

РАДИОФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА И ПЛАЗМЫ

УДК 621.315.592-539.922.924

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ПЛАЗМЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ В ПЛАСТИНЕ

С. И. Ханкина, В. М. Яковенко, И. В. Яковенко*

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

**Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт
"Молния" Министерства образования и науки Украины,
47, ул. Шевченко, Харьков, 61013, Украина
E-mail: yakovenko@ire.kharkov.ua*

Исследовано взаимодействие электромагнитных колебаний при прохождении потока электронов через неоднородную структуру, состоящую из слоев с различными электромагнитными свойствами и обрешеченную на торцах идеально проводящими поверхностями.

Определены частоты собственных колебаний электромагнитного поля такой структуры и их декременты (инкременты), обусловленные взаимным преобразованием кинетической энергии частиц пучка и энергии электромагнитного поля. Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

Ключевые слова: поток электронов, плазменные колебания, неустойчивость.

В предлагаемой статье рассматривается взаимодействие потока заряженных частиц (электронов) с электромагнитными колебаниями в неоднородной плазмоподобной среде, ограниченной идеально проводящими плоскостями. Эта среда представляет собой тонкую проводящую пластину (плазменный слой), граничащую с диэлектриком (вакуумом).

Заметим, что неустойчивость потока электронов в однородной среде, расположенной между катодом и анодом, ранее рассматривалась в работах [1,2]. Интерес к исследованиям взаимодействия потока заряженных частиц с неоднородной плазмой вызван следующим обстоятельством. Сравнительно недавно появились работы, в которых обнаружено проникновение света через металлическую пластину с малыми отверстиями [3,4]. Ключевую роль в механизме прохождения света играют плазменные колебания в пластине: на границах пластины происходят взаимные преобразования световой волны и плазмонов. Если размеры отверстий малы по сравнению с длиной, на которой происходит изменение поля плазмона, то для описания электромагнитных свойств такой структуры можно использовать модель сплошной среды. Эта модель, например, использовалась авторами [5], которые показали существование плазмонов в металлических мезоструктурах, представляющих собой набор тонких проволок. Ленгмюровские частоты таких структур могут находиться в терагерцевом диапазоне.

1. Постановка задачи. Исходные уравнения. Нами исследуется процесс взаимного преобразования волн пространственного заряда в

потоке частиц с плазмонами. Мы покажем, что при прохождении потока заряженных частиц через проводящую пластину или слой (металлическая сетка, набор проволок и т. д.) возможно генерирование плазменных колебаний в терагерцевом диапазоне.

Поставленная задача решается на основе уравнений электростатики и гидродинамики. Использование уравнений электростатики оправдано тем, что фазовые скорости исследуемых волн предполагаются малыми по сравнению со скоростью света. Кроме того, средние тепловые скорости частиц в пучке и плазме полупроводника малы по сравнению с направленной скоростью электронов. Тогда можно пренебречь тепловым движением частиц. В этом случае система уравнений, описывающая взаимодействие заряженных частиц и полей в материальных средах имеет следующий вид:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0; \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi en; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} n_0 \vec{v} + n \vec{v}_0 = 0; \quad (2)$$
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v}_0 \vec{\nabla} \vec{v} = \frac{e}{m_0} \vec{E}.$$

Здесь e, m_0 - заряд и масса электронов потока (пучка); $n_0, n, \vec{V}_0, \vec{V}$ - постоянные и возмущенные значения их плотности и скорости. Вектор электрической индукции \vec{D} в каждом слое связан с электрическим полем \vec{E} материальным уравнением. В плазменном слое оно имеет вид

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + 4\pi \int_{-\infty}^t \vec{j} \, t' \, dt', \quad (3)$$

где ε_0 - диэлектрическая проницаемость решетки.

