УДК 629.012.83

М.В. ПИЛИПЕНКО

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ВИБРОЗАЩИТНОЙ СИСТЕМЫ СИДЕНЬЯ ВОДИТЕЛЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

На основании разработанной линеаризованной математической модели пневматической виброзащитной системы сиденья водителя транспортного средства определены амплитудно-фазочастотные характеристики указанной системы. Получена формула для расчета времени релаксации или постоянная времени установления термодинамического равновесия в газовых объемах виброзащитной системы. Установлено влияние неравновесных термодинамических процессов в газовых полостях пневматической подвески на коэффициент апериодичности и собственную частоту колебаний виброзащитной системы. Квазинулевая жесткость системы на участке рабочей характеристики в области номинального положения подвески обеспечивает увеличение коэффициента апериодичности в ~ 3 раза и уменьшение собственной частоты колебаний виброзащитной системы в ~ 2 раза.

На основі розробленої лінеаризованої математичної моделі пневматичної віброзахисної системи сидіння водія транспортного засобу визначено амплітудно-фазочастотні характеристики вказаної системи. Отримано формулу для розрахунку часу релаксації або постійну часу встановлення термодинамічної рівноваги в газових об'ємах віброзахисної системи. Встановлено вплив нерівноважних термодинамічних процесів в газових порожнинах пневматичної підвіски на коефіцієнт аперіодичності і власну частоту коливань віброзахисної системи. Квазінульова жорсткість системи на ділянці робочої характеристики в області номінального положення підвіски забезпечує збільшення коефіцієнта аперіодичності в ~ 3 рази і зменшення власної частоти коливань віброзахисної системи в ~ 2 рази.

Based on the developed linearized mathematical model of the pneumatic vibration protection system of the vehicle driver's seat, amplitude-phase-frequency characteristics are determined. A formula for calculating the time relaxation or the time constant of thermodynamic equilibrium in gas volumes of the vibration protection system is derived. The influence of non-equilibrium thermodynamic processes in gas cavities of pneumatic suspension on the aperiodicity coefficient and a natural frequency of oscillations of the vibration protection system is established. Quasi-zero stiffness of the system on the part of the performance characteristic in the region of a nominal position of suspension increases the aperiodicity coefficient by a factor of 3 and reduces a natural frequency of oscillations of the vibration protection system by a factor of 2.

В работе [1] разработана линеаризованная математическая модель пневматической виброзащитной системы сиденья водителя транспортного средства [2 – 4].

Согласно этой модели линеаризованная система уравнений динамики пневматической виброзащитной системы сиденья водителя транспортного средства, кинематическая схема которой представлена на рис. 1, имеет следующий вид.

Уравнение движения водителя на сиденье

$$M\ddot{Z} = \frac{\overline{F}_{эф}}{i_0} \cdot \delta P_1 - \left(C_F + C_{i_0}\right)(Z - q) - \frac{\eta \overline{F}_{тр}}{|\overline{x}| \cdot \omega}\left(\dot{Z} - \dot{q}\right), \qquad (1)$$

где δP_1 – отклонение давления в объеме V_1; $\overline{F}_{эф}$ – эффективная площадь резинокордовой оболочки; i_0 – передаточное отношение по нагрузке; M – масса водителя и подвижной части сиденья; $\overline{F}_{тр}$ – сила трения; η – коэффициент рабочей диаграммы; $|\overline{x}|$ – амплитуда колебаний относительного перемещения; ω – частота вынужденных колебаний; C_F – жесткость подвески, обусловленная изменением эффективной площади резинокордовой оболочки; C_{i_0} – жесткость подвески, обусловленная изменением передаточного отношения по нагрузке.

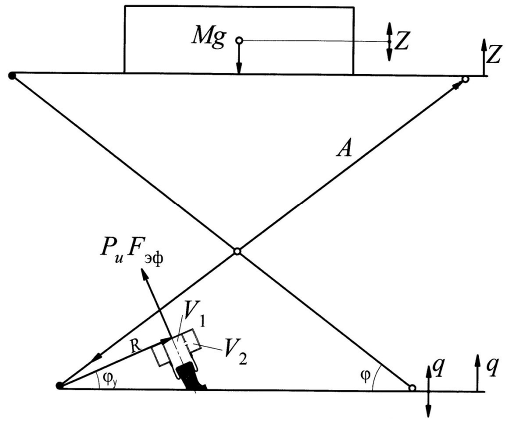

Рис. 1

Относительное перемещение пневматической подвески равно $x = Z - q$, а уравнение движения водителя на сиденье для относительного перемещения имеет вид:

$$M\ddot{x} = \frac{\overline{F}_{эф}}{i_0}\cdot\delta P_1 - M\ddot{q} - \left(C_F + C_{i_0}\right)x - \frac{\eta F_{тр}}{|\overline{x}|\cdot\omega}\dot{x}\,. \qquad (2)$$

Уравнение динамики газовой полости

$$\tau\frac{d\delta P_1}{dt} + \delta P_1 = -\frac{C_H\cdot i_0}{F_{эф}}\left[\tau\left(\dot{Z} - \dot{q}\right) + \frac{C_p}{C_H}\left(Z - q\right)\right], \qquad (3)$$

где τ – постоянная времени (время релаксации), которая характеризует время установления термодинамического равновесия в газовых объемах V_1 и V_2; C_p – жесткость системы, обусловленная изменением давления в объеме V_1 при равновесном термодинамическом процессе в газовых полостях V_1 и V_2, равная $C_p = \dfrac{\kappa\overline{P}\cdot\overline{F}_{эф}^2}{\overline{i}_0\overline{i}_x\left(\overline{V}_1 + V_2\right)}$; C_H – жесткость системы, обусловленная изменением давления в объеме V_1 при полностью неравновесном термодинамическом процессе в газовых полостях V_1 и V_2, равная $C_H = \dfrac{\kappa\cdot\overline{P}\cdot\overline{F}_{эф}^2}{\overline{i}_0\cdot\overline{i}_x\cdot\overline{V}_1}$, где κ – показатель политропы.

