

УДК 521.96

В. Я. Чолій

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
вул. Володимирська 60, Київ, МСП 03601

Головна астрономічна обсерваторія Національної академії України
вул. Академіка Заболотного 27, Київ, 03680
charlie@mao.kiev.ua

До питання про точність фундаментальних планетних ефемерид

Аналізується точність у випадковому відношенні геліоцентричних положень планет та геоцентричних положень Місяця, отриманих за допомогою ефемерид DELE423, Inpop 10e, EPM2011, VSOP2013.

К ВОПРОСУ О ТОЧНОСТИ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ПЛАНЕТНЫХ ЭФЕМЕРИД, Чолий В. Я. — Анализируется точность в случайном отношении гелиоцентрических положений планет и геоцентрических положений Луны, полученных с помощью эфемерид DELE423, Inpop 10e, EPM2011, VSOP2013.

ON THE PRECISION ESTIMATES OF FUNDAMENTAL PLANETARY EPHEMERIDES, by Choliy V. Ya. — A precision analysis of random errors of the heliocentric planetary and geocentric Lunar positions calculated with the DELE423, Inpop 10e, EPM2011, and VSOP2013 ephemerides is presented.

Аналіз барицентричних положень планет, обчислених за допомогою трьох відомих на сьогодні чисельних ефемерид, виконаний нами у роботі [11], дозволив отримати оцінки їхньої точності у випадковому відношенні. Неочікуваним виявився висновок про те, що початок відліку динамічної системи координат ефемериди ЕРМ має додатковий обертовий рух довкола початків відліку інших ефемерид.

Однак за межами роботи [11] виявилась ефемерида VSOP, яка є єдиною на сьогодні представницею добре розробленої аналітичної теорії руху планет. Також у роботі [11] не провадився аналіз кореляцій між похибками, які цілком можливі, зважаючи на спільний спостережний матеріал, що використовувався при побудові усіх ефемерид. Також там не зроблено аналізу точності положень Місяця, Урана та Неп-

туна. Покращенню отриманих раніше оцінок точності у випадковому відношенні на новішому матеріалі з урахуванням кореляцій присвячено цю роботу.

Аналізуються три чисельні ефемериди: DELE423 [7], Inpol10e [http://www.imcce.fr/inpop/], EPM2011 [9] та аналітична ефемерида VSOP2013 [10]. До останньої ефемериди не входить Місяць, тому для аналізу положень Місяця використано ELP2000-82b [5]. Для знаходження координат у всіх випадках використовувалось програмне забезпечення, що поставляється разом з ефемеридою, за виключенням DELE, для якої, як і для Inpop, положення знайдено за допомогою пакету Calceph [8].

Метод оцінювання точності ґрунтується на розширеному перетворенні Гельмерта [4, 6], що використовувався у роботі [11], а також у роботі [2] для оцінки випадкової точності моделей густини атмосфери чи для порівняння реалізацій земної системи координат [3].

Нехай є N каталогів (наборів точок на поверхні сфери). Використавши спільні точки як опорні, побудуємо об'єднаний набір:

$$\mathbf{r}_i^{(o)} = \frac{\sum_{j=1}^N \mathbf{r}_i^{(j)2}}{\sum_{j=1}^N 1/j^2}, \quad (1)$$

де $\frac{2}{j}$ — оцінка похибки j -го набору. Здійснимо перехід від набору j до об'єданого, використавши перетворення Гельмерта в одній із форм, аналізованих у [6], наприклад:

$$\mathbf{r}_i^{(o)} = \mathbf{A}^{(j)} \mathbf{r}_i^{(j)} + \mathbf{b}^{(j)}, \quad (2)$$

де матриця \mathbf{A} включає в себе повороти і масштабний фактор :

$$\mathbf{A}^{(j)} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

а $\mathbf{b}^{(j)}$ — вектор зсуву початків відліку набору j відносно об'єданого. Розширене перетворення Гельмерта може містити також параметри деформацій та інші додаткові члени, які для цієї роботи виявились несуттєвими.

