

Раздел 3. Прогноз и управление состоянием горного массива

УДК 622.281.74

А.О. Новиков

НАСЛЕДСТВЕННОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ АРМИРОВАННОГО АНКЕРАМИ ПОРОДНОГО МАССИВА ВОКРУГ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Донецкий национальный технический университет

Приведен метод расчета напряженно-деформированного состояния армированного анкерами породного массива вокруг горной выработки с учетом ползучести, позволяющий определить параметры анкерной и усиливающей крепей.

Ключевые слова: массив, анкер, напряжение, деформация, крепь, параметр

Развитию математических моделей, в которых учитываются реологические свойства горных пород при исследовании напряженно-деформированного состояния вокруг выработок, уделено достаточно большое внимание [1–5]. Это связано с тем, что в процессе деформирования реальных материалов существенную роль играет фактор времени. Свойствами ползучести (изменение деформаций при постоянной нагрузке) и релаксации (изменение напряжений при постоянной деформации), связанными с фактором времени, в значительной мере обладают горные породы.

В работе [6] приведен метод расчета статического напряжения деформированного состояния армо-породного массива в кровле горной выработки, состоящий в представлении его в виде многослойной толстой плиты с трансверсально изотропными слоями (два края которой защемлены, два других – свободны) и учитывающий влияние поперечного сдвига на величину изгибающих моментов и энергию сдвига от поперечных сил. В результате решения задачи получены зависимости безразмерных нормальных перемещений $\bar{w} = w/L$; угла наклона анкера α_0 , град; максимальных нормальных σ_x и касательных τ_{xz} (МПа) напряжений от безразмерных отношений q/E , L/H , t/d_a (q и E – внешняя нагрузка и модуль нормальной упругости породы, МПа; L , H – длина и высота плиты, м; t и d_a – расстояние между анкерами и их диаметр, м).

Вместе с тем с течением времени деформации армированного анкерами породного массива увеличиваются, а напряжения снижаются за счет уменьшения приведенных упругих параметров (модулей упругости и сдвига, коэффициента Пуассона). Поэтому целью настоящей работы является разработка метода расчета напряженно-деформированного состояния армо-

породного массива с учетом явления ползучести, позволяющего дифференцированно определять параметры анкерной и усиливающей крепей, обеспечивающие допредельные значения напряжений или перемещений, а следовательно, устойчивость горных выработок.

Для описания процесса деформирования упруго-вязких материалов, к которым относятся и горные породы, Больцман [7] предложил теорию наследственной вязкоупругости, в основу которой положен принцип суперпозиции, т.е. сложения полученных в разное время деформаций (напряжений).

Тогда общие напряжения или перемещения, существующие в армированном породном массиве, можно представить в виде суммы двух слагаемых, первое из которых зависит от деформаций, происходящих в данный момент времени t и рассчитываемых по зависимостям, полученным в работе [6], а второе определяется деформациями, существовавшими в нем в течение времени τ , предшествовавшего настоящему моменту времени t . Остановимся подробнее на втором слагаемом.

Для описания изменений максимальных перемещений армированного анкерами породного массива, полученных экспериментальным путем (результаты приведены ниже), используем закон, для которого скорость ползучести будет описываться экспоненциальной функцией дробного порядка (функция Ю.Н. Работнова) [8]:

$$\mathcal{E}_\alpha(-\beta, z) = z^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \beta^n z^{n(1-\alpha)}}{\Gamma[(n+1) \cdot (1-\alpha)]}, \quad (-1 < \alpha < 0, \beta \geq 0, t \geq 0), \quad (1)$$

где $z = t - \tau$; $\Gamma(x)$ – гамма-функция и ее свойства [8]:

$$\Gamma(x) = \int_0^x S^{x-1} e^{-S} dS, \quad \Gamma(1+x) = x\Gamma(x), \quad \Gamma(1) = 1;$$

α, β – новые механические константы композитного материала, состоящего из анкеров и горных пород.

