

А. О. Перов, А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: perov@ire.kharkov.ua*

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА ОДНОМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТОК ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БРУСЬЕВ ЧАСТЬ II. КОМПАУНДНАЯ РЕШЕТКА

Перфорированные металлические решетки переживают в настоящее время новую волну интереса к их резонансным свойствам, обусловленного исследованием, интерпретацией и возможным практическим использованием явления, названного «*enhanced transmission phenomena*». Целью данной работы является анализ свойств одномерно-периодических решеток на основе работ школы В. П. Шестопалова, т. е. изучение спектров собственных колебаний, принципов формирования этих спектров, определяемых, в частности, структурой периода решетки, и затем анализ влияния таких спектров на резонансные характеристики. В работе рассмотрены закономерности, проявляющиеся при рассеянии H -поляризованной плоской волны на одномерно-периодической компаундной решетке из металлических брусков. Исследованы низшие собственные колебания таких многоэлементных структур, ответственные за резонансное поведение при введении различных сбоев в геометрию крупнопериодической ячейки. Установлена связь особенностей характеристик рассеяния и спектров компаундных решеток с разной структурой периода. На этой основе дана оценка количества резонансов в зависимости от топологии и геометрии решетки, а также представлена новая интерпретация «фазовых» резонансов. Резонансное поведение решетки описано с единых позиций спектральной теории, что позволяет не только установить связь между различными резонансными явлениями, но и определить первопричину такого поведения, обусловленного возбуждением определенных собственных колебаний.

Ключевые слова: одномерно-периодические структуры, компаундная решетка, резонансное рассеяние, собственные колебания.

Исследованию закономерностей резонансного поведения многоэлементных (компаундных) решеток из брусков с узкими щелями (рис. 1) был посвящен ряд работ [1–4]. В большинстве из них поведение объяснялось интерференцией волн в соседних волноведущих каналах решетки (фазовые резонансы) [5].

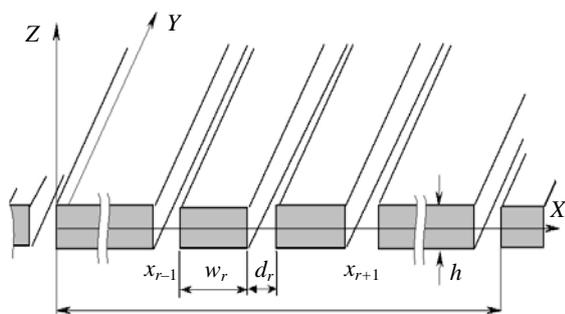


Рис. 1. Решетка из металлических брусков толщиной w_r с несколькими щелями шириной d_r на периоде l

Целью данной части работы является анализ свойств одномерно-периодических компаундных решеток на основе работ школы В. П. Шестопалова, т. е. изучение спектров собственных колебаний одномерно-периодических компаундных решеток, принципов формирования этих спектров, определяемых, в частности, структурой периода решетки, и затем анализ влияния таких спектров на резонансные характеристики [6].

На наш взгляд, при объяснении резонансного поведения компаундных решеток существенны соображения, которые связаны с симметрией возбуждаемых собственных колебаний и с видоизменением спектра собственных колебаний при введении регулярных сбоев в решетку. Такой подход позволяет не только дать новую интерпретацию резонансного поведения компаундных решеток, но и объясняет природу самих фазовых резонансов, закономерности формирования интерференционных полей на резонансных частотах не только для простейших решеток, но и для решеток с произвольным заполнением периода.

1. Общие свойства низших собственных колебаний компаундной решетки. Бесконечно-периодическая решетка является достаточно идеализированной моделью конечных рассеивающих структур, состоящих из ряда идентичных неоднородностей, но в то же время при определенных условиях позволяет достаточно хорошо промоделировать их резонансные свойства.

Упрощение модели (предположение о строгой периодичности) требует введения дополнительного условия, которое следует из трансляционной симметрии объекта и позволяет свести задачу к анализу на одном из его элементов, составляющих периодическую последовательность. Рассматривая бесконечную решетку, получаем для задач рассеяния не одну математическую модель, а целый набор таких моделей, отличающихся размером выделяемой периоди-

ческой ячейки, которая в принципе может включать в себя любое количество ячеек минимальных размеров. При этом решение задачи дифракции вне зависимости от выбора периодической ячейки будет однозначно определено, в то время как решение спектральной задачи будет содержать только то подмножество решений, которое определяет рассеивающие свойства структуры на заданном фиксированном периоде. Поэтому если в круг исследуемых вопросов попадает и влияние «периодического сбоя» геометрии решетки, то для понимания физики процессов рассеяния, кроме базовой модели с ячейкой минимальных размеров l , необходимо всегда рассматривать и решетки с двумя ($2l$), тремя ($3l$) ячейками на периоде и т. д.

Каждой такой ячейке Nl будет соответствовать два набора $(m,*)_{\pm 1(Nl)}$ и $(e,*)_{\pm 1(Nl)}$ собственных колебаний: симметричных и антисимметричных относительно плоскости симметрии «большого» периода (классификация и обозначения типов собственных колебаний даны в первой части работы [7]). В случае отсутствия сбоев конечную добротность будут иметь только колебания, связанные с минимальной ячейкой l . Остальные будут «спящими», т. е. вносить вклад в возбуждение в задачах дифракции не будут. В структуре их полей отсутствует нулевая гармоника, что и определяет отсутствие связи с падающей плоской волной.

При отсутствии фазового сдвига между ячейками, исходя только из симметрии решетки, уже можно сделать вывод о пространственно-амплитудных распределениях собственных полей без привязки к конкретным геометрическим параметрам решетки (рис. 2). Они характеризуются наличием электрических или магнитных стенок в плоскостях симметрии решетки.

Если $N > 1$ нечетно, то в структуре одного из колебаний можно выделить три PEW -стенки на «большом» периоде, а для другого три PMW -стенки (PEW и PMW – идеально электрическая и идеально магнитная стенки, соответственно). Первые будут вносить вклад в резонансный отклик решетки, если внести в геометрию решетки периодический сбой, сохраняющий какую-либо из симметрий внутри ячейки. Вторые же проявят себя только тогда, когда «сбой» полностью разрушает внутреннюю симметрию ячейки Nl (рис. 2, в).

Для колебаний экрана с макроячейками Nl , где N – четное число, в структуре ячейки можно выделить фрагменты, также обладающие симметрией, что приводит к тому, что собствен-

ные колебания, связанные с такими ячейками, имеют дополнительные плоскости симметрии. Их пространственные распределения содержат чередующиеся PEW и PMW , располагающиеся в плоскостях симметрии решетки на расстояниях, равных четверти периода Nl .

Для одного такого семейства колебаний PEW будут расположены в плоскостях, проходящих через центры щелей, а PMW – через центры брусьев; для другого семейства – наоборот (рис. 2, б, г).