Маючи знайдені елементи матриці \mathbf{A} і вектора \mathbf{b} , систематичну похибку j -го набору відносно об'єданого можна врахувати:

$$\mathbf{r}_i^{(oj)} = \mathbf{A}^{(j)} \mathbf{r}_i^{(j)} + \mathbf{b}^{(j)}. \quad (4)$$

Значення дисперсії залишків величини $\mathbf{r}_i^{(o)} - \mathbf{r}_i^{(oj)} = \mathbf{x}^{(j)}$ є мірилом неврахованої, тобто випадкової похибки.

Скориставшись підходом, запропонованим у роботі [1], можна показати, що дисперсія суми s_{jk}^2 та різниці d_{jk}^2 для двох різних $\mathbf{x}^{(j)}$ та $\mathbf{x}^{(k)}$ виражається так:

$$\begin{aligned} s_{jk}^2 &= \frac{2}{j} + \frac{2}{k} + 2 \sum_{ij} \sum_{j} \sum_{k}, \\ d_{jk}^2 &= \frac{2}{j} + \frac{2}{k} + 2 \sum_{ij} \sum_{j} \sum_{k}, \end{aligned} \quad (5)$$

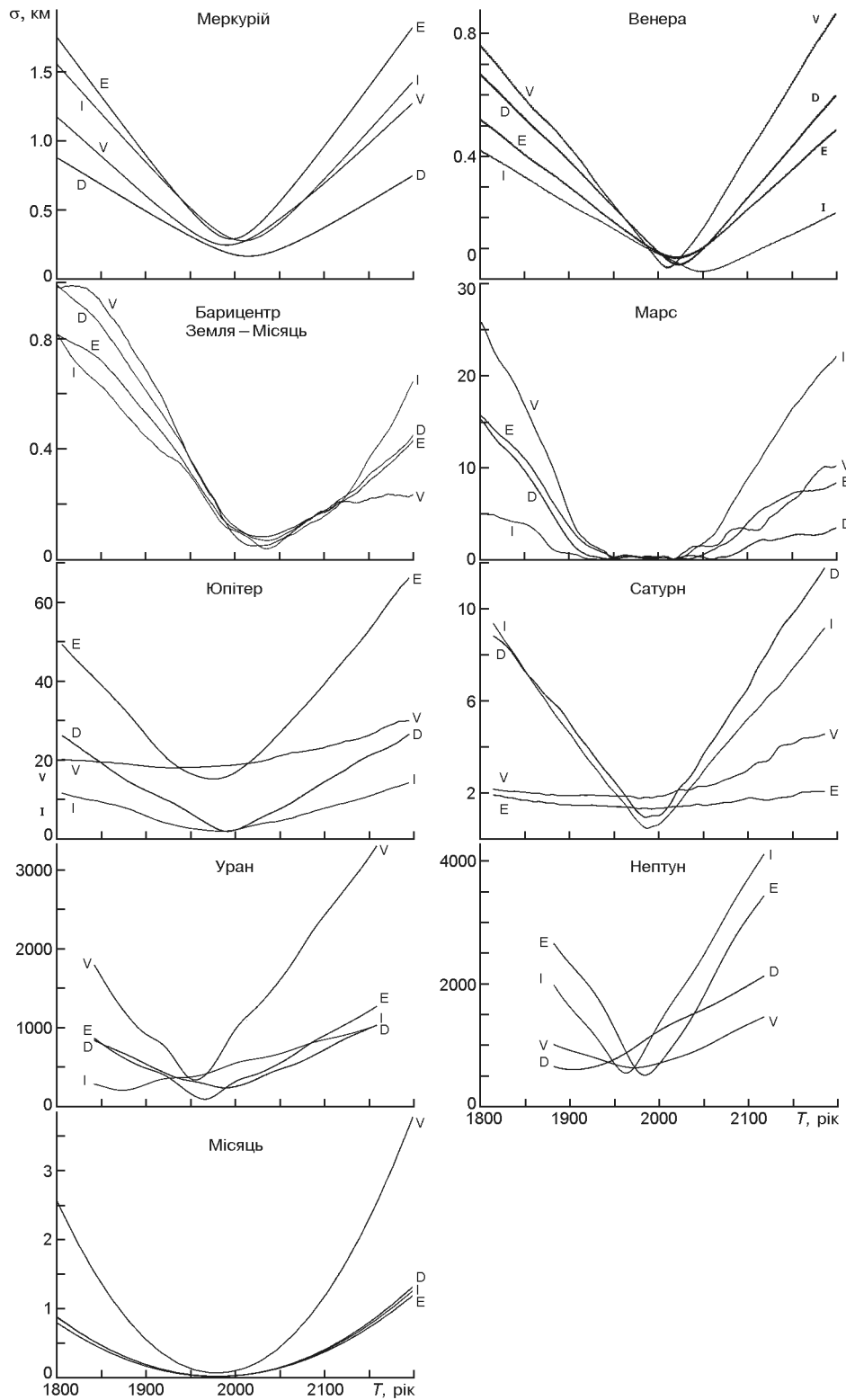


Рис. 1. Оцінки точності ефемерид для восьми планет та Місяця

Зведені оцінки похибок ефемерид

Планета	DELE423		Inpop10e		EPM2013		VSOP2013 + ELP	
Меркурій	2012.36	0.167	2008.26	0.279	1993.74	0.292	1988.16	0.248
	1995.98	2033.95	1992.25	2026.51	1980.71	2010.87	1972.52	2009.01
Венера	2020.41	0.046	2046.84	0.024	2017.06	0.067	2008.86	0.037
	2016.31	2027.48	2041.26	2055.78	2007.75	2031.20	2006.63	2012.96
Земля+Місяць (барицентр)	2033.22	0.069	2033.59	0.039	2025.77	0.083	2017.58	0.050
	2023.54	2045.88	2030.61	2040.29	2013.11	2046.62	2011.99	2040.29
Марс	2058.98	0.090	2013.18	0.046	2032.17	0.147	2015.79	0.105
	2057.12	2059.72	2009.08	2013.92	2013.18	2035.52	2015.04	2016.16
Юпітер	1990.61	1.959	1985.77	2.036	1975.72	15.285	1923.96	18.120
	1985.40	1996.20	1968.27	1995.83	1947.42	1998.80	1823.80	2031.94
Сатурн	1985.26	0.954	1986.75	0.480	1991.22	1.313	1977.45	1.774
	1980.05	2000.90	1983.03	2185.00	1941.33	2032.55	1870.21	2010.21
Уран	1988.34	241.581	1873.28	210.647	1965.62	97.077	1954.83	341.426
