

А.О. Новиков, С.Ю. Гладкий

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРМИРОВАННЫХ АНКЕРАМИ ПОРОД В СТЕНКЕ МОНТАЖНОГО ХОДКА

*С помощью теоретического метода исследований раскрыты закономерности изменения напряженно-деформированного состояния закрепленных анкерами пород в боках монтажного ходка при различных параметрах крепи для обеспечения их устойчивого состояния.*

---

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ АРМОВАНИХ АНКЕРАМИ ПОРІД У СТІНЦІ МОНТАЖНОГО ХІДНИКА

*За допомогою теоретичного методу досліджень розкрито закономірності зміни напружено-деформованого стану порід, що закріплені анкерами у стінках монтажних хідників, при різних параметрах кріплення для забезпечення їх стійкого стану.*

---

### MATHEMATICAL MODEL OF DEFORMATION STATE OF ROCK WALL IN WORKINGS, TIP BY ANCHORS

*Thought the instrumentality of theoretical method of researches the dependences of stress-strain state change of fastened by anchors of rocks in walls of assembly cundy under different parameters of support for stable condition ensuring was developed.*

---

#### ВВЕДЕНИЕ

Украина владеет 3,5% мировых запасов каменного угля, что в условиях ограниченной добычи собственной нефти и газа и роста цен на них на мировых рынках делает уголь основным и долговременным энергоносителем в топливно-энергетическом балансе страны. В настоящее время более 80% угля добывается подземным способом в механизированных очистных забоях, при этом до 40% работающих в них комплексов постоянно монтируются-демонтируются. Трудоемкость и продолжительность монтажа очистного оборудования во многом определяется тем, обеспечены ли необходимые размеры рабочего пространства и устойчивое состояние монтажных камер, и их свое-

временное проведение. Решение этой проблемы невозможно без широкого внедрения передового опыта эффективного ведения монтажно-демонтажных работ с использованием рациональных технологических схем и нового оборудования, а также внедрения новых технологий проведения и поддержания монтажных камер, в том числе с использованием анкерных систем.

Положительный опыт использования анкерных систем для поддержания монтажных ходков на шахтах («Добропольская», «Покровская», «Краснолиманская», шахты ПАО «ДТЕК Павлоградуголь» и др.) широкого внедрения не нашел. Происходит это по ряду причин. Так, более технологично (для крепления, транспорта и ведения монтажных работ) проводить эти

выработки с прямоугольной или трапециевидной формой поперечного сечения. Однако в условиях ведения работ на больших глубинах это существенно усложняет решение вопросов, связанных с обеспечением устойчивости ходков. Технологически же необходимые значительные размеры ходков по ширине (5 – 7 м) и наличие в боках слабых, неустойчивых пород способствуют увеличению проявлений горного давления, создают необходимость проведения ремонтов даже с учетом краткосрочности использования (1 – 2 мес.) выработок. В этой связи проведение исследований, направленных на изучение закономерностей деформирования пород, вмещающих монтажные ходки, для обоснования параметров их рационального крепления является актуальным.

## ПОСЛЕДНИЕ ДОСТИЖЕНИЯ И ПУБЛИКАЦИИ

В работе [1] приведена математическая модель напряженно-деформированного состояния, закрепленной анкерами или без них, кровли, как одной из составляющих породного обнажения в монтажном ходке. При этом получены уравнения для перемещений кровли в конечных разностях, с помощью которых, при наличии данных о геометрических параметрах кровли, механических и жесткостных ее характеристиках и внешней нагрузки можно определить количество анкеров и расстояние между ними, обеспечивающие устойчивость кровли. Однако кровля сопряжена с боковой частью – угольным пластом монтажного ходка, под действием которой и собственной массы пласта, может произойти потеря устойчивости стенок выработки. В работах [2, 3] приведены результаты исследований напряженно-деформированного состояния кровли и выработки, закрепленных анкерами, принятых соответственно в виде анизотропных пластины и оболочки под действием равномерно распределенной нагрузки от выделенной собственной массы с использованием вариационного метода

решения краевых задач.

В этих работах решены задачи об изгибе и поперечном сдвиге пластины и оболочки, однако в данном случае угольный пласт находится на жестком основании и испытывает нагрузки на сжатие от кровли и неравномерной собственной массы, для которого решение отсутствует.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрим поперечное сечение монтажного ходка (рис. 1).