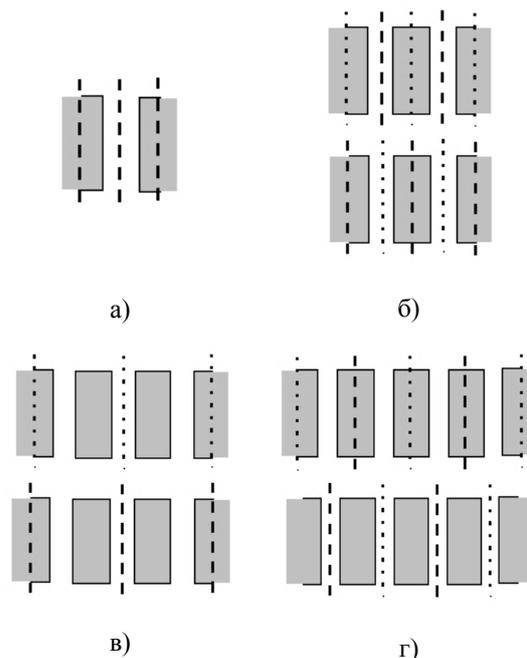


Рис. 2. Схематическое расположение электрических (штриховые линии) и магнитных (пунктирные линии) стенок в распределениях полей низших колебаний решеток с одним (а), двумя (б), тремя (в) и четырьмя (г) одинаковыми брусьями на периоде

Каждое из этих колебаний будут вносить резонансный вклад в рассеяние, если нарушить симметрию относительно плоскости соответствующей магнитной стенки. Поскольку плоскости, в которых располагаются PMW , для этих семейств разные, то и проявлять себя они будут независимо. Если симметрия нарушается полностью, то оба колебания будут формировать резонансный отклик решетки.

Таким образом, анализируя только структуру композитной решетки, т. е. еще до численных расчетов, можно *a priori* объяснить часть закономерностей в поведении рассеянных полей при решении задач дифракции и, в частности, природу так называемых «фазовых» резонансов. Например, изменяя при $N = 2$ ширины брусьев через одну или таким же образом изменяя ширины щелей, мы обеспечим возбуждение $(e,*)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ -коле-

баний в первом случае или $(m, *)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ -колебаний – во втором. В задачах дифракции первые из них обеспечат резонансы с синфазным полем в соседних щелях (рис. 3, б), а вторые – резонансы с противофазным полем (рис. 3, а).

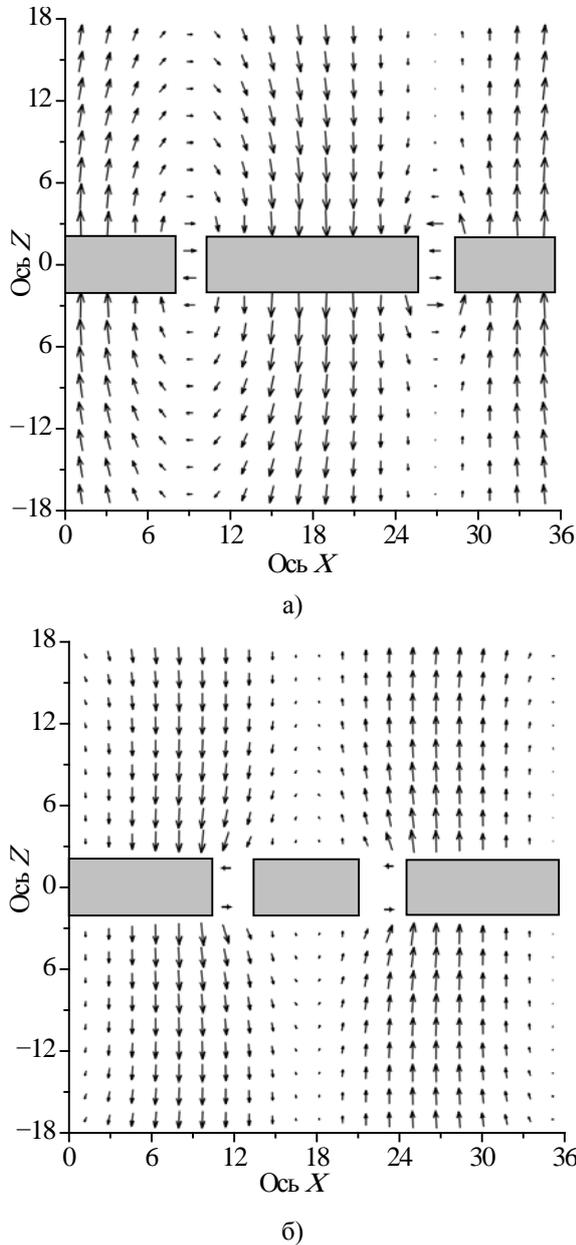


Рис. 3. Распределение электрического поля разных собственных колебаний экрана, связанных с ячейкой $2l$: а) – симметричное колебание $(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$, б) – антисимметричное колебание $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$

2. Связь частот собственных колебаний с геометрическими параметрами компаундной решетки. В первой части работы мы показали, что резонансное поведение решетки в одноволно-

вом диапазоне, связанном с минимальным периодом l , определяется собственными колебаниями $(e, e)_{\pm 1(l)}^{(n)}$ и $(e, m)_{\pm 1(l)}^{(n)}$ [7, рис. 2].

Здесь, во второй части, на простом примере решетки с двумя брусками на периоде ($N = 2$), мы обсудим, что происходит с собственными колебаниями «крупнопериодичной» решетки при введении периодических сбоев в ее структуру. Во введенных нами обозначениях исследованные в работе [7] колебания простейшей решетки будут теперь уже относиться ко второму семейству колебаний, и мы будем обозначать их $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ и $(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$.

На рис. 4 показана серия типичных графиков, позволяющая проследить в комплексной плоскости путь частот низших колебаний, определяющих резонансное поведение в одноволновом диапазоне (при периоде $2l$), при изменении толщины решетки. Толщина как параметр отмечена цифрами у кривых.

Ситуацию, эквивалентную рассмотренной в первой части нашей работы (рис. 2 [7]) – случай невозмущенной решетки с периодом $2l$, являющейся, разумеется, и решеткой с периодом l иллюстрирует рис. 4, а. Значения параметров $x_1 = 8$ мм, $d_1 = 2$ мм, $x_2 = 26$ мм, $d_2 = 2$ мм.

В данном случае, решение спектральной задачи содержит не только частоты колебаний $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ и $(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$, но и новые колебания $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$, $(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$, $(e, m)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ и $(m, m)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$, связанные с периодом $2l$. При выбранных параметрах частота одного из них, а именно $\tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$, расположена на вещественной оси основного листа римановой поверхности и при увеличении толщины решетки движется по реальной оси в область низких частот. Такие колебания, характерные именно для крупнопериодичной решетки, являются «спящими» и никак пока не проявляют себя на характеристиках решетки. Однако при введении периодических сбоев именно они начнут вносить основной вклад.

Кроме этих новых колебаний, спектральная задача на периоде $2l$ также содержит и «образы» «старых» (с ячейкой l) собственных колебаний $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ и $(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ на первом высшем листе, обозначим эти «образы» $\overline{(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(n)}}$ и $\overline{(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(n)}}$. Этот лист определяется разрезом, выходящим из точки $f_{cut, \pm 1(2l)}^{floquet} = 8,3276$ ГГц.