Ток электронов проводимости $\vec{j} = eN_0\vec{u}$ удовлетворяет уравнению непрерывности

$$e \frac{\partial N}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0. \quad (4)$$

Принимая во внимание выражение (4), уравнение Пуассона можно представить в виде

$$\text{div} \varepsilon_0 \vec{E} = 4\pi e N + n. \quad (5)$$

Скорость электронов \vec{u} находится из уравнения движения

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \frac{e}{m} \vec{E}. \quad (6)$$

Здесь m, N_0, N - эффективная масса, равновесная и возмущенная концентрации электронов проводимости. Предполагается, что эффективная частота столкновений электронов проводимости мала по сравнению с частотой сигнала. Это возможно, если толщина плазменного слоя мала и реализуется баллистический механизм переноса заряда.

В диэлектрическом слое (вакууме), естественно, $N_0 = 0$, а диэлектрической постоянной ε приписывается индекс, соответствующий номеру слоя. Систему координат выбираем следующим образом. Плазменный слой толщиной a занимает область пространства $-a/2 \leq y \leq a/2$. Ось Ox направлена перпендикулярно границам слоя.

Зависимость всех переменных величин от координаты x и времени t представлена в виде $\exp i q_x x - \omega t$. Тогда диэлектрическая проницаемость плазменного слоя $\varepsilon \omega$ равна

$\varepsilon \omega = \varepsilon_0 - \omega_0^2 / \omega^2$, где $\omega_0^2 = 4\pi e^2 N_0 / m$. Области «1» $-d_1 - a/2 \leq y \leq -a/2$ и «2»

$a/2 \leq y \leq a/2 + d_2$ занимают среды с диэлектрическими постоянными ε_1 и ε_2 соответственно. Плоскости $y = -a/2 - d_1$ и $y = a/2 + d_2$ являются идеально проводящими. Электронный пучок движется вдоль оси y от катода ($y = -a/2 - d_1$) к аноду ($y = a/2 + d_2$) с постоянной скоростью v_0 . Поскольку рассматриваемые поля являются потенциальными удобно ввести скалярные потенциалы $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$, $\vec{v} = -\vec{\nabla} \Phi$.

Тогда система уравнений (1)-(6) для каждой среды преобразуется к виду

$$\left(\omega + i v_0 \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 n \, y = \frac{\omega_b^2}{\varepsilon} n \, y, \quad (7)$$

$$\left(q_x^2 - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi \, y = \frac{4\pi e n \, y}{\varepsilon}, \quad (8)$$

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y} \right) \Phi \, y = \frac{e}{m_0} \varphi \, y, \quad (9)$$

где $\omega_b^2 = 4\pi e^2 n_0 / m_0$. Предполагается, что $\omega^2 \gg q_x^2 v_0^2$.

Далее величинам $n, \varphi, \Phi, \varepsilon$ приписываются индексы 1 или 2 в диэлектриках, в плазменном слое индекс опускается и $\varepsilon = \varepsilon \omega$. Для нахождения закона дисперсии, связывающего частоту ω с волновым числом q_x , параметрами слоев и потока заряженных частиц, необходимо сформулировать граничные условия для величин n, φ, Φ . Эти условия следующие: на границах $y = \pm a/2$ непрерывны потенциалы φ , нормальные составляющие векторов электрической индукции D_y , концентрации n и нормальные компоненты скорости электронов пучка $v_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$.

Гидродинамические условия являются следствием законов сохранения потока вещества и потока импульса на границах раздела. У катода и анода потенциалы $\varphi \, y$ равны нулю. Кроме того, у катода выполняются условия Пирса [6]: концентрация электронов и нормальная составляющая их скорости равны нулю.

Этих условий достаточно, чтобы исключить произвольные константы в решениях уравнений (7)-(9) и найти собственные частоты, а также декременты или инкременты колебаний исследуемой системы. В общем виде задача довольно громоздкая, поэтому мы воспользуемся прежде всего приближением малой плотности электронов пучка по сравнению с плотностью электронов проводимости плазмы полупроводника $\omega_b^2 \ll \omega_0^2$.

