

В. В. Филиппов, В. Л. Бережный, Д. Л. Греков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ С ПОМОЩЬЮ НОВОГО ПОДХОДА
К ИЗМЕРЕНИЮ ИЗМЕНЕНИЯ ФАЗОВОГО СДВИГА ЗОНДИРУЮЩИХ СИГНАЛОВ

Институт физики плазмы
Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
1, ул. Академическая, Харьков, 61108, Украина
E-mail: Bereznyj@kipt.kharkov.ua

Рассмотрена методика проведения измерений средней плотности электронов плазмы на стеллараторах «Ураган-2М» и «Ураган-3М». Представлены первые результаты измерений плотности электронов плазмы в автоматизированном режиме. Приведено теоретическое обоснование нового метода измерения изменения фазового сдвига зондирующих сигналов. Ил. 5. Библиогр.: 6 назв.

Ключевые слова: плотность плазмы, фазовый сдвиг, интерферометрия.

Во многих радиотехнических задачах [1] необходимо измерять изменение фазового сдвига зондирующего гармонического сигнала во времени. Например, при исследовании плазмы в термоядерных установках широко применяется метод определения плотности плазмы по данным интерферометрии. Как известно, в случае зондирования плазмы обыкновенной волной (вектор электрического поля волны \vec{E} параллелен удерживающему магнитному полю магнитной системы установки \vec{B}_0 , волновой вектор перпендикулярен \vec{B}_0), частота ω которой много больше максимальной плазменной частоты электронов $\omega_{p\max}$ ($\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}$, где n – плотность электронов, e и m – заряд и масса электрона), фазовый сдвиг прошедшей через плазму волны относительно прохождения волны в вакууме прямо пропорционален плотности электронов плазмы [2, 3]:

$$\varphi(t) = \frac{\omega}{c} \int_0^L \left(\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} - 1 \right) dx,$$

при $\omega \gg \omega_p$

$$\bar{n}(t) = -\frac{mc\omega}{2\pi e^2 L} \varphi(t), \quad (1)$$

где L – размер плазмы; c – скорость света; $\bar{n}(t)$ – средняя плотность электронов.

1. Методика проведения измерений.

Определение $\varphi(t)$ возможно при сравнении фазы зондирующего сигнала с опорным сигналом. Результатом аппаратного сравнения зондирующего сигнала с опорным сигналом является не сам фазовый сдвиг $\varphi(t)$, а функция $F(t) = \sin \varphi(t)$ [2–4].

В связи с наличием областей малой дифференциальной чувствительности сигнала $F(t)$, в которых $\frac{\partial F(t)}{\partial t} = 0$, а $\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \neq 0$, знак $\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$ после прохождения этих областей невозможно определить однозначно. Эти области существуют при $\varphi(t) = \frac{\pi}{2} + n\pi$, где $n = 1, 2, \dots$, поэтому для определения фазового сдвига необходимо использовать два сигнала $F(t)$ и $G(t)$ с разными начальными фазами, разность θ которых не кратна π :

$$\begin{aligned} F(t) &= \sin(\varphi(t) + \theta), \quad \text{где } \theta \neq n\pi, n = 1, 2, \dots, \\ G(t) &= \sin \varphi(t). \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом этого для измерения средней плотности плазмы $\bar{n}(t)$ на стеллараторах «Ураган-2М» и «Ураган-3М» были изготовлены гомодинные интерферометры (рис. 1). Эти интерферометры более дешевые и конструктивно проще гетеродинных, в нашем случае не уступая им по качеству восстановления $\bar{n}(t)$, они могут работать без дополнительных настроек (кроме настройки частоты генератора) в широком диапазоне частот зондирующих сигналов. Широкий диапазон частот необходим для того, чтобы использовать один интерферометр для исследования различных режимов плазменных разрядов. Например в режиме чистки камеры $\bar{n}(t) \approx 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, а в рабочих режимах установки $\bar{n}(t) \approx 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

На рис. 2 приведена разность фаз θ между сигналами $F(t)$ и $G(t)$ в зависимости от частоты зондирующего сигнала при использовании волновода с стандартными размерами $7,2 \times 3,4 \text{ мм}$. Эта зависимость обусловлена изменением длины волны сигналов в волноводе с изменением частоты.