Вынужденные колебания водителя на сиденье с пневматической виброзащитной системой

Рассмотрим вынужденные колебания для рассматриваемой виброзащитной системы. Решение системы уравнений (1), (2), (3) будем искать в виде

$$Z(t) = \overline{Z}(i\omega)e^{i\omega t},\quad \delta P_1(t) = \delta\overline{P}_1(i\omega)e^{i\omega t},\quad x(t) = \overline{x}(i\omega)e^{i\omega t}$$

при заданных вынужденных колебаниях нижней платформы

$$q(t) = \overline{q}_{(i\omega)}e^{i\omega t}\,.$$

Подставляя эти соотношения в систему уравнений (1) – (3), получим:

$$\left(-\omega^2 M + C_F + C_{i0}\right)\overline{Z} = \frac{\overline{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0}\cdot\delta\overline{P}_1 + \left(C_F + C_{i0}\right)\overline{q} - i\frac{\eta F_{\text{тр}}}{|\overline{x}|}\left(\overline{Z} - \overline{q}\right), \qquad (4)$$

$$\left(-\omega^2 M + C_F + C_{i0}\right)\overline{x} = \frac{\overline{F}_{\text{эф}}}{i_0}\cdot\delta\overline{P}_1 - i\frac{\eta F_{\text{тр}}}{|\overline{x}|} + \omega^2\overline{q}\,, \qquad (5)$$

$$\frac{\overline{F}_{\text{эф}}}{\bar{i}_0}\cdot\delta\overline{P}_1 = -C_H\,\frac{\dfrac{C_P}{C_H} + i\omega\tau}{1 + i\omega\tau}\left(\overline{Z} - \overline{q}\right). \qquad (6)$$

Поскольку относительное перемещение массы M равно $x = Z - q$, получим следующее соотношение для комплексных амплитуд колебаний перемещений x, Z и q:

$$\overline{x} = \overline{Z} - \overline{q}\,. \qquad (7)$$

С помощью уравнения (6) исключим комплексную амплитуду колебаний $\delta\overline{P}_1$ из уравнения (4):

$$\left(-\omega^2 M + C_H\,\frac{C_p / C_H + i\omega\tau}{1 + i\omega\tau} + C_F + C_{i0} + i\frac{\eta F_{\text{тр}}}{|\overline{x}|}\right)\overline{z} =$$

$$= \left(C_H\,\frac{C_p / C_H + i\omega\tau}{1 + i\omega\tau} + C_F + C_{i0} + i\frac{\eta F_{\text{тр}}}{|\overline{x}|}\right)\overline{q}\,. \qquad (8)$$

Из уравнения (6) следует, что

$$\frac{\overline{F}_{\text{эф}}\cdot\delta\overline{P}_1}{i_0\left(\overline{Z} - \overline{C}\right)} = -C_{(i\omega)} = -C_H\,\frac{C_p / C_H + i\omega\tau}{1 + i\omega\tau}\,,$$

где $C_{(i\omega)}$ – динамическая жесткость пневматической виброзащитной системы, равная

$$C_{(i\omega)} = C_H\,\frac{C_p / C_H + i\omega\tau}{1 + i\omega\tau}\,. \qquad (9)$$

Динамическая жесткость, как следует из решения (9), является величиной комплексной и входит в решение (8).

Из формулы (9) найдем действительную и мнимую части динамической жесткости:

$$C_{(i\omega)} = \operatorname{Re}C_{(i\omega)} + i\operatorname{Im}C_{(i\omega)} = C_H\,\frac{C_p / C_H + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} +$$

$$+ i\omega \frac{\tau\left(1 - C_p / C_H\right)C_H}{1 + \omega^2\tau^2},$$

где
$$\operatorname{Re} C_{(i\omega)} = C_H \frac{C_p / C_H + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}, \qquad (10)$$

$$\operatorname{Im} C_{(i\omega)} = \omega \frac{C_H \tau\left(1 - C_p / C_H\right)}{1 + \omega^2\tau^2}. \qquad (11)$$

С учетом (10), (11) уравнение (8) принимает вид:

$$\left\{ - \omega^2 M + i\omega \left[\frac{C_H \tau\left(1 - C_p / C_H\right)}{1 + \omega^2\tau^2} + \frac{\eta F_{\text{тр}}}{\omega|\bar{x}|} \right] + C_H \frac{C_p / C_H + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} + C_F + C_{i0} \right\} \bar{z} =$$

$$= i\omega \left[\frac{C_H \tau\left(1 - C_p / C_H\right)}{1 + \omega^2\tau^2} + \frac{\eta F_{\text{тр}}}{\omega|\bar{x}|} \right] C + \left(C_H \frac{C_p / C_H + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} + C_F + C_{i0} \right) C. \qquad (12)$$

В этом уравнении коэффициент K, характеризующий демпфирующие свойства системы, равен

$$K = \frac{C_H \tau\left(1 - C_p / C_H\right)}{1 + \omega^2\tau^2} + \frac{\eta F_{\text{тр}}}{\omega|\bar{x}|}. \qquad (13)$$

Первое слагаемое в выражении (13) определяет демпфирующие свойства пневматической подвески кресла водителя транспортного средства за счет рассеяния энергии колебаний при перетекании