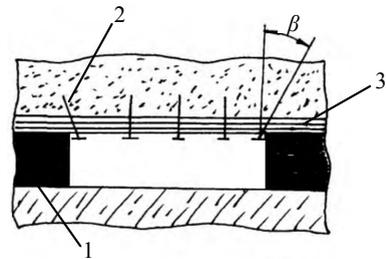


Рис. 1. Поперечное сечение монтажного ходка:  
1 – стенка выработки; 2 – анкер; 3 – кровля;  
 $\beta$  – угол наклона анкера

Примем при решении задачи в качестве расчетной схемы, закрепленной анкерами стенки монтажного ходка, анизотропную пластину, находящуюся под действием вертикальной, нормально-распределенной нагрузки от веса кровли  $q_z$ , и собственно-го веса  $q_z^*$ , расположенную на жестком основании, один край которой защемлен, второй – свободный (без анкеров) или шарнирно опертый (анкерное крепление), остальные два – свободные (рис. 2).

В механике твердого деформированного тела решения задач на прочность или устойчивость пластин в упругой области приводятся, как правило, при изучении интенсивности напряжений  $\sigma_i$ , МПа, в любой точке пластины, которые для случая плоского напряженного состояния не должны превышать предел пропорцио-

нальности  $\sigma_{nc}$  (считается, что предел пропорциональности равен пределу упругости) [4]. Тогда для рассматриваемого случая

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_y^2 - \sigma_y \sigma_z + \sigma_z^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{nc}, \quad (1)$$

где  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau$  – нормальные и касательные напряжения, действующие в плоскости пластины.

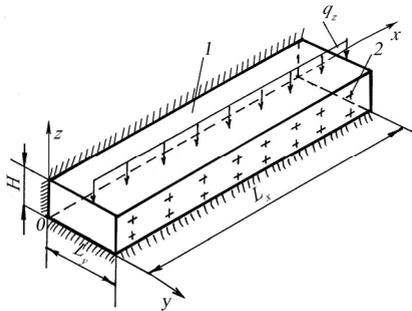


Рис. 2. Расчетная схема стенки монтажного ходка: 1 – стенка выработки; 2 – анкеры

Анкеры располагаются в стенке выработки (в том числе и в угольном пласте) в направлении  $y$ , создавая таким образом ее слоистость, причем количество слоев в породах, залегающих в стенке ходка на  $i+1$  больше, чем с анкерами.

Пусть пластина отнесена к триортогональной системе прямолинейных координат так, что координатная плоскость  $xu$  совпадает со срединной ее плоскостью, а главные направления упругости материала пластины совпадают с координатными линиями.

Рассмотрим породный массив в стенке ходка как многослойную армированную пластину, находящуюся под действием внешней нагрузки от веса пород, закрепленных анкерами в кровле выработки  $q_z$ , и собственного веса  $q_z^*$ .

Зависимости между деформациями и напряжениями для  $i$ -слоя пластины со-

гласно обобщенному закону Гука имеют вид [2, 3]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^i &= \frac{1}{E_x^i} (\sigma_x^i - \nu_x^i \sigma_y^i) - \frac{\nu_z^i}{E_z^i} \sigma_z^i; \\ \varepsilon_y^i &= \frac{1}{E_y^i} (\sigma_y^i - \nu_x^i \sigma_x^i) - \frac{\nu_z^i}{E_z^i} \sigma_z^i; \\ \varepsilon_z^i &= -\frac{\nu_z^i}{E_z^i} (\sigma_x^i + \sigma_y^i) + \frac{1}{E_z^i} \sigma_z^i; \\ \varepsilon_{xy}^i &= \frac{1}{G_{xy}^i} \tau_{xy}^i; \quad \varepsilon_{xz}^i = \frac{1}{G_{xz}^i} \tau_{xz}^i; \\ \varepsilon_{yz}^i &= \frac{1}{G_{yz}^i} \tau_{yz}^i, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $E$ ,  $G$  с индексами – модули упругости и сдвига слоев пластины, МПа;

$\nu$  – коэффициенты Пуассона.

При решении задачи о плоском напряженно-деформированном состоянии принимаем, что напряжения и деформации в направлении заземленных краев, а также деформации сдвига равны нулю, т.е.

$$\sigma_x = 0, \quad \varepsilon_x = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{xy} = 0.$$

Пусть слои, начиная с верхнего, имеют плотность  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  и толщину  $h_1, h_2, \dots, h_n$ .