Их собственные частоты, а также пространственная структура, в случае отсутствия

возмущения, эквивалентна $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ и $(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$. Разграничивается только область гео-

метрических параметров, при которых собственная частота одного из них (самого колебания или его «образа») расположены на основном листе.

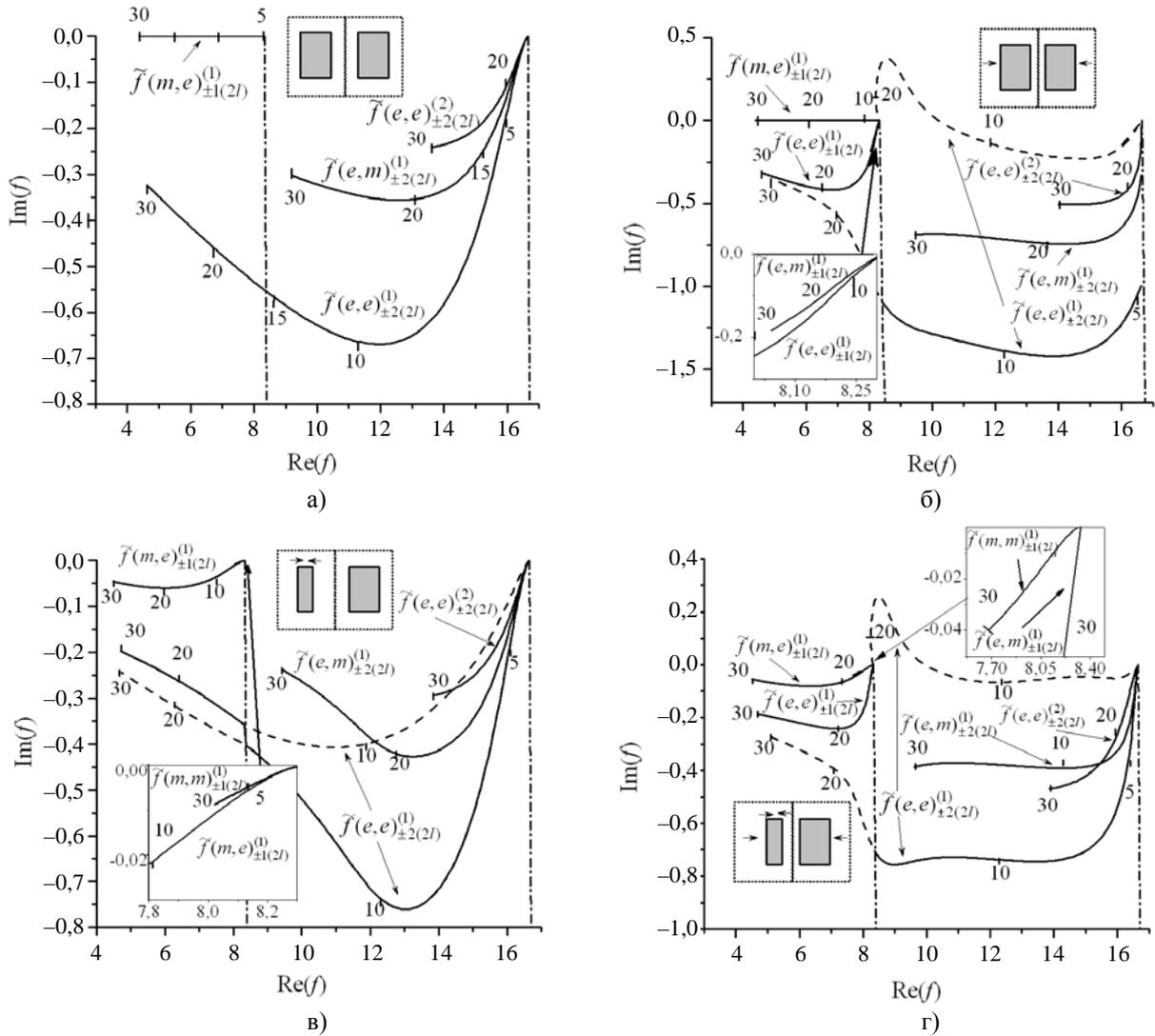


Рис. 4. Движение собственных частот низших собственных колебаний в комплексной плоскости при изменении толщины решетки h в случае периодической ячейки $2l$ ($l = 18$ мм): а) – классическая решетка, два одинаковых бруса на удвоенном периоде; б) – композитная, «сбой смещения»: (один из брусьев смещен при неизменном размере); в) – композитная, «сбой размера»: (один из брусьев расширен при неизменном положении); г) – композитная, «сбой размера и положения» одновременно

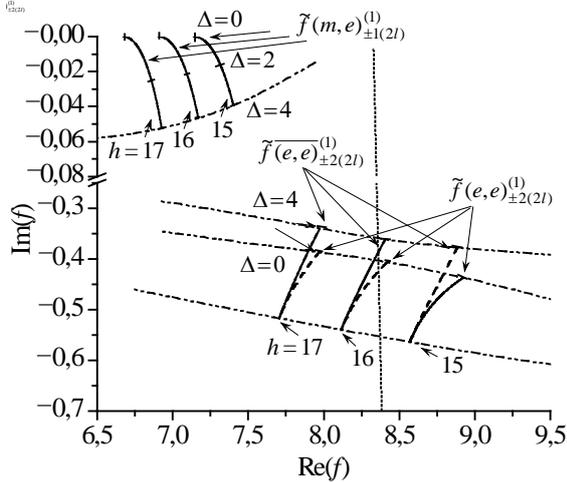
Например, собственная частота $\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ колебания при толщине решетки $h = 15$ мм расположена выше разреза (рис. 4, а) и с увеличением толщины движется в область низших частот. В момент пересечения разреза собственная частота колебания $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ уходит на первый высший лист, в то время как частота его «образа» $\overline{(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}}$ переходит на основной лист. Конечно, в данном простейшем случае пока нет необходимости их различать, но в случае введе-

ния сбоев в структуру решетки эта информация о поведении собственных частот «образов» колебаний на высших листах становится необходимой.

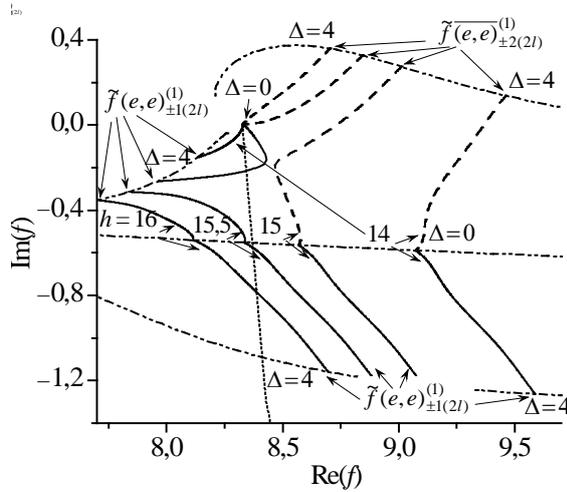
Теперь обратимся к рис. 5, где показаны начальные фрагменты путей собственных частот колебаний и их «образов» при появлении и увеличении сбоев в структуре периода решетки.