	1974.19	2002.49	1859.88	1885.94	1960.41	1970.46	1947.01	1962.64
Нептун	1904.00	606.851	1963.20	550.828	1984.05	516.414	1972.14	638.343
	1930.80	2117.00	1955.75	1969.90	1976.98	1991.50	1948.31	1997.83
Місяць	1971.65	0.025	1971.65	0.025	1974.63	0.024	1973.52	0.074
	1968.30	1990.64	1968.30	1990.64	1969.42	1985.06	1968.30	1989.15

де s_i — середнє квадратичне значення випадкової похибки набору i ,
 d_{ij} — невідомі в загальному випадку коефіцієнти кореляцій цих похибок.

Спосіб розв'язання для трьох наборів приведено в роботі [1]. Для випадку чотирьох наборів формули набувають такого вигляду:

$$s_{ij}^2 = \frac{d_{ij}^2}{4}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & 12 \begin{pmatrix} s_{12}^2 & d_{12}^2 & s_{13}^2 & d_{13}^2 & s_{14}^2 & d_{14}^2 \\ s_{23}^2 & d_{23}^2 & s_{24}^2 & d_{24}^2 & s_{34}^2 & d_{34}^2 \end{pmatrix}, \\ & 12 \begin{pmatrix} s_{12}^2 & d_{12}^2 & s_{23}^2 & d_{23}^2 & s_{24}^2 & d_{24}^2 \\ s_{13}^2 & d_{13}^2 & s_{14}^2 & d_{14}^2 & s_{34}^2 & d_{34}^2 \end{pmatrix}, \\ & 12 \begin{pmatrix} s_{13}^2 & d_{13}^2 & s_{23}^2 & d_{23}^2 & s_{34}^2 & d_{34}^2 \\ s_{12}^2 & d_{12}^2 & s_{14}^2 & d_{14}^2 & s_{24}^2 & d_{24}^2 \end{pmatrix}, \\ & 12 \begin{pmatrix} s_{14}^2 & d_{14}^2 & s_{24}^2 & d_{24}^2 & s_{34}^2 & d_{34}^2 \\ s_{12}^2 & d_{12}^2 & s_{13}^2 & d_{13}^2 & s_{23}^2 & d_{23}^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Аналіз точності геліоцентричних положень планет та геоцентричних положень Місяця виконано на інтервалі від 01 січня 1800 р. до 01 січня 2200 р. Для цього знайдено параметри перетворення Гельмерта на інтервалі одного орбітального періоду для кожної з планет окремо за формулою (4). Положення обчислювались один раз на добу. Далі знайдено кореляції за (6) та оцінки похибок за (7). Наступна