Тогда нормальные напряжения соответственно примут вид:

$$\begin{aligned} \sigma_z^1 &= q_z + \rho_1 h_1; \quad \sigma_z^2 = q_z + \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2; \\ \sigma_z^3 &= q_z + \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma_z^n = q_z + \sum_{i=1}^n \rho_i h_i.$$

Подставляя выражение (3) в зависимости (2), для  $i$ -го слоя массива, получим

$$\sigma_y^n = \frac{\nu_z E_z}{E_y} \left( q_z + \sum_{i=1}^n \rho_i h_i \right).$$

Используя зависимость в общем виде

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{E_z} (\sigma_z - \nu_z \sigma_y),$$

после интегрирования получим

$$w = \frac{1}{E_z} (\sigma_z - \nu_z \sigma_y) z + c.$$

Для первого  $(n+1)$  слоя эта зависимость примет вид

$$w^{n+1} \left( \frac{h_{n+1}}{2} \right) = \frac{1}{E_z^{n+1}} (\sigma_z^{n+1} - \nu_z^{n+1} \sigma_y^{n+1}) \times \\ \times \frac{h_{n+1}}{2} + c_{n+1}.$$

При  $H_{n+1} = 0$

$$w^{n+1}(0) = 0. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует

$$w^{n+1}(0) = c_{n+1} \text{ или } c_{n+1} = 0.$$

Выражение (4) для первого слоя примет вид

$$w^{n+1} \left( \frac{h_{n+1}}{2} \right) = \frac{1}{E_z^{n+1}} (\sigma_z^{n+1} - \nu_z^{n+1} \sigma_y^{n+1}) \frac{h_{n+1}}{2}.$$

Перемещение в любой точке по высоте первого слоя

$$w^{n+1}(z) = \frac{1}{E_z^{n+1}} (\sigma_z^{n+1} - \nu_z^{n+1} \sigma_y^{n+1}) z.$$

Для второго слоя  $(n)$

$$c_{n-k} = \frac{1}{E_z^{n-k+1}} (\sigma_z^{n-k+1} - \nu_z^{n-k+1} \sigma_y^{n-k+1}) \left( H_{n-k} - \frac{h_{n-k}}{2} \right) + \\ + c_{n-k+1} - \frac{1}{E_z^{n-k}} (\sigma_z^{n-k} - \nu_z^{n-k} \sigma_y^{n-k}) \left( H_{n-k} - \frac{h_{n-k}}{2} \right), \quad (7)$$

$$H_{n-k} = h_{n-k} + h_n + h_{n-1} + \dots + h_{n-k+1} + \frac{h_{n-k}}{2}.$$

$$w^n(z) = \frac{1}{E_z^n} (\sigma_z^n - \nu_z^n \sigma_y^n) z + c_n.$$

Используя условие равенства перемещений на границе между первым и вторым слоями, получим

$$w^n(h_{n+1}) = w^{n+1}(h_{n+1}),$$

Тогда

$$\frac{1}{E_z^n} (\sigma_z^n - \nu_z^n \sigma_y^n) h_{n+1} + c_n = w^{n+1}(h_{n+1}),$$

откуда

$$c_n = w^{n+1}(h_{n+1}) - \frac{1}{E_z^n} (\sigma_z^n - \nu_z^n \sigma_y^n) h_{n+1}. \quad (5)$$

Перемещения в срединной поверхности второго слоя

$$w^n \left( h_{n+1} + \frac{h_n}{2} \right) = \frac{1}{E_z^n} (\sigma_z^n - \nu_z^n \sigma_y^n) \times \\ \times \left( h_{n+1} + \frac{h_n}{2} \right) + c_n,$$

где  $c_n$  имеет вид (5).

Поступая аналогично для последующих слоев, в результате для последнего слоя  $(n-k)$  получим

$$w^{n-k}(H_{n-k}) = \frac{1}{E_z^{n-k}} (\sigma_z^{n-k} - \nu_z^{n-k}) \times \\ \times H_{n-k} + c_{n-k}, \quad (6)$$

где

В записанных выше выражениях (6) и (7) нечетные номера индексов относятся к слоям пласта и пород в стенке ходка, а четные – к анкерам.