Если внести сбой Δ относительно центральной линии, проходящей между брусьями, изменив размер одного из них, при сохранении симметрии внутри ячейки относительно центров брусьев (значения параметров $d_1 = (2 - 0,5\Delta)$ мм

$d_2 = 2$ мм, $x_1 = (8 + 0,5\Delta)$ мм, $x_2 = 26$ мм), то конечную добротность получит колебание $(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$. Движение его собственной частоты $\tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ на основном листе, как функции сбоя Δ для различных толщин решетки $h = 15, 16, 17$ мм показано на рис. 5, а сплошными кривыми.



а)



б)

Рис. 5. Движение собственных частот при внесении сбоя в периодическую ячейку $2l$ ($l = 18$ мм): а) – сбой размера; б) – сбой смещения

Внесение сбоя приводит к немедленному раздвоению частот бывших «близнецов» (колебания и его «образа») и, естественно, к видоизменению структуры «старых» колебаний $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ и $\overline{(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(1)}$. В их пространственном спектре появляются гармоники, связанные с периодом $2l$, в структуре одного колебания – растущие, а другого – убывающие. Их собственные частоты, раз-

двоившись, начинают смещаться на комплексной плоскости одна относительно другой, причем при фиксированной геометрии одна из них находится на основном листе, а другая – на первом высшем.

Например, при толщине $h = 15$ мм, на рис. 5, а частота $\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ расположена на основном листе (сплошная кривая), а $\overline{\tilde{f}(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ на высшем листе (пунктирная кривая). При $h = 16$ мм с увеличением сбоя Δ частота $\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ пересекает разрез (пунктирная линия) и уходит на высший лист, в тот момент, когда $\overline{\tilde{f}(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ переходит на основной лист. А при $h = 17$ мм уже частота $\overline{\tilde{f}(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ расположена на основном листе, а частота $\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ – на высшем листе.

Внесение сбоя в структуру ячейки при изменении положения одинаковых брусьев внутри ячейки, нарушающее симметрию относительно центров брусьев, при сохранении симметрии относительно средней линии между ними ($d_1 = 2$ мм и $d_2 = 2$ мм, $x_1 = (8,5 + 0,5\Delta)$ мм, $x_2 = (26 - \Delta)$ мм), приводит к тому, что конечную добротность получит колебание $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$. Движение его собственных частот $\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ как функций Δ для различных толщин решетки показано на рис. 5, б сплошными кривыми. При отсутствии сбоя ($\Delta = 0$) они расположены на высшем листе в окрестности $f_{cut, pm 1(2l)}^{(1)} = 8,3276$ ГГц. С увеличением сбоя она начинает перемещаться на основной лист при толщине решетки $h = 14, 15$ мм или в верхнюю полуплоскость на первом высшем листе при $h = 15,5, 16$ мм.

Противоположное поведение наблюдается у $\overline{\tilde{f}(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(1)}$. При толщине $h = 14, 15$ мм она движется в верхнюю полуплоскость высшего листа, а при $h = 15,5, 16$ мм остается на основном листе. Сравнивая их поведение при изменении толщины решетки h и фиксированном сбое $\Delta = 4$ (на рис. 4, б значения параметров $x_1 = 10,5$ мм, $d_1 = 2$ мм, $x_2 = 22$ мм, $d_2 = 2$ мм) можно найти этому объяснение: положение $\overline{\tilde{f}(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ при $h = 16$ мм (рис. 5, б) соответствует положению $\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ на рис. 4, б и наоборот.

Первопричина такого обмена состоит во взаимовлиянии колебаний $\overline{(e, e)}_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ и $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$,

которое выражается на фрагменте частотных кривых в виде графика Вина (см. кривые с $h = 15$ мм).

Вернемся к рис. 4. Когда колебание $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ имеет бесконечную добротность, то колебания $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ и $\overline{(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}}$ при изменении толщины решетки (на рис. 4, в значения параметров $x_1 = 8,5$ мм, $d_1 = 1$ мм, $x_2 = 26$ мм, $d_2 = 2$ мм) идут на разных листах парой с немного различающимися частотами (основной лист – сплошная кривая, первый – штриховая). Когда же $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ получает конечную добротность, то оно, как низшее колебание такого же класса симметрии, как $\overline{(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}}$ и $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$, должно определять резонансное поведение в одноволновом диапазоне. Поэтому $\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$ при приближении к одноволновому диапазону начинает двигаться к $\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$. Вследствие взаимовлияния этих колебаний они меняют свою структуру, и опять получаем пару колебаний, идущих вместе на основном (сплошная кривая) и высшем листах (пунктирная кривая) рис. 4, б.

Ситуация, когда два колебания $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ и $(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$ имеют конечную добротность, соответствует случаю полного сбоя симметрии внутри ячейки (на рис. 4, г значения параметров $x_1 = 10,5$ мм, $d_1 = 1$ мм, $x_2 = 22$ мм, $d_2 = 2$ мм) и является обобщением первых двух случаев (рис. 4, б, в).

3. Связь резонансных режимов и собственных колебаний компаундной решетки. Введя классификацию собственных колебаний и определив, как сбой внутренней геометрии крупнопериодической ячейки влияют на поведение собственных частот того или иного колебания, можно сделать заключение о том, каким образом введение различных сбоев в структуру ячейки будет сказываться на характеристиках рассеяния.

Пространственная структура собственных колебаний определяет распределения полей в задачах дифракции, а характеристики рассеяния могут быть описаны несколькими низшими собственными частотами [8].

К примеру, модуль коэффициента прохождения нормально падающей плоской H -поляризованной волны может быть записан в виде

$$|T| = \frac{1}{2} \left| \prod_n \frac{Q_n^{(m)} P_n^{(m)}(-f)}{P_n^{(m)}(f)} - \prod_n \frac{Q_n^{(e)} P_n^{(e)}(-f)}{P_n^{(e)}(f)} \right|, \quad (1)$$

где $P_n^{(m,e)}(f) = (f - f_n^{(m,e)})(f + \overline{f_n^{(m,e)}})$; $Q^{(m)}$ и $Q^{(e)}$ – количество учтенных при анализе собственных частот $f_n^{(m,e)}$, соответствующих симметричным и антисимметричным колебаниям, относительно плоскости экрана, подчеркивание над f означает комплексное сопряжение. Далее мы приведем ряд конкретных примеров.

На рис. 6 и 7 показаны частотные зависимости коэффициентов прохождения H -поляризованной плоской волны, падающей на решетку с двумя щелями в периодической ячейке $\tilde{l} = 2l = 36$ мм при введении различных сбоев. Частотные зависимости коэффициентов прохождения для глубоких компаундных решеток ($h = 30$ мм) иллюстрирует рис. 6, а рис. 7 – для неглубоких ($h = 5$ мм).

