. Проведені чисельні розрахунки.

1. Mandelbrot B. B. The Fractal geometry of Nature. - New York: W. H. Freeman & Co. - 1983. - 600 p.
2. Кравченко В. Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. - М.: Радиотехника, 2003. - 560 с.
3. Потапов А. А. Фракталы в радиопроизике и радиолокации. - М.: Логос, 2002. - 500 с.
4. Крупенин С. В. Моделирование фрактальных антенн. Радиотехника и электроника. - 2006. - 51, №5. - С.561-566.
5. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. - М.: Мир, 1964. - 428 с.
6. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. - Харьков: Изд-во Харьк. гос. ун-та, 1973. - 287с.
7. Кошовий Г. І. Поверхневі струми збуджені E -поляризованою хвилею на криволінійних стрічках // Радиопроизика и электроника. - Харьков: Ин-т радиопроизики и электрон. НАН Украины. - 2004. - 9, №3. - С.509-514.
8. Кошовий Г. І. Рассеяние H -поляризованной волны на системе лент // Радиопроизика и радиоастрономия. - 1998. - №3-4. - С.414-418.
9. Панасюк В. В., Саврук М. П., Назарчук З. Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. - Киев: Наук. думка, 1984. - 256 с.
10. Кошовий Г. І. Розсіювання електромагнітних хвиль предфрактальними системами циліндричних стрічок // Радиопроизика и электроника. - Харьков: Ин-т радиопроизики и электрон. НАН Украины. - 2007. - 12, №1. - С.141-147.

SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY STRIPS SYSTEM WITH VARIABLE FRACTAL DIMENSION

G. I. Koshovy

The scattering problems of electromagnetic waves by strips systems with variable fractal dimension is considered. The cross-section of the system is an stage of the CSA-fractal. The problem is reduced to a system of singular integral equations (SIE) of the first kind. The system of the SIE is convenient both for application of the mechanical quadratures method and for its transformation to a second kind's integral equations by the Vekua-Carleman's method of regularization. Except for common dynamic model of the scatterer the quasi static model (it supposes a simple explicit solution) is presented. Numerical results of far-zone field's calculations are carried out.

Key words: modeling, fractals, scattering, electromagnetic, numerical methods.

РАССЕИВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЛЕНТОЧНОЙ СИСТЕМОЙ С ПЕРЕМЕННОЙ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ

Г. И. Кошевой

Рассматривается задача рассеивания электромагнитных волн системой цилиндрических лент, поперечное сечение которой представляет собой некоторую стадию МДК-фрактала с изменяемой фрактальной размерностью. В случае E -поляризации получены сингулярные интегральные уравнения первого рода удобные для применения как метода механических квадратур, так и для преобразования их в уравнения второго рода методом регуляризации Векуа-Карлемана. Кроме общей динамической модели рассеивателя предлагается квазистатическая модель, допускающая простое явное решение. Приводятся численные расчеты рассеянного поля в дальней зоне.

Ключевые слова: моделирование, фракталы, рассеяние, электромагнетизм, численные методы.

Рукопись поступила 20 июня 2007 г.