Рассмотрим случай расположения анкеров в стенке выработки вдоль оси  $y$  (рис. 3)

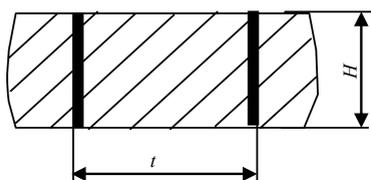


Рис. 3. Схема с горизонтальным расположением анкеров в стенке выработки

Обозначим расстояние между соседними анкерами вдоль оси  $x-t_x$ , вдоль оси  $z-t_z$ . Тогда количество анкеров в одном ряду вдоль осей  $x$  и  $z$  будем определять по формулам

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{L_x}{t_x} - 1; \\ K_z &= \frac{H}{t_z} - 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициенты  $E$ ,  $G$ ,  $\nu$  находим с помощью зависимостей

$$E_z = \frac{E_a d_a + (t_x - d_a) E_n}{t_x}; \quad (9)$$

$$E'_y = \frac{E_a d_a + (t_z - d_a) E_n}{t_z}; \quad (10)$$

$$G_{xz} = \frac{G_a d_a + (t_x - d_a) G_n}{t_x}; \quad (11)$$

$$G'_{yz} = \frac{t_z}{\frac{d_a}{G_a} + \frac{(t_z - d_a)}{G_n}};$$

$$G_a = \frac{E_a}{2(1-\nu_a)^2}; \quad G_n = \frac{E_n}{2(1-\nu_n)^2};$$

$$\begin{aligned} \nu_z &= \frac{\nu_a d_a + (t_x - d_a) \nu_n}{t_x}; \\ \nu_y &= \frac{\nu_a d_a + (t_z - d_a) \nu_n}{t_z}. \end{aligned}$$

где  $E$ ,  $G$ ,  $\nu$  – модули упругости, сдвига и коэффициент Пуассона соответственно: величины с индексом «а» относятся к анкерам, а с индексом «n» – к породе (углю);

$d_a$  – диаметр анкера, м.

Определим касательные напряжения  $\tau = \tau_{yz}$ , входящие в уравнения (1) и (2).

Зависимость деформаций от перемещений в срединной поверхности  $yOz$ , а также касательных напряжений от деформаций имеют соответственно вид

$$\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \tau_{yz} = G_{yz} \varepsilon_{yz}.$$

В случае, когда два края рассматриваемой пластины защемлены, а другие свободные (без анкеров), то перемещения определяются по зависимостям

$$v = y; \quad w = z.$$

Тогда

$$\tau_{yz} = 2G_{yz}.$$

Если оба края пластины защемлены, один свободный, а другой шарнирно-опертый (в направлении  $y$  с анкерами), то

$$v = 0; \quad w = z; \quad \tau_{yz} = G_{yz}.$$

Подставляя значения нормальных и касательных напряжений  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau_{yz}$  в уравнение (1), определяем, выполняются ли условия устойчивости.

Проверка адекватности результатов теоретических исследований с данными экспериментов (рис. 4), полученных для перемещений стенки монтажного ходка в условиях шахты «Добропольская», проведена при следующих исходных параметрах:  $L_x = 90$  м,  $L_y = 5$  м,  $H = 3,0$  м,  $q_z = 3,0$  МПа,  $l_a = 2,4$  м,  $d_a = 30$  мм,  $E_z =$

$0,6 \cdot 10^4$  МПа,  $E_y = 0,4 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu_z = 0,17$ ,  
 $E_a = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $t_x = t_y = 0,75$  м,  $\gamma_{II} = 14 -$   
 $24$  кН/м<sup>3</sup>,  $\gamma_a = 78$  кН/м<sup>3</sup>.

Как видно из приведенного графика максимальные перемещения стенки на 5-е сутки наблюдений составили 24 мм, на 67-е сутки – 60 мм.



Рис. 4. Зависимость перемещений контурных реперов, заложенных на различном удалении от кровли выработки в ее стенке, от времени (в сутках) наблюдений и теоретическая кривая: 1 – теоретическая кривая; 2 – 5 сут; 3 – 11 сут; 4 – 19 сут; 5 – 26 сут; 6 – 38 сут; 7 – 67 сут

Решаемая теоретическая задача ставит своей целью определение начальных значений перемещений стенки выработки, необходимых для расчета количества анкеров

и расстояний между ними, обеспечивающих практически их нулевые значения.