Графики характерны для решеток с различными типами сбоев. Изменение параметров заполнения ячейки приводит к формированию различных откликов решетки на возбуждение плоской волной: к двукратному уменьшению числа резонансов полного прохождения (см. рис. 6, б), или к формированию резонансов полного отражения (см. рис. 6, б–г), к появлению двоянных пар «резонанс–антирезонанс» (см. рис. 6, г) и др.

В первом случае рис. 6, а, 7, а на периоде имеются две одинаковые ячейки и решетка эквивалентна решетке с одним бруском на периоде $l = 18$ мм. Реальная граница одноволнового диапазона лежит в области частот $f < f_{cut, \pm 2(2l)}^{floquet} = 16,6551$ ГГц, так как она отмечена на рис. 6 вертикальными пунктирными прямыми. Резонансы полного прохождения на рис. 6, а обусловлены вкладом семейства колебаний $(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ и

$(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ с собственными частотами

$$\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)} = 4,37 - i0,6 \text{ ГГц},$$

$$\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(2)} = 12,89 - i0,36 \text{ ГГц},$$

$$\tilde{f}(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(1)} = 8,7 - i0,52 \text{ ГГц},$$

$$\tilde{f}(e, m)_{\pm 2(2l)}^{(2)} = 16,28 - i0,004 \text{ ГГц}.$$

Восстановление дифракционной характеристики по формуле (2) с учетом этих частот показано на рисунке пунктирной линией.

При уменьшении толщины экрана собственные частоты колебаний движутся к точке отсечки $f_{cut, \pm 2(2l)}^{floquet}$ (см. рис. 4, а) и в случае неглубокого экрана имеется только одно колебание

$(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)}$, собственная частота которого имеет конечную добротность. Возбуждение экрана на частоте близкой к этой собственной частоте

$\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)} = 14,64 - i0,62$ ГГц, приводит к появлению на частотной характеристике (рис. 7, а) единственного резонанса полного прохождения.

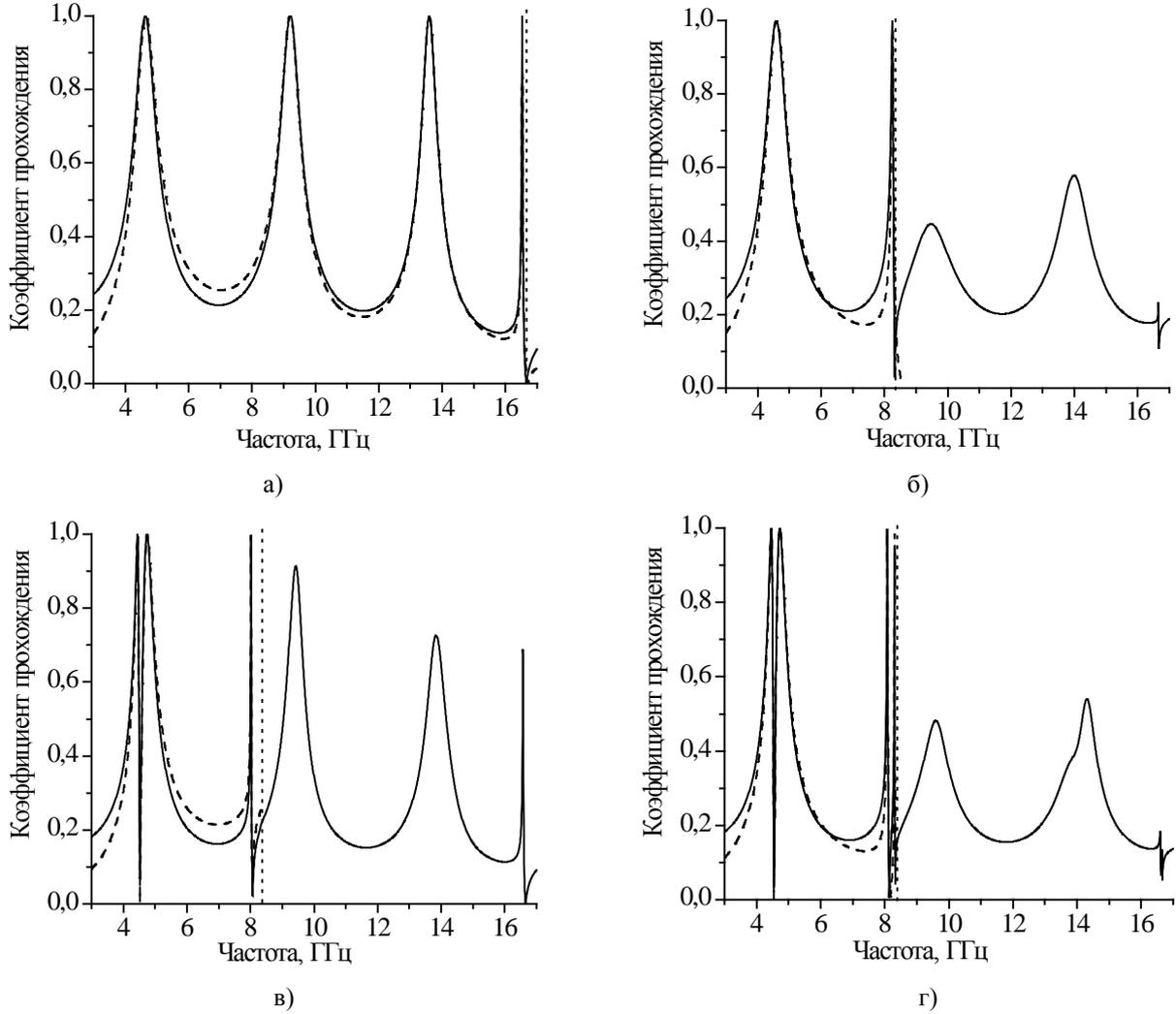


Рис. 6. Коэффициенты прохождения через двухэлементную решетку в случае различных сбоев в периодической ячейке $l = N \cdot 18$ мм, $N = 2$ для глубокой решетки $h = 30$ мм: а) – классическая решетка, две одинаковых ячейки на большом периоде, т. е. решетка без сбоя; б) – компаундная, сбой смещения; в) – компаундная, сбой размера; г) – два сбоя одновременно. Реальные границы одноволнового диапазона отмечены вертикальными пунктирными прямыми: — — численный расчет; - - - - аппроксимация

Во втором случае (рис. 6, б) введение сбоя смещения породило крупнопериодную ячейку $2l - (d_i = 2$ мм, $x_1 = 10,5$ мм, $x_2 = 22$ мм) и привело к низкочастотному смещению границы одноволновой области: $f < f_{cut, \pm 1(2l)}^{floquet} = 8,3276$ ГГц. Здесь в поведении глубокого (рис. 6, б) и неглубокого экранов (рис. 7, б) можно видеть существенные отличия.