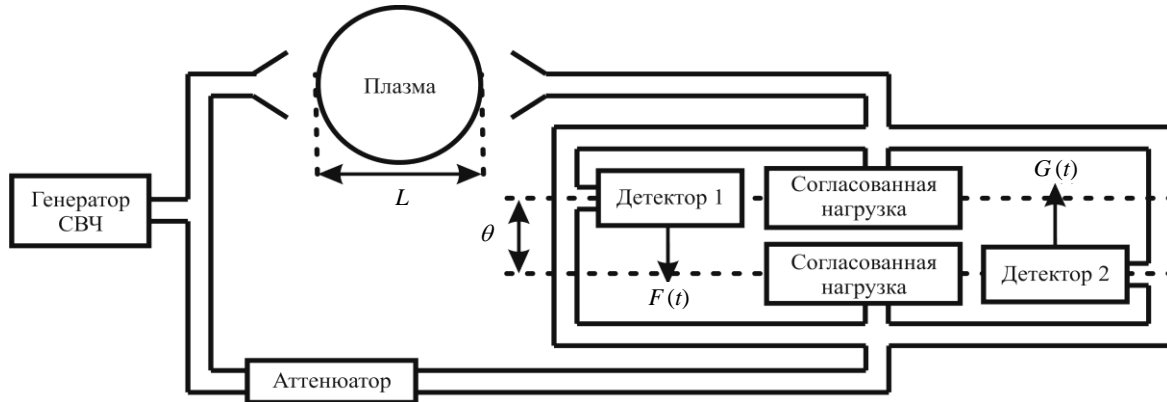


Рис. 1. Принципиальная схема интерферометров, которые используются на стеллараторах «Ураган-2М» и «Ураган-3М»

Как видно из рис. 2, разность фаз θ между сигналами не достигает значений, кратных π , и позволяет работать интерферометру в широком диапазоне частот сигналов. Поэтому ограничение на частоты сигналов со стороны θ отсутствует, что позволяет работать практически во всем одно-модовом диапазоне частот волновода (для волновода $7,2 \times 3,4 \text{ мм}$ – $\sim 22..41 \text{ ГГц}$).

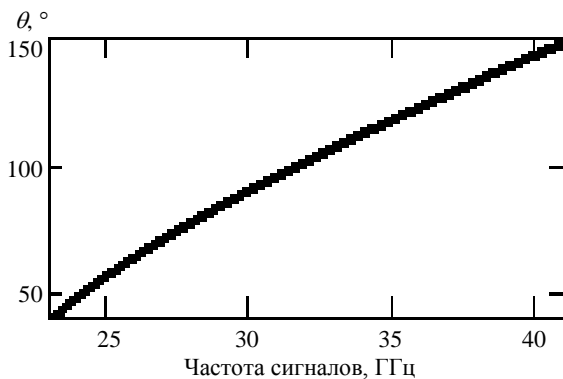


Рис. 2. Разность фаз θ между $F(t)$ и $G(t)$

2. Методика обработки сигналов. Для определения $\varphi(t)$ по сигналам $F(t)$ и $G(t)$ ранее использовали обратные тригонометрические функции и логические операции для обработки разрывов функции arctg [4]

$$\varphi(t) = \text{arctg}\left(\frac{F(t)}{G(t)} \sin \theta - \cos \theta\right). \quad (3)$$

Альтернативой тригонометрическим функциям предложено использовать [5, 6] интегральное уравнение, связывающее изменение фазового сдвига во времени $\varphi(t)$ с измеряемыми сигналами $F(t)$ и $G(t)$:

$$\varphi(t) - \varphi(t_0) = \int_{t_0}^t \frac{F(t') \frac{\partial G(t')}{\partial t'} - G(t') \frac{\partial F(t')}{\partial t'}}{\sin \theta} dt', \quad (4)$$

где t_0 – начальное время измерений. Как видно из уравнения (4), особенностью предложенного метода является то, что измеряется именно изменение фазового сдвига: он не чувствителен к начальному значению $\varphi(t_0)$.

В процессе измерений обрабатываются сигналы, дискретизированные во времени. Время дискретизации Δt определяется используемыми аналого-цифровыми преобразователями. В проведенных экспериментах оно равнялось 2 мкс. Уравнение (4) для дискретизированных во времени сигналов (вплоть до третьего порядка малости по Δt) принимает вид

$$\varphi(t_n) - \varphi(t_0) = \frac{\sum_{i=1}^n F(t_{i-1})G(t_i) - G(t_{i-1})F(t_i)}{\sin \theta}, \quad (5)$$

где $t_n - t_0 = n\Delta t$.