оцінка для планет отримувалась після зсуву на половину орбітального періоду Меркурія (44 доби). Такі оцінки мають бути достатньо чутливими до вікових та довгоперіодичних збурень з періодом, більшим від орбітального. У випадку Місяця окремі оцінки отримувались раз за рік, а зсув між ними дорівнює половині року. Це дозволяє зменшити вплив короткоперіодичних збурень на отримані величини.

Оцінки точності для восьми планет та Місяця у випадковому відношенні представлені на рисунку. У всіх випадках похибку виражено в кілометрах, а нанесені лінії відповідають ефемеридам та мають відповідні мітки: D — DELE423, I — Inpop10e, E — EPM2011, V — VSOP2013 та ELP2000. Усі наведені графіки мають характерну V-подібну форму і достатньо різко виражену область найвищої точності. За межами цієї області похибки ефемерид досить швидко збільшуються, і можуть зрости у десять разів за 200 років. Параметри точності ефемерид зведені у таблиці, де наведено найменшу похибку у км, з її епохою (у першому рядочку кожної клітинки) та інтервал часу, на якому точність зменшується на 10 %.

Автор виражає подяку В. Жаборовському за допомогу у підготовці рисунків.

1. Болотін С. Л., Литвин С. О. Порівняння об'єднаних каталогів RSC(Gaoua)05C03 та RSC(Pul)06C02 з реалізацією ICRF // Кинематика и физика небес. тел.—2010.—**26**, № 1.—С. 31—38.
2. Жаборовський В. П. Кількісний аналіз моделей атмосферної густини, придатних для розрахунку гальмування ШСЗ // Кинематика и физика небес. тел.—2014.—**30**, № 6.—С. 71—78.
3. Чолій В. Я. Сравнение различных реализаций земной системы координат // Кинематика и физика небес. тел.—1987.—**3**, № 4.—С. 75—79.
4. Чолій В. Я. Теоретичне обґрунтування розширеного перетворення Гельмерта // Бюл. Укр. центру визначення параметрів обертання Землі.—2013.—№ 8.—С. 87—90.
5. Chapront-Touze M. The ELP solution of the main problem of the Moon // Astron. and Astrophys.—1988.—**83**.—P. 86—90.
6. Choliy V. Ya. On the extension of Helmert transform // Adv. Astron. and Space Phys.—2014.—**4**.—P. 3—10.
7. Folkner W., Williams J., Boggs D., et al. The planetary and Lunar ephemerides DE430 and DE431 // The Interplanetary Network Progress Report. — 2014.—Vol. 42-196.
8. Gastineau M., Laskar J., Fienga A., Manche H. CALCEPH Library reference manual. — 2012 // <http://www.imcce.fr/inpop/>
9. Pitjeva E. EPM-2011 updated planetary ephemeris of IAA RAN // Solar System Res.—2013.—**47**, N 4.—P. 17—20.
10. Simon J.-L., Francou G., Fienga A., Manche H. New analytical planetary theories VSOP2013 and TOP2013 // Astron. and Astrophys.—2013.—**557**.—P. A49.
11. Tkachuk V. V., Choliy V. Ya. On the comparison of fundamental numerical ephemerides // Adv. Astron. and Space Phys.—2013.—**3**.—P. 141—144.

Стаття надійшла до редакції 16.05.14