В случае глубокого экрана количество резонансов в области частот ниже $f_{cut, \pm 1(2l)}^{floquet}$ не изменилось, а в случае неглубокого экрана в новом одноволновом диапазоне возник резонанс полно-

го прохождения, подобный тому, который наблюдался в случае экрана без сбоя. Объяснение такому поведению дает рис. 4, б, где показано положение собственных частот низших колебаний. В данном случае резонансное поведение экрана обусловлено колебаниями $(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ и $(e, m)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ с частотами $\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 4,27 - i0,57$ ГГц, $\tilde{f}(e, m)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 8,04 - i0,18$ ГГц в случае глубокого экрана (рис. 6, б) и колебанием $\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 8,3 - i0,004$ ГГц в случае неглубокого экрана (рис. 7, б).

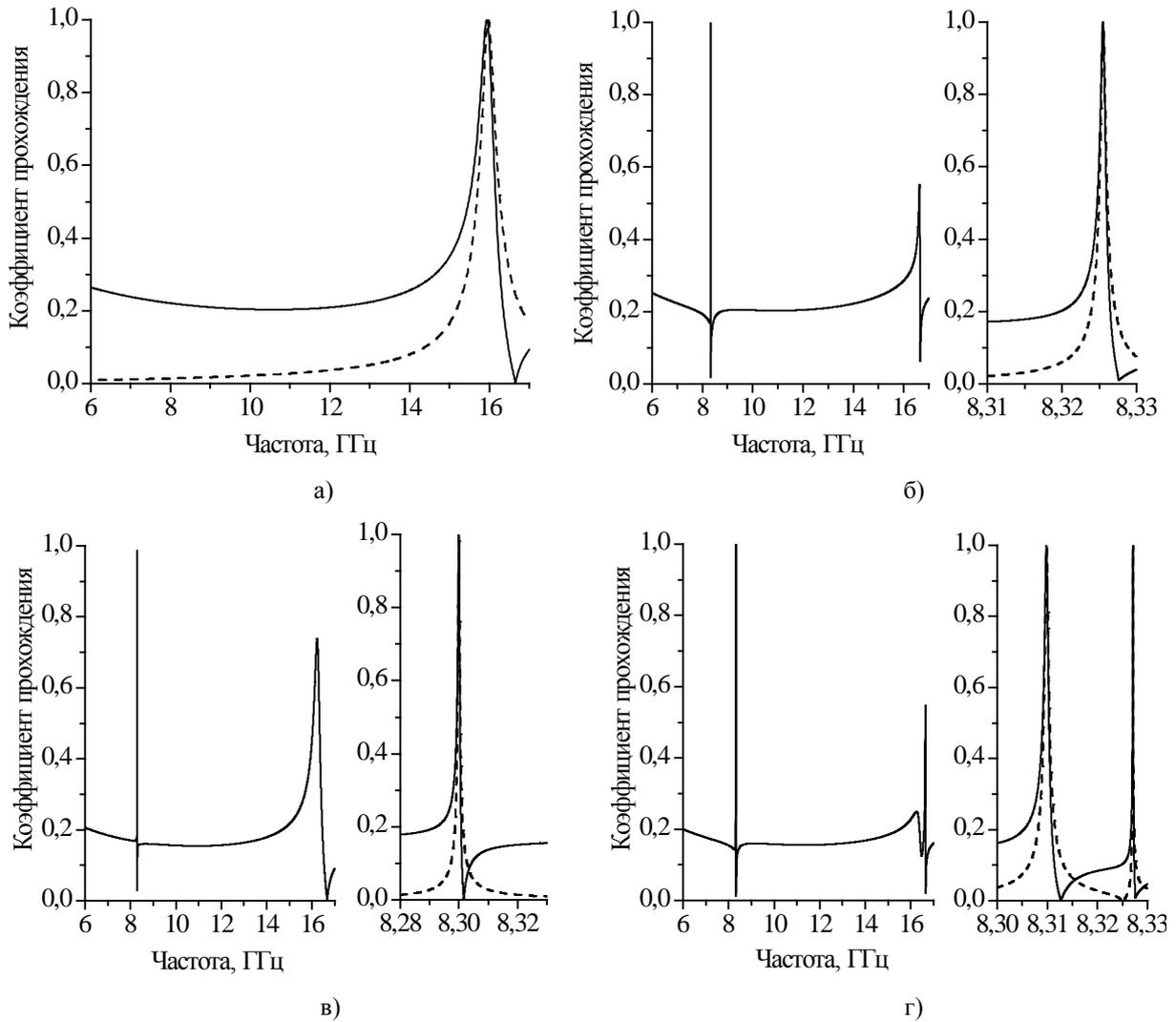


Рис. 7. Коэффициенты прохождения для неглубокой двухэлементной решетки в случае введения различных сбоев. Высота решетки $h = 5$ мм: а) – одинаковые брусья; б) – сбой смещения; в) – сбой размера; г) – два сбоя одновременно; — — численный расчет; - - - - аппроксимация

Введение сбоя, обусловленного изменением размера брусьев ($x_1 = 8,5$ мм, $d_1 = 1$ мм, $x_2 = 26$ мм, $d_2 = 2$ мм), приводит к появлению новых эффектов (рис. 6, в). В случае глубокого экрана (рис. 6, в) количество резонансов полного прохождения в новом одноволновом диапазоне $f < f_{cut, \pm 1(2l)}^{floquet}$ удваивается и появляются резонансы полного отражения между ними. В случае неглубокого (рис. 7, в) экрана мы наблюдаем картину, схожую с предыдущей (рис. 7, б), однако они не эквивалентны, поскольку в данном случае резонансное поведение определяется уже другими собственными колебаниями. В случае глубокого экрана (рис. 6, в) их частоты

$$\tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 4,12 - i0,07 \text{ ГГц},$$

$$\tilde{f}(e, e)_{\pm 2(2l)}^{(1)} = 4,5 - i0,38 \text{ ГГц},$$

$\tilde{f}(m, m)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 7,59 - i0,02$ ГГц, а в случае неглубокого экрана (рис. 7, в) $\tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 8,21 - i0,003$ ГГц. В данном случае резонансные свойства определяются семейством симметричных колебаний $(m, *)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ и семейством антисимметричных колебаний $(e, *)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$. Колебания $(e, *)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ не вносят вклад в рассеяние, поскольку их собственные частоты лежат на вещественной оси. Колебания $(m, *)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ и $(e, *)_{\pm 2(2l)}^{(n)}$ принадлежат разным классам симметрии вдоль оси OX , и их взаимный вклад приводит к появлению резонансов полного отражения.

В последнем из рассмотренных случаев, соответствующем как введению сбоя смещения, так и сбою размера (рис. 6, г, 7, г), резонансное

поведение экрана определяется также двумя семействами колебаний противоположных классов симметрии. В данном случае эти колебания $(e, *)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ и $(m, *)_{\pm 1(2l)}^{(n)}$ с собственными частотами

$$\tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 4,18 - i0,08 \text{ ГГц},$$

$$\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 4,43 - i0,35 \text{ ГГц},$$

$$\tilde{f}(m, m)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 7,68 - i0,04 \text{ ГГц},$$

$\tilde{f}(e, m)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 8,23 - i0,05 \text{ ГГц}$ в случае глубокой решетки (рис. 6, г) и $\tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 8,24 - i0,003 \text{ ГГц}$,

$\tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)} = 8,32 - i7e - 4 \text{ ГГц}$ в случае неглубокой (рис. 7, г).