Точность восстановления по формуле (5) можно оценить как

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi(t_i)}{\partial t_i}\right)^3 \frac{\Delta t^2}{6} T \approx \frac{\Delta t^2}{6} \frac{T \pi^3}{T_{sc}^3},$$

где T – время измерений; T_{sc} – характерное время изменения сигнала на π . Например, в проводимых экспериментах по измерению плотности плазмы на стеллараторе «Ураган-2М» точность была $\sim 1\%$ при $\Delta t = 2 \text{ мкс}$, $T = 50 \text{ мс}$ и $T_{sc} = 500 \text{ мкс}$. Эта погрешность меньше погрешности, связанной с шумами в измеряемых сигналах, и не сказывается на качестве определения плотности плазмы.

Уравнение (5) оказывается простым и требует минимум процессорного времени, это позволило производить измерения изменения фазового сдвига $\varphi(t_n)$ в автоматизированном режиме во время плазменного разряда. На рис. 3 приведены

интерферограммы $F(t)$ и $G(t)$ и рассчитанная по формулам (2) и (5) плотность электронов плазмы и фазовый сдвиг зондирующего сигнала, полученные на стеллараторе «Ураган-2М».

Предложенный метод определения изменения фазового сдвига зондирующих сигналов позволяет отказаться от использования логических операций при обработке сигналов, что делает его принципиально проще алгоритмов с использованием обратных тригонометрических функций.

3. Анализ влияния шумов в измеряемых сигналах на качество обработки сигналов. Как видно из рис. 3, сигналы $F(t)$ и $G(t)$ искажены шумами. Источниками шумов являются наводки от мощных высокочастотных генераторов с частотами, большими частоты оцифровки, длинный сигнальный тракт от интерферометра до аналогоцифрового преобразователя, деформация волноводов на элементах крепления во время включения и выключения магнитного поля установки.

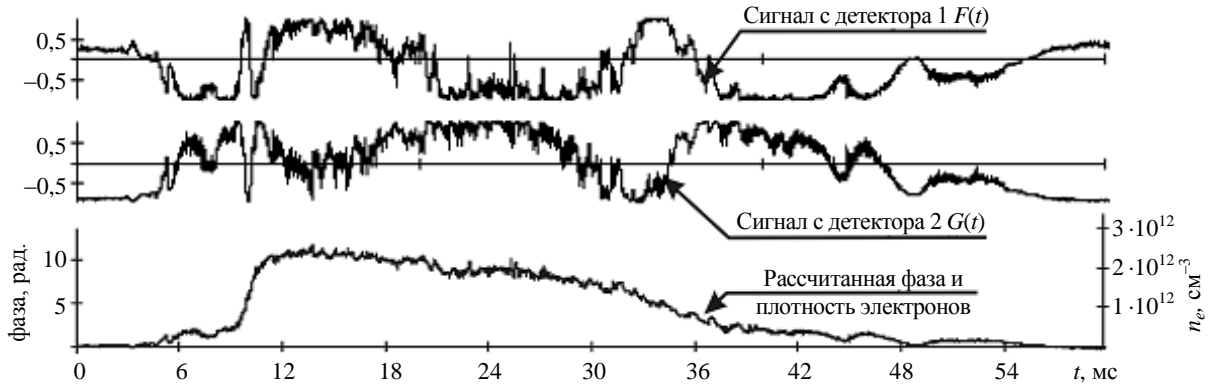


Рис. 3. Интерферограммы $F(t)$ и $G(t)$ и рассчитанные по ним сдвиг фазы (левая ось) и плотность электронов плазмы (правая ось). Разряд № 0037 от 21.04.2011

Для анализа влияния шума предположим, что на вход измерительного устройства вместе с сигналом поступает аддитивный гауссовский белый шум, ограниченный по частоте. Тогда результат измерений можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{F}(t) &= \sin(\varphi(t) + \theta) + \xi_1(t), \\ \tilde{G}(t) &= \sin \varphi(t) + \xi_2(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ – аддитивный гауссовский белый шум, ограниченный по частоте скоростью оцифровки. Его спектральная плотность мощности имеет вид

$$S_{\xi_1, \xi_2}(\omega) = \begin{cases} \frac{N}{2}, & \text{при } |\omega| \leq \Omega, \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases}$$

где Ω – частота Найквиста; $\frac{N}{2}$ – спектральная плотность мощности.