В отсутствие потока заряженных частиц уравнение Лапласа для потенциала φ имеет решение в слое «1» вида

$$\varphi_1 \, x, y, t = \left[A_1 \text{sh} q_x \left(y + d_1 + \frac{a}{2} \right) \exp i q_x x + A_1' \left(y + d_1 + \frac{a}{2} \right) \right] \exp -i\omega t. \quad (10)$$

Первое слагаемое в (10) описывает волны, бегущие вдоль оси x ; второе - является решением уравнения $\partial^2 \varphi / \partial y^2 = 0$ и характеризует колебания, однородные относительно переменной x . Поток заряженных частиц падает на границу строго перпендикулярно

поверхности раздела сред, что и позволяет выделить колебания электрического поля однородные вдоль оси x . Каждое из слагаемых удовлетворяет граничному условию при $y = -a/2 - d_1$. Аналогичное решение имеем в слое «2»

$$\varphi_2(x, y, t) = \left[A_2 \operatorname{sh} q_x \left(y - d_2 - \frac{a}{2} \right) \exp i q_x x + A_2' \left(y - d_2 - \frac{a}{2} \right) \right] \exp -i \omega t. \quad (11)$$

В плазменном слое потенциал φ определяется следующим образом:

$$\varphi(x, y, t) = \left[A \operatorname{sh} q_x y + B \operatorname{ch} q_x y \times \right. \\ \left. \times \exp i q_x x + A' y + B' \right] \exp -i \omega t. \quad (12)$$

Принимая во внимание неравенство $q_x a \ll 1$, можно считать, что $\varphi(x, y, t) = B \exp i q_x x - \omega t$.

Это означает, что E_y составляющая поля в плазменном слое мала и ею можно пренебречь. Очевидно, что граничные условия раздельно выполняются для полей, зависящих от x и однородных относительно x . Воспользовавшись граничными условиями для потенциалов на плоскостях $y = \pm a/2$, получим следующие соотношения:

$$A_1 \operatorname{sh} q_x d_1 = B, \quad -A_2 \operatorname{ch} q_x d_2 = B \quad q_x \neq 0; \quad (13)$$

$$A_1' d_1 = -A' \frac{a}{2} + B', \quad A_2' d_2 = -A' \frac{a}{2} - B'. \quad (14)$$

Нормальные составляющие вектора электрической индукции D_y x для неоднородного поля удовлетворяют условию

$$\varepsilon_1 A_1 \operatorname{ch} q_x d_1 - \varepsilon_2 A_2 \operatorname{ch} q_x d_2 = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} q_x a B. \quad (15)$$

Это условие получается в результате интегрирования уравнения (5) (при $n=0$) по толщине плазменного слоя. При этом принято во внимание, что $E_y \rightarrow 0$ и $u_y \rightarrow 0$.

Для однородного (относительно x) поля E_y y нормальные составляющие D_y y непрерывны, т. е.

$$\varepsilon_1 A_1' = \varepsilon A'; \quad \varepsilon_2 A_2 = \varepsilon A'. \quad (16)$$

В результате получим следующие дисперсионные соотношения. Из (13) и (15) следует, что

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2 q_x a}{\varepsilon_1 \operatorname{cth} q_x d_1 + \varepsilon_2 \operatorname{cth} q_x d_2}. \quad (17)$$

При $q_x d_1 \ll 1$ и $q_x d_2 \ll 1$

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2 q_x^2 a d_1 d_2}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}. \quad (18)$$

Закон дисперсии этих волн по характеру зависимости частоты от волнового вектора аналогичен закону дисперсии акустических волн. В работе [7] исследовано их взаимодействие с потоком заряженных частиц.

Из выражений (14) и (16) следует, что в рассматриваемой структуре существуют также чисто продольные колебания электрического поля с законом дисперсии

$$\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \frac{a}{\varepsilon \omega} = 0 \quad (19)$$

или

$$\omega^2 = \omega_0^2 \frac{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}{\left[a \varepsilon_1 \varepsilon_2 + d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1 \varepsilon_0 \right]}.$$

Эти колебания соответствуют оптическим фоонам в твердом теле.