Возбуждение этих колебаний в случае неглубокой решетки (рис. 7, г) объясняет появление двух резонансов полного прохождения в одноволновом диапазоне, чего не наблюдалось ни в одном из рассмотренных ранее случаев. Резонанс полного отражения, наблюдаемый между ними (рис. 7, г), является следствием их суммарного влияния.

Частотные точки, в которых наблюдаются резонансы, в данном случае могут быть найдены аналитически из формулы (1), которая имеет простой вид

$$|T| = \frac{1}{2} \left| 1 - \prod_{i=1}^2 \frac{(f_i + f)(\bar{f}_i - f)}{(f - f_i)(f + \bar{f}_i)} \right|. \quad (2)$$

Подставив в (2) значения собственных частот $f_1 = \tilde{f}(m, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$, $f_2 = \tilde{f}(e, e)_{\pm 1(2l)}^{(1)}$, получим частоты полного прохождения

$$f_{|T|=0}^2 = \xi \pm \left(\xi^2 - |f_1|^2 |f_2|^2 \right)^{1/2},$$

$$\xi = \frac{|f_1|^2 + |f_2|^2}{2} + 2 \text{Im } f_1 \text{Im } f_2, \quad (3)$$

а также частоту, на которой наблюдается резонанс полного отражения

$$f_{|T|=0}^2 = \frac{\text{Im } f_2 |f_1|^2 + \text{Im } f_1 |f_2|^2}{\text{Im } f_1 + \text{Im } f_2}. \quad (4)$$

Таким образом, спектральный подход, основанный на анализе свойств симметрии собственных колебаний, позволяет дать достаточно простое и наглядное объяснение резонансных свойств компаундных решеток. В отличие от подхода, основанного на интерпретации фазовых резонансов, где уже в случае трех брусьев на периоде достаточно сложно проанализировать интерференционное влияние волноводных мод на формирование резонансных полей, при предлагаемом «спектральном» подходе структура форми-

руемых полей очевидна изначально. Таким же образом могут быть объяснены и количество резонансных всплесков и закономерности их появления.

4. Общие закономерности формирования резонансных откликов компаундных решеток. В работе [3] было показано, что с увеличением числа брусьев на периоде количество резонансов пропорционально растет. Было сделано предположение, что в решетке с R брусьями на периоде может быть R последовательных резонансов (мультиплетов). Как следует из наших результатов, в предположении малого расстояния между брусьями, аналогично [9] можно получить приближенное аналитическое выражение для собственных частот колебаний

$$f_{r,n} = \frac{cn}{2\delta} \left(1 - \frac{d_r}{\pi h} S_r''(n/2\delta) - i \frac{d_r}{\pi h} S_r'(n/2\delta) \right), \quad (5)$$

где $n = 1 \dots N = [2\delta]$; $r = 1 \dots R$; $\delta = h/RI$; S_r' и S_r'' определяются как мнимая и вещественная часть $S_r(x) = S_r' - iS_r''$:

$$S_r(x) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - (s)^2}} \left(\frac{\sin(s\pi d_r/RI)}{(s\pi d_r/RI)} \right)^2. \quad (6)$$

Данное приближение соответствует случаю полного отсутствия симметрии в многоэлементной ячейке.

Как следует из выражения (5), количество собственных частот, имеющих конечную добротность в одноволновом диапазоне экрана с периодом $l' = RI$, может увеличиваться в R раз при условии, что в отсутствие сбоя их было $N > 0$. Могут возникать и новые резонансы, связанные с возбуждением других низших собственных колебаний, собственные частоты которых удовлетворяют (5). Данный случай проиллюстрирован на рис. 8, а, где показана частотная зависимость коэффициента прохождения H -поляризованной волны для трехэлементной решетки с периодом $3l = 54 \text{ мм}$.

Количество резонансов полного прохождения в окрестности $f = 4 \text{ ГГц}$ утраивается по сравнению со случаем невозмущенной ячейки (рис. 6, а), что обусловлено возбуждением низших $(*, e)_{\pm r(3l)}$ -колебаний, и кроме того, наблюдается два новых резонанса полного прохождения, связанных с возбуждением новых низших собственных колебаний $(*, m)_{\pm 1(3l)}$ в окрестности $f = 5 \text{ ГГц}$ ниже критической частоты $f < 5,5517 \text{ ГГц}$, определяющей границу одноволнового диапазона. Второй резонанс для невозмущенной ячейки в окрестности $f = 8 \text{ ГГц}$

(см. рис. 6, а) уже не лежит в одноволновом диапазоне связанным с ячейкой $3l$, и появления новых резонансных всплесков при введении возмущения в ячейку (рис. 8, а) в его окрестности не происходит.

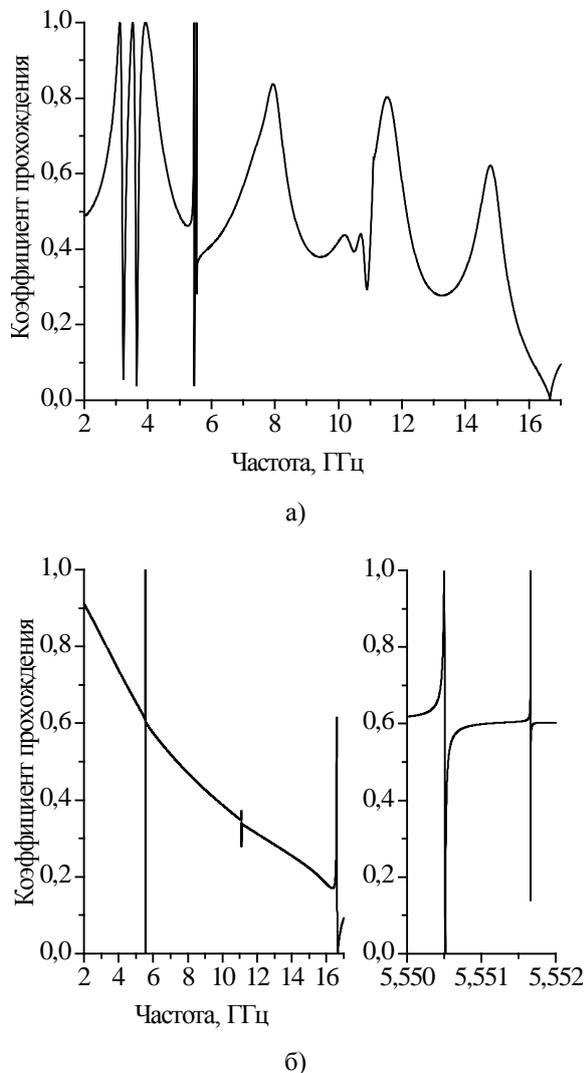


Рис. 8. Коэффициенты прохождения для трехэлементной решетки с периодом $l = N \cdot 18$ мм, $N = 3$: а) – для глубокого экрана $h = 30$ мм; б) – для неглубокого экрана $h = 1$ мм

С уменьшением толщины экрана собственные частоты смещаются в область более высоких частот и движутся к точкам отсечки высших волн канала Флоке. При этом для неглубокой решетки резонансное поведение экрана определяется только несимметричными колебаниями $(*, e)_{\pm r(Rl)}$, из которых конечную добротность в одноволновом диапазоне могут иметь только два низших колебания $(m, e)_{\pm 1(Rl)}$ и $(e, e)_{\pm 1(Rl)}$. В отличие от глубокого экрана, в данном случае количество резонансных всплесков в одноволновом

диапазоне не может превышать двух для экрана с любым заполнением ячейки (рис. 8, б).