Функция (1) является ядром оператора $\mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)$, который выражается через оператор Абеля I_α^* :

$$\frac{1}{1 - \beta I_\alpha^*} = 1 + \beta \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta).$$

Свойства трансверсально-изотропного тела, каким является армированный анкерами породный массив, характеризуются тремя приведенными упругими параметрами (модулями упругости $E_{\text{пр}}$ и сдвига $G_{\text{пр}}$, МПа, коэффициентом Пуассона $\nu_{\text{пр}}$) в двух направлениях [6], которые заменим следующими линейными операторами:

$$\bar{E}_{\text{пр}} = E_{\text{пр}}(1 - \Gamma^*), \quad \bar{G}_{\text{пр}} = \frac{\tilde{E}_{\text{пр}}}{2(1 + \bar{\nu}_{\text{пр}})}, \quad \bar{\nu}_{\text{пр}} = \nu_{\text{пр}}(1 + N^*), \quad (2)$$

где Γ^* и N^* принадлежат к одному классу разрешающих или резольвентных операторов Вольтерры и представляют собой дробно-экспоненциальные функции с одинаковым индексом:

$$\Gamma^* = \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta - \chi), \quad N^* = \frac{1 - 2\nu_{\text{пр}}}{2\nu_{\text{пр}}} \Gamma^*, \quad (3)$$

где χ – новая механическая константа.

Так как армопородный массив должен обеспечивать устойчивость горной выработки при длительном сроке ее эксплуатации, используем асимптотическое разложение \mathcal{E}_α^* -функции в степенной ряд [9]:

$$\mathcal{E}_\alpha^*(-\beta) \cdot 1 \approx \frac{1}{\beta} - t^{1+\alpha} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta t^{1+\alpha})^{-n}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)(1-n)]}. \quad (4)$$

Экспериментально определяемое максимальное перемещение $w(t)$ вместо деформации $\varepsilon(t)$ может быть представлено следующим образом [8]:

$$w(t) = w \left[1 + \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta) 1 \right], \quad (5)$$

где w – перемещение, определенное в работе [6].

Чтобы придать параметрам χ и β определенный физический смысл, используя работу [5], представим их как

$$\beta = \frac{1}{\tau^{1-\alpha}}, \quad \chi = \frac{(E_{0\text{пр}} - E_{\infty\text{пр}})}{E_{0\text{пр}} \tau^{1-\alpha}}, \quad (6)$$

где $E_{0\text{пр}}$, $E_{\infty\text{пр}}$ – соответственно мгновенный и установившийся приведенные модули нормальной упругости, МПа.

Для решения задачи по экспериментальной кривой необходимо определить параметры α , β и χ . При этом учтем тот факт, что ползучестью обладают в основном горные породы, а не металлические анкеры, а их модули упругости E_0 и E_∞ известны.

Применим к выражению (5) преобразование Лапласа

$$\Psi(p) = w \left(1 + \frac{\chi}{p^{1+\alpha} + \beta} \right), \quad (7)$$

где

$$\Psi(p) = p \int_0^{\infty} w(t) e^{-pt} dt. \quad (8)$$

Решение задачи состоит из двух этапов: вычисления функции $\Psi(p)$ и нахождения оптимальных параметров аппроксимации (7).

Первый этап выполняется следующим образом. На основании экспериментальных данных функцию $w(t)$ зададим таблицей значений перемещений для определенных значений $t = t_i$, $t_{i-1} > t_i$, $t_N = T$ – наибольшее значение t , для которого известно значение $w_N = w(T)$, а затем последовательностью значений $p_k, p_{k+1} > p_k$, которую записываем в интеграл (8) для $p = p_S$:

$$\Psi(p_S) = p_S \left[\sum_{i=0}^{N-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} w(t) e^{-p_S t} ds + \int_T^{\infty} w(t) e^{-p_S t} dt \right], \quad s = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Для заданного T можно указать минимальное значение p_S , при котором ошибка, происходящая вследствие отбрасывания последнего члена, не будет превышать некоторую заданную величину, т.е. для вычисления функции $\Psi(p)$ используем формулу, состоящую из первого члена (9).

Для вычисления интегралов, входящих в выражение (9), в интервале $t_{i+1} - t_i$ функция $w(t) = w_i(t)$ аппроксимируется полиномом

$$w_i(t) = \sum_{m=0}^{\kappa} A_{mi} t^m. \quad (10)$$

В (10) коэффициенты A_{mi} определяются из условий прохождения кривой $w_i(t)$ через κ последовательно заданных точек, для которых известны экспериментально найденные значения функции $w(t)$. В результате решения первой части задачи, получаем таблицу значений $\Psi(p)$ для определенного диапазона значений аргумента p . Определение параметров α, β, χ производится с помощью квадратичного метода поиска оптимальных параметров [10, 11] без перехода к оригиналу. Вычисления ведутся по алгоритму, разработанному в работе [12].