В предлагаемом сообщении рассматривается взаимодействие пучка с продольными колебаниями (19). В этом случае в каждом из слоев

$$\varphi_k = A_k y + B_k + \frac{4\pi e}{\varepsilon_k} \left[C_k \frac{\exp i q_k y}{q_{yk}^2} + F_k \frac{\exp -i q_k y}{q_{yk}^2} \right] \exp \left(i \frac{\omega}{v_0} y \right), \\ n_k = \left[C_k \exp i q_k y + F_k \exp -i q_k y \right] \exp \left(i \frac{\omega}{v_0} y \right), \\ v_{yk} = -i \frac{e}{m_0 \omega} A_k - \frac{q_k}{n_0} \left[C_k \frac{\exp i q_k y}{q_{yk}} + F_k \frac{\exp -i q_k y}{q'_{yk}} \right] \exp \left(i \frac{\omega}{v_0} y \right), \quad (20)$$

где $q_{yk} = \omega/v_0 + q_k$; $q'_{yk} = \omega/v_0 - q_k$;
 $q_k = \omega_b/v_0\sqrt{\varepsilon_k}$; A_k, B_k, C_k, F_k - произвольные
 постоянные, $k = 1, 2$. К плазменному слою отно-
 сятся константы A, B, C, F и $\varepsilon = \varepsilon \omega$.

Так как плазменный слой имеет весьма
 малую толщину ($\omega/v_0 a < 1$), то его параметры
 не влияют на возмущенные величины concentra-

$$\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{a}{\varepsilon \omega} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} = -\frac{2i\omega_b^2 v_0}{\varepsilon_1 \omega^3} \psi \omega, \tau_1, \tau_2, \quad (22)$$

$$\psi \omega, \tau_1, \tau_2 = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) \left(\cos \omega \tau_1 + \frac{\omega \tau_1}{2} \sin \omega \tau_1 - 1 \right) - \frac{1}{\varepsilon_2} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) \left(\cos \omega \tau_2 + \frac{\omega \tau_2}{2} \sin \omega \tau_2 - 1 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\varepsilon_2} \left(\cos \omega \tau_1 + \tau_2 + \frac{\omega \tau_1 + \tau_2}{2} \sin \omega \tau_1 + \tau_2 - 1 \right) \right].$$

Здесь $\tau_1 = d_1/v_0$, $\tau_2 = d_2/v_0$ - времена про-
 лета электроном слоев d_1 и d_2 соответственно.
 При выводе уравнения (22) использовались усло-
 вия

$$\frac{\omega}{v_0} a < 1, \quad \omega_b^2 \ll \omega^2. \quad (23)$$

Левая часть уравнения (22) определяет
 спектр собственных колебаний электромагнитно-
 го поля в исследуемой структуре в отсутствие
 пучка, правая часть - описывает взаимодействие
 плазменных колебаний (19) с пучком. В результа-
 те этого взаимодействия происходит изменение
 частоты ω на величину $\delta\omega$. При этом

$$\frac{\text{Im} \delta\omega}{\omega} = \frac{\omega_b^2 \omega a \varepsilon_0^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2^2}{\omega_0^2 v_0} \tilde{\psi} \omega, \tau_1, \tau_2, \quad (24)$$

где

$$\tilde{\psi} \omega, \tau_1, \tau_2 = \frac{1}{\varepsilon_2 \omega \tau_1 + \varepsilon_1 \omega \tau_2} \psi \omega, \tau_1, \tau_2.$$