Таким образом может быть объяснено и возникновение или невозникновение множественных резонансов (мультиплетов) в компаундных решетках, а также определены параметры подерживающих их решеток.

Выводы. Исследованы закономерности резонансного поведения компаундной решетки из брусьев. Для их объяснения исследованы собственные колебания экрана как открытой резонансной структуры. Резонансное поведение решетки при различных значениях материальных и геометрических параметров описано с единых позиций спектральной теории. Такой подход позволяет не только установить связь между различными резонансными явлениями – резонансами типа Фабри-Перро, аномалиями Вуда, Рэлея, фазовыми резонансами, – но и определить первопричину такого поведения, обусловленного возбуждением определенных собственных колебаний. В работе показано, что фазовые резонансы в многоэлементных экранах могут быть предсказаны и описаны на основе общих принципов симметрии, даже без привлечения какой-либо информации о материальных параметрах.

Библиографический список

1. Skigin D. C. Transmission resonances of metallic compound gratings with subwavelength slits / D. C. Skigin, R. Depine // Phys. Rev. Lett. – 2005. – 95, N 21. – 217402 (4 p.).
2. Microwave transmission of a compound metal grating / A. P. Hibbins, I. R. Hooper, M. J. Lockyear, J. R. Sambles // Phys. Rev. Lett. – 2006. – 96, N 25. – 257402(4 p.).
3. Microwave transmission modes in compound metallic gratings / Y. G. Ma, X. S. Rao, G. F. Zhang, C. K. Ong // Phys. Rev. B. – 2007. – 76, N 8. – 085413(5 p.).
4. Масалов С. А. Резонансные явления при дифракции электромагнитных волн на периодических решетках волноводного типа / С. А. Масалов, Ю. К. Сиренко // Укр. физ. журн. – 1978. – 23, № 9. – С. 1439–1446.
5. Veremey V. V. Scattering from structures formed by resonant elements / V. V. Veremey, R. Mittra // IEEE Trans. Antennas Prop. – 1998. – 46, N 4. – P. 494–501.
6. Шестопалов В. П. Динамическая теория решеток / В. П. Шестопалов, Ю. К. Сиренко. – К.: Наук. думка, 1989. – 216 с.
7. Перов А. О. Собственные колебания и резонансные свойства одномерно периодических решеток из металлических брусьев. Часть I. Классическая решетка / А. О. Перов, А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич // Радиопизика и электрон. – 2012. – 3(17), № 4. – С. 3–13.
8. Kirilenko A. A. Connection of S-matrix of waveguide and periodical structures with complex frequency spectrum / A. A. Kirilenko, B. G. Tysik // Electromagnetics. – 1993. – 13, N 3. – P. 301–318.
9. Sologub V. G. Diffraction of electromagnetic waves on the grating with narrow slits / V. G. Sologub, V. P. Schestopalov, G. G. Polovnikov // J. Technic. Phys. – 1967. – 37, N 4. – P. 667–679.

Рукопись поступила 04.07.2012 г.

A. O. Perov, A. A. Kirilenko, S. L. Senkevich

EIGENOSCILLATIONS AND RESONANCE
PROPERTIES OF ONE-DIMENSIONAL METAL
BAR GRATINGS
PART II. COMPOUND GRATING

At the present time, perforated metal gratings are experiencing a new wave of interest to their resonant properties, caused by the study, interpretation, and possible practical use of the «enhanced transmission phenomena». This work goal is the analysis of the one-dimensional periodic grating properties based on the V. P. Shestopalov school works, i.e. the study the oscillation spectra, the spectra formation principles, defined, in particular, by the structure of the grating period, and then the analysis of the spectra impact on the resonance characteristics. H-wave scattering peculiarities on 1-D metal compound grating are considered. Resonant behavior treatment is based on open periodical resonator spectral theory. The lower eigenoscillations of such multi-element structures are investigated, which are responsible for the resonant behavior when various defects for the multiperiodical cell are realized. The relation between scattering characteristics and compound grating spectra is shown. On this basis, one estimates the resonance amount depending on the cell topology and geometry, and also one gives a new interpretation of "phase" resonances. Resonance behavior of grating is described from a unified standpoint of spectral theory, which allows not only to determine the relationship between different resonant phenomena, but also to determine the root cause of such behavior caused by the excitation of certain oscillations.

Key words: one-dimensional periodical structures, compound grating, resonance scattering, eigenoscillations.

А. О. Перов, А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич

ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ
ТА РЕЗОНАНСНІ ВЛАСТИВОСТІ
ОДНОВИМІРНО-ПЕРІОДИЧНИХ ГРАТОК
З МЕТАЛІЧНИХ БРУСІВ
ЧАСТИНА II. КОМПАУНДНА ГРАТКА

Перфоровані металеві ґратки переживають на даний час нову хвилю інтересу до їх резонансних властивостей, обумовленого дослідженням, інтерпретацією і можливим практичним використанням явища, що має назву «*enhanced transmission phenomena*». Метою даної роботи є аналіз властивостей одновимірних періодичних ґраток на основі робіт школи В. П. Шестопалова, тобто вивчення спектрів власних коливань, принципів формування цих спектрів, що визначаються, зокрема, структурою періоду ґратки, і потім аналіз впливу таких спектрів на резонансні властивості. В роботі розглянуто закономірності, що виникають при розсіянні *H*-поляризованої плоскої хвилі на одновимірній композитній періодичній ґратці з металічних брусів. Досліджено нижчі власні коливання таких багатоеlementних структур, відповідальні за резонансну поведінку при введенні різних збоїв до геометрії крупнопериодичної комірки. Встановлено зв'язок особливостей характеристик розсіяння та спектрів композитних ґраток з різною структурою періоду. На цій основі дано оцінку кількості резонансів в залежності від топології та геометрії ґратки, а також представлена нова інтерпретація «фазових» резонансів. Резонансну поведінку ґратки описано з єдиних позицій спектральної теорії, що дозволяє не тільки встановити зв'язок між різними резонансними явищами, але й визначити причину такої поведінки, обумовленої збудженням певних власних коливань.

Ключові слова: одновимірні періодичні структури, композитна ґратка, резонансне відбиття, власні коливання.