Рассмотрим случай, когда $\theta = \frac{\pi}{2}$. В результате воздействия шума реально измеряемая величина (4) будет отлична от истинного изменения фазового сдвига и равна

$$\tilde{\varphi}(t) = \varphi(t) + \zeta_1(t) + \zeta_2(t) + \zeta_3(t) = \varphi(t) + \zeta(t). \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \zeta_1(t) &= \int_{t_0}^t \left[\cos \varphi(t') \frac{\partial \xi_1(t')}{\partial t'} - \sin \varphi(t') \frac{\partial \xi_2(t')}{\partial t'} \right] dt'; \\ \zeta_2(t) &= \int_{t_0}^t \left[\xi_1(t') \frac{\partial \sin \varphi(t')}{\partial t'} - \xi_2(t') \frac{\partial \cos \varphi(t')}{\partial t'} \right] dt'; \\ \zeta_3(t) &= \int_{t_0}^t \left[\xi_1(t') \frac{\partial \xi_2(t')}{\partial t'} - \xi_2(t') \frac{\partial \xi_1(t')}{\partial t'} \right] dt'; \\ \zeta(t) &= \zeta_1(t) + \zeta_2(t) + \zeta_3(t). \end{aligned} \quad (8)$$

Для дальнейших оценок предположим, что $\varphi(t)$ и $\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$ медленно меняются во времени: $T_{sc} \gg \Delta t$, $T_{sc} \gg t_\xi$, где t_ξ – характерное время изменения шумов. Спектральную плотность $\varphi(t)$ и $\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$ предполагаем равной дельта-функции от нуля. Это предположение позволяет сделать нам оценки для спектральной плотности $S_{\zeta_1}(\omega)$ и $S_{\zeta_2}(\omega)$ по спектральным плотностям шумов:

$$S_{\xi_1}(\omega) = \begin{cases} \frac{N}{2}, & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases}, \quad (9)$$

$$S_{\xi_2}(\omega) = \begin{cases} \frac{N}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \frac{1}{\omega^2}, & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases}.$$

Используя то, что умножение во временной области соответствует свертке в частотной области, найдем $\hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega)$:

$$\hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[S_{\xi_1}(\omega-u) S_{\frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(u) \right] du = \frac{1}{\omega^2} \int_{\omega-u}^{\omega+u} S_{\frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(u) du = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2} \frac{N^2}{2\pi \cdot 4} \left[\frac{\Omega^3}{3} - \frac{(|\omega|-\Omega)^3}{3} \right], & \text{при } |\omega| \leq 2\Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > 2\Omega \end{cases}.$$

$\hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega)$ оказывается определенной в области частот, большей, чем частота Найквиста, и из-за этого следует учитывать эффект маскировки частот

$$S_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega) = \begin{cases} \hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega) + \hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(2\Omega - \omega), & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2} \frac{N^2}{4\pi \cdot 3} \Omega^3, & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases}.$$

Учитывая, что $\hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega) = \hat{S}_{\xi_2 \frac{\partial \xi_1}{\partial t}}(\omega)$,

$$S_{\xi_3}(\omega) = \begin{cases} \hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega) + \hat{S}_{\xi_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial t}}(\omega), & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{\omega^2} \frac{N^2}{2\pi \cdot 3} \Omega^3, & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases}. \quad (10)$$

На основании (8)–(10) получаем искомую спектральную плотность шумов

$$S_{\zeta}(\omega) = \begin{cases} S_{\xi_1}(\omega) + S_{\xi_2}(\omega) + S_{\xi_3}(\omega), & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases} = \begin{cases} \frac{N}{2} \left[1 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega^2} \frac{N^2}{2\pi} \frac{\Omega^3}{3} \right], & \text{при } |\omega| \leq \Omega \\ 0, & \text{при } |\omega| > \Omega \end{cases}. \quad (11)$$

Анализ формулы (11) показывает, что спектральная плотность мощности шумов велика в области низких частот (рис. 4) и может существенно искажать восстановленный сигнал. Сравнение результатов, полученных численным моделированием, с аналитическим анализом показывает, что последний качественно правильно восстанавливает зависимость спектральной плотности мощности выходного шума от частоты, но дает несколько завышенные оценки шума. Это связано со сделанными нами допущениями относительно спектральных плотностей $\varphi(t)$ и $\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$.

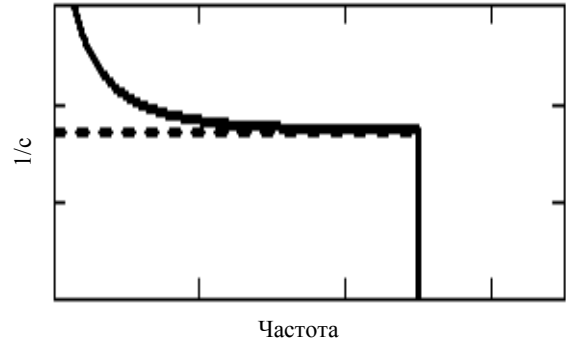


Рис. 4. Спектральная плотность мощности при восстановлении без нормировки амплитуды (аналитический анализ): --- ξ ; — ζ

Как было установлено, нормировка сигналов по формулам (12) перед их дальнейшей обработкой устраняет завышенные шумы в области низких частот

$$\ddot{F}(t) = \frac{\tilde{F}(t) \cos \theta}{[\tilde{F}^2(t) + \tilde{G}^2(t) - 2 \cos \theta \tilde{F}(t) \tilde{G}(t)]}, \quad (12)$$

$$\ddot{G}(t) = \frac{\tilde{G}(t) \cos \theta}{[\tilde{F}^2(t) + \tilde{G}^2(t) - 2 \cos \theta \tilde{F}(t) \tilde{G}(t)]}.$$

Расчеты с нормированными сигналами по формуле (5), как показало численное моделирование, не дают существенных искажений в области низких частот (рис. 5).

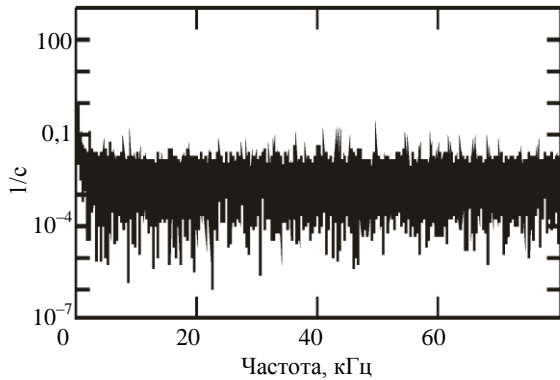


Рис. 5. Спектральная плотность мощности при восстановлении с нормированием амплитуды (численное моделирование)

Выводы. Создан широкополосный интерферометр для измерения средней по хорде плотности плазмы в стеллараторах «Ураган-2М» и «Ураган-3М», позволяющий однозначно определять плотность плазмы в течение плазменных разрядов. Разработан новый простой алгоритм обработки данных, учитывающий особенности конструкции интерферометра и позволяющий проводить обработку сигналов в режиме реального времени. Проведен детальный анализ влияния шумов на результат восстановления плотности плазмы.

1. *Измерения в электронике: справочник* / В. А. Кузнецов, В. А. Долгов, В. М. Коневских и др. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
2. *Голант В. Е.* Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы / В. Е. Голант. – М.: Наука, 1968. – 327 с.
3. *Давыденко В. И.* Экспериментальные методы диагностики плазмы. Лекции для студентов физического факультета / В. И. Давыденко, А. А. Иванов, Г. Вайсен. – Новосибирск, 1999. – Ч. 1. – 148 с.
4. *Зоренко А. В.* Твердотельный интерферометр с рабочей частотой 280 ГГц / А. В. Зоренко, Г. П. Ермак, Н. Е. Мед-

ведь // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2007. – 12, № 1. – С. 268–272.

5. *Филиппов В. В.* Новый метод измерения фазового сдвига зондирующих сигналов / В. В. Филиппов, В. Л. Бережный // Укр. конф. по физике плазмы и управляемого термоядерного синтеза: сб. аннот. – К., 2011. – С. 13.
6. *Филиппов В. В.* Микроволновая интерферометрия в стеллараторах У-2М, У-3М / В. В. Филиппов, В. Л. Бережный, А. В. Лозин // Укр. конф. по физике плазмы и управляемого термоядерного синтеза: сб. аннот. – К., 2011. – С. 16.

Рукопись поступила 01.12.2011.

V. V. Filippov, V. L. Berezhnyj, D. L. Grekov

DETERMINATION OF PLASMA DENSITY BY A NEW APPROACH TO MEASURING THE PHASE SHIFT OF PROBING SIGNALS

The paper deals with the method for measuring the average of plasma electron density in stellarators Uragan-2M and Uragan-3M. The first measurements of plasma electron density in on line regime are presented. The new method of probing signals phase shift determination is developed both theoretically and experimentally.

Key words: plasma density, phase shift, interferometry.

В. В. Філіппов, В. Л. Бережний, Д. Л. Греков

ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ПЛАЗМИ ЗА ДОПОМОГОЮ НОВОГО ПІДХОДУ ДО ВИМІРЮВАННЯ ЗМІНИ ФАЗОВОГО ЗСУВУ ЗОНДУЮЧИХ СИГНАЛІВ

Розглянуто методику проведення вимірювань середньої густини електронів плазми на стеллараторах «Ураган-2М» і «Ураган-3М». Наведено перші результати вимірювань густини електронів плазми в автоматизованому режимі. Подано теоретичне обґрунтування нового методу вимірювання зміни фазового зсуву зондуючих сигналів.

Ключові слова: густина плазми, фазовий зсув, інтерферометрія.