Функция $\tilde{\psi} \omega, \tau_1, \tau_2$ может принимать как по-
 ложительные, так и отрицательные значения, что
 зависит от соотношений между периодом колеба-
 ний и временем пролета частицей расстояний d_1
 и d_2 . Области положительных значений
 $\tilde{\psi} \omega, \tau_1, \tau_2$ соответствуют нарастанию ампли-
 туды колебаний (или зонам генерации колеба-
 ний), области отрицательных значений - затуха-
 нию. На рис. 1 приведены зависимости
 $\tilde{\psi} \omega \tau_2 / \tilde{\psi}_{\text{max}} \omega \tau_2$ от параметра $\omega \tau_2$ при раз-

ции и скорости пучка. Это означает, что на гра-
 нице раздела $y = -a/2$ выполняются условия

$$n_1 y = -a/2 = n_2 y = -a/2; \quad (21)$$

$$v_{y1} y = -a/2 = v_{y2} y = -a/2.$$

2. Дисперсионные соотношения. Дис-
 персионное уравнение, описывающее взаимодей-
 ствие плазменных колебаний с потоком электро-
 нов в структуре металл-диэлектрик - плазма-
 диэлектрик-металл, принимает вид

личных соотношениях между величинами ди-
 электрической проницаемости слоев «1» и «2» и
 между их размерами. Сравнение поведения
 $\tilde{\psi} \omega \tau_2 / \tilde{\psi}_{\text{max}} \omega \tau_2$ на этих рисунках показыва-
 ет, что более благоприятным условиям генерации
 колебаний (12) (т. е. возникновением первой зоны
 генерации) при $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ и $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ является вы-
 полнение неравенств

$$d_1 > d_2; \quad 0,5\pi < \omega \tau_2 < \pi. \quad (25)$$

При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ первая зона неустойчивости возни-
 кает при $d_1 < d_2$; $0,65\pi < \omega \tau_2 < \pi$.

Экспериментально взаимодействие пото-
 ка частиц с плазменными колебаниями можно
 осуществить, пропуская его через отверстия пол-
 упроводниковой пластины или через металличе-
 скую сетку. Приведем некоторые численные
 оценки. На частоте $\omega = 10^{12} \text{ с}^{-1}$, при $a \sim 10^{-4} \text{ см}$,
 $d_1 \sim d_2 \sim 10^{-1} \text{ см}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $N_0 \sim 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$,
 $n_0 \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $v_0 \sim 3 \cdot 10^8 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ отношение
 $\text{Im} \delta\omega / \omega \sim 10^{-3}$. Отсюда следует, что концен-
 трация электронов проводимости может быть
 значительно меньше, чем в случае взаимодейст-
 вия пучка с колебаниями акустического типа.

Для развития неустойчивости необходи-
 мо, чтобы $\text{Im} \delta\omega$ превосходила затухание, вы-
 званное диссипативными процессами в пластине.
 Толщина пластины должна быть больше радиуса
 Ферми, но меньше длины свободного пробега
 электронов.

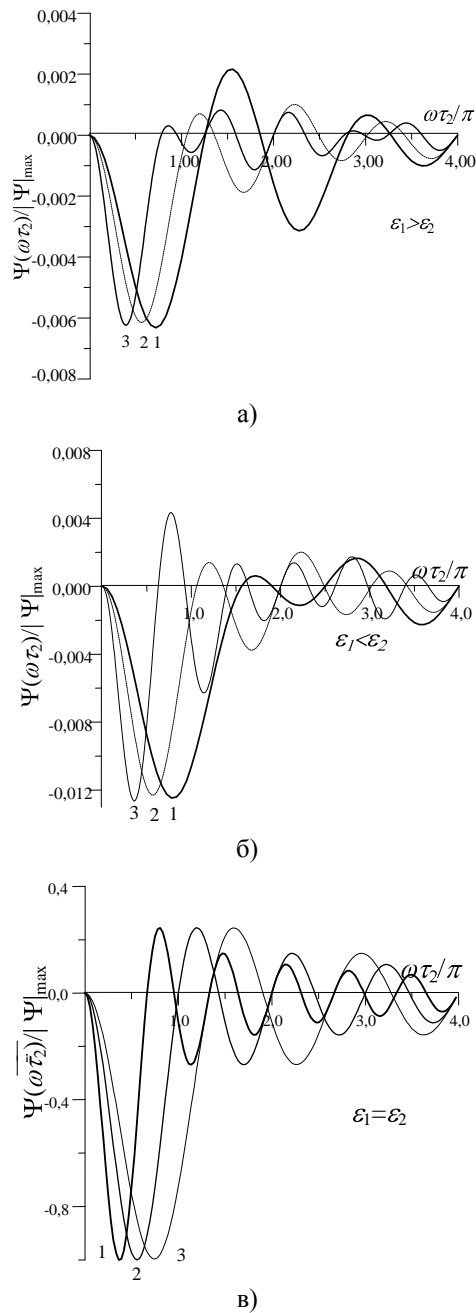


Рис. 1. Области нарастания (затухания) плазменных колебаний при различных соотношениях между диэлектрическими проницаемостями и размерами слоев, отделяющих плазменный слой от металла: 1 - $d_1 = 0,5d_2$; 2 - $d_1 = d_2$; 3 - $d_1 = 2d_2$

Выводы. Таким образом, при прохождении потока заряженных частиц через неоднородную плазмоподобную среду возникают неустойчивости плазменных колебаний. Они обусловлены преобразованием кинетической энергии на-

правленного движения частиц в энергию электромагнитного поля колебаний. Получены дисперсионные соотношения, связывающие частоты и инкремент неустойчивости с параметрами электронного пучка и среды. Определены области генерирования плазменных колебаний.

1. Михайловский А. В. Теория плазменных неустойчивостей. - М.: Атомиздат, 1970. - 294 с.
2. Глухов О. В., Яковенко В. М. Неустойчивость продольных колебаний в ограниченной плазме полупроводника // Изв. вузов. Радиофизика. - 1989. - 32, №7. - С.905-911.
3. Ebbeser T. et al. // Nature. - 1998. - 391, - P.667; Успехи физ. наук. - 1999. - 169, №11. - 1272 с.
4. Barnes W. L. et al. // Phys. Rev. Letters. - 2004. - 92, N10. - 107 p.
5. Pendru J. B. et al. // Phys. Rev. Letters. - 1996. - 76, N25. - 4773 p.
6. Pierce J. J. // Appl. Phys. - 1944. - 15, №10. - 721 p.
7. Ханкина С. И., Яковенко В. М., Яковенко И. В. Взаимодействие электромагнитных колебаний с потоком заряженных частиц в неоднородных плазмоподобных структурах. - Журн. техн. физики. - 2005. - 75, №8. - С.54-58.

THE INTERACTION OF CHARGED PARTICLE FLOWS WITH PLASMA OSCILLATIONS IN A PLATE

S. I. Khankina, V. M. Yakovenko, I. V. Yakovenko

The interaction of electromagnetic oscillations with an electron flow passing through an inhomogeneous structure consisting of layers having different electromagnetic properties and framed on the edges by perfectly conducting surfaces is investigated. The eigen oscillation frequencies of the electromagnetic field of such a structure and their decrements (increments) resulting from the mutual conversion of the kinetic energy of a beam particle and the electromagnetic field energy are determined.

Key words: flow of electrons, plasma oscillations, instability.

ВЗАЄМОДІЯ ПОТОКУ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТОК З ПЛАЗМОВИМИ КОЛИВАННЯМИ У ПЛАСТИНІ

С. І. Ханкіна, В. М. Яковенко, І. В. Яковенко

Досліджено взаємодію електромагнітних коливань при проходженні потоку електронів через неоднорідну структуру, що складається із шарів з різними електромагнітними властивостями. Структура має на торцях провідні поверхні.

Визначено частоти власних коливань електромагнітного поля структури, знайдено декременти (інкременти), які зумовлено взаємним перетворенням кінетичної енергії часток пучка в енергію електромагнітного поля.

Ключові слова: потік електронів, плазмові коливання, нестійкість.

Рукопись поступила 30 октября 2006 г.