Данные экспериментальных исследований по определению максимальных перемещений $w_{\max}(t)$, полученные в реальных условиях шахты «Добропольская», использованы при расчете напряженно-деформированного состояния армопородного массива.

По изложенной выше методике произведен расчет перемещений и напряжений с заменой приведенных модулей упругости и сдвига, коэффициентов Пуассона [6], выраженных через упругие постоянные операторами Вольтерры (3), которые, в свою очередь, выражаются через функцию Ю.Н. Работнова $\mathcal{E}_{\alpha}^*(-\beta)$, зависящую от времени t .

Тогда программа вычисления перемещений и напряжений, разработанная в работе [6], дополнится подпрограммой, вычисляющей функцию $\mathcal{E}_{\alpha}^*(-\beta)$ по асимптотической формуле (5), учитывающей параметры ползучести.

Согласно данным экспериментальных исследований, проведенных в работе [4] для реальных горных пород: алевролита, аргиллита и песчаника, среднее значение параметра ползучести составляет $\alpha = 0,72$.

Сопоставимые данные инструментальных наблюдений по определению максимальных перемещений горного массива, закрепленного анкерами под углом $\alpha_0 = 90^\circ$, полученные для подготовительной выработки шахты «Добропольская», а также результаты проведенных теоретических расчетов по вышеописанному методу для этих же условий в зависимости от времени поддержания выработки, закрепленной с использованием анкерной породоармирующей системы за время 600 сут, при фиксированных значениях безразмерных величин q/E , L/H , t/d_a представлены на рис. 1. По данным выполненных расчетов значения основных параметров функции ползучести составили: $\beta = 0,46$, $\chi = 2,54 \cdot 10^{-2}$.

Выполненные с использованием предложенного метода сравнительные расчеты и для других горно-геологических и горно-технических условий поддержания подготовительных выработок позволяют автору говорить о хорошей сходимости экспериментальных и теоретических результатов (максимальная погрешность не превышает 20%).

Результаты теоретических исследований по установлению зависимости максимальных напряжений в армированном анкерами породном массиве от схемы армирования [13] приведены на рис. 2. Из представленных данных следует, что относительно меньшие значения максимальных перемещений имеют место при одиночном расположении анкеров под углом $\alpha_0 = 90^\circ$ и при двойном расположении под углом $\alpha_0 = 60^\circ$.

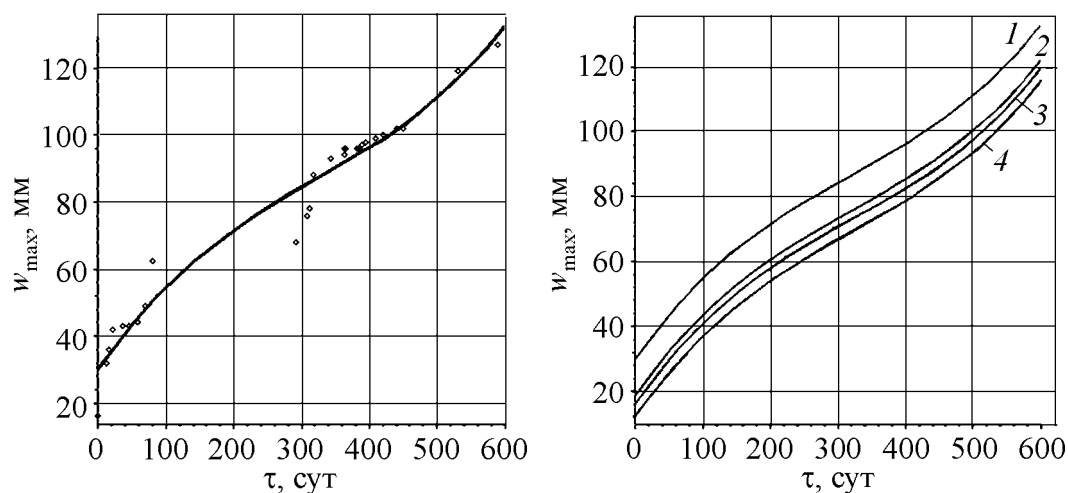


Рис 1. Зависимость максимальных перемещений армированного анкерами породного массива от времени эксплуатации выработки при $q/E = 3,4 \cdot 10^{-2}$, $L/H = 2,4$, $t/d_a = 0,25 \cdot 10^2$, $\alpha_0 = 90^\circ$; \diamond – данные эксперимента, — – теоретическая кривая