Результаты расчета, выполненные для вышеуказанных данных показали, что перемещения стенки выработки, содержащей угольный пласт по высоте меняются по линейному закону и принимают максимальное значение 1,5 мм, а при других максимальных значениях модулей упругости ( $E_z = 3,0 \cdot 10^4$  МПа,  $E_y = 1,5 \cdot 10^4$  МПа) они составляют 0,85 мм. В связи с относительно малыми значениями нагрузки  $q_z^*$  от собственной массы, ею при выполнении дальнейших расчетов можно пренебречь.

Учитывая тот факт, что породы, вмещающие монтажный ходок, сильно увлажнены, минимальные модули упругости угля и пород уменьшили в 1,5 раза. Тогда максимальные расчетные перемещения стенки выработки составили около 22 мм (теоретическая кривая), что практически совпадает с результатами эксперимента. При этом максимальная погрешность составляет 25% по середине стенки выработки. Условие обеспечения прочности стенки выработки (в том числе наиболее слабого участка, содержащего угольный пласт) выполняется, т.к.  $\sigma_i = 2,94$  МПа  $<$   $\sigma_{нц}(\sigma_{сж}) = 12$  МПа.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ПО ПРОВЕРКЕ СОХРАНЕНИЯ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ

Таблица

Исходные модули упругости, МПа, и коэффициент Пуассона	Расстояние между анкерами, м	Количество анкеров	Приведенные модули упругости, МПа, и коэффициент Пуассона	Напряжения, МПа	Перемещения $w$ , мм	Условия прочности, МПа
$E_z = 0,6 \cdot 10^4$ $E_y = 0,4 \cdot 10^4$ $\nu_z = 0,17$	$t_z = 0,75$ $t_x = 0,75$	$K_z = 3$ $K_x = 119$	$E'_z = 0,6$ $E'_y = 0,6$ $\nu_z = 0,18$	$\sigma_z = 3,02$ $\sigma_y = 0,54$	4,8	$2,79 < 12$

При длительной эксплуатации монтажного ходка за счет протекания реологических процессов снижаются механические характеристики пород, в них реализуются неупругие деформации, что подтверждается

данными экспериментов, т.к. перемещения принимают нелинейный характер, что не учитывается при такой постановке задачи. Для устранения этого эффекта и обеспечения устойчивости стенки выработки опре-

делим количество анкеров и расстояние между ними, используя зависимости (8), а также (9) – (11) для приведенных модулей упругости и коэффициента Пуассона. Результаты расчета представлены в таблице.

Таким образом, в настоящей работе получены зависимости, описывающие напряжения в армированных анкерами породах, залегающих в стенке монтажного ходка, позволяющие рассчитать необходимое количество анкеров и расстояние между ними, обеспечивающих ее устойчивость.

## ВЫВОДЫ

Принята расчетная схема закрепленной анкерами стенки монтажного ходка в виде

анизотропной пластины, находящейся под действием нормально-распределенной нагрузки от веса пород кровли и собственно веса, расположенной на жестком основании, один край которой защемлен, второй – свободный (без анкеров) или шарнирно опертый (анкерное крепление), остальные два – свободные. На основании решения задачи о плоском напряженном состоянии закрепленной анкерами стенки выработки получены уравнения для определения напряжений в ней, что позволяет определить в дальнейшем необходимое количество анкеров и расстояние между ними для обеспечения устойчивости стенок и кровли монтажного ходка.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков А.О. Математическая модель напряженно-деформированного состояния пород кровли монтажного ходка, армированных анкерами / А.О. Новиков, С.Ю. Гладкий // Геотехнічна механіка: міжвід. зб. наук. праць ІГТМ НАН України. – Д., 2014. – Вып. 119. – С. 205 – 220.

2. Новиков А.О. Развитие научных основ управления устойчивостью выработок с использованием анкерных систем: дисс. ... доктора техн. наук: 05.15.02 / Новиков Александр Олегович. – Донецк, 2011. – 479 с.

3. Шестопапов И.Н. Обоснование параметров рамно-анкерной крепи для поддержания подготовительных выработок глубоких шахт: дисс. ... кандидата техн.

наук: 05.15.02 / Шестопапов Иван Николаевич. – Донецк, 2014. – 202 с.

4. Прочность. Устойчивость. Колебания: справочник: в 3 томах. Т.3 / под общ. ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 567 с.

## ОБ АВТОРАХ

Новиков Александр Олегович – д.т.н., профессор кафедры разработки месторождений полезных ископаемых Донецкого национального технического университета.

Гладкий Станислав Юрьевич – горный инженер, технический директор ООО «ДЕТ UA».