Рис 2. Зависимость максимальных перемещений армированного анкерами породного массива от схемы расположения анкеров: 1, 2, 3 – одиночное расположение под углом соответственно $\alpha_0 = 30^\circ$, 60° , 90° ; 4 – двойное расположение под углом $\alpha_0 = 60^\circ$

Таким образом, разработанный метод расчета напряженно-деформированного состояния армированного анкерами породного массива с учетом явления ползучести горных пород дает возможность определить его максимальные перемещения (максимальные напряжения) при длительной эксплуатации горной выработки с учетом применяемой схемы и параметров анкерования, а следовательно, обоснованно выбрать параметры анкерной породо-армирующей системы, обеспечивающие ее надежность и длительную устойчивость.

1. *Айтиалиев Ш.М.* Об определении напряжений и перемещений вокруг выработок в условиях ползучести горных пород / Ш.М. Айтиалиев, Ж.С. Ержанов // В кн.: Реологические вопросы механики горных пород. – Изд. АН КазССР, 1964. – С. 23–27.
2. *Вайсман А.М.* Воздействие горного давления на вертикальную выработку в условиях ползучести горных пород / А.М. Вайсман, И.А. Кузин, К.К. Туничын // Вопросы горного давления, вып. 13. – Изд. СО АН СССР, 1962. – С. 47–50.
3. *Розовский М.И.* Изучение напряженного состояния вокруг горизонтальной выработки с учетом последствия в горных породах / М.И. Розовский // Известия АН СССР, ОТН. – 1959. – №12. – С. 93–97.
4. *Ержанов Ж.С.* Теория ползучести горных пород и ее приложение / Ж.С. Ержанов. – Алма-Ата: Наука, 1964. – 173 с.
5. *Глушко В.Т.* Устойчивость горных выработок / В.Т. Глушко, Н.Н. Долинина, М.И. Розовский. – К.: Наукова думка, 1973. – 206 с.
6. *Новиков А.О.* Напряженно-деформированное состояние армированного анкерами горного массива / А.О. Новиков // Известия Днепропетровского горного университета. – 2009. – №9. – С. 31–38.
7. *Bolzmann.* Zur Theorie der elastischen Nachwirkung. An. Phys. and Chem., 1876, Erg – Bd. 7.
8. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1977. – 384 с.
9. *Аннин Б.Д.* Асимптотическое разложение экспоненциальной функции дробного порядка / Б.Д. Аннин. – М.: ПММ. – Т. XXX, вып. 1961. – С. 796–798.
10. *Звонов Е.Н.* Определение характеристик ползучести линейных наследственно-упругих материалов с использованием ЭЦВМ / Е.Н. Звонов, Н.И. Малинин, Л.Х. Панерник, Б.М. Цейтлин // Изв. АН СССР, МТТ. – 1968. – №5. – 173 с.
11. *Демидович Б.П.* Численные методы анализа / Б.П. Демидович. – М.: Наука, 1967. – 362 с.
12. *Пинклер И.Ш.* Алгоритм для расчета системы с минимальной квадратной погрешностью / И.Ш. Пинклер, Б.М. Цейтлин // Точность механизмов и автоматизированных измерительных средств. – М.: Наука, 1966. – С. 192–198.
13. *Новиков А.О.* О напряженно-деформированном состоянии породного массива с анкерными породо-армирующими системами / А.О. Новиков // Известия горного института, Донецк, ДонНТУ. – 2009. – №2. – С. 45–52.

А.О. Новіков

ПРО НАПРУЖНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН АРМОВАНОГО
АНКЕРАМИ ПОРОДНОГО МАСИВУ НАВКОЛО ГІРНИЧОЇ ВИРОБКИ
З УРАХУВАННЯМ ЯВИЩА ПОВЗУЧОСТІ

Наведено метод розрахунку напружно-деформованого стану породного масиву, армованого анкерами, навколо гірничої виробки з урахуванням повзучості, який дозволяє визначати параметри анкерного та посилюючого кріплення.

Ключові слова: масив, анкер, напруження, деформація, кріплення, параметр

A.O. Novikov

INHERITED STRESS-STRAIN STATE OF THE ANCHORAGE-
REINFORCED ROCK MASS AROUND A MINE WORKING

The method for estimation of the inherited stress-strain state around a mine working taking into account the rock creep is presented. The method enables to determine parameters of both anchorage and roof bolting.

Keywords: rock mass, stress-strain state, anchorage, creep

Стаття поступила в редакцію 10 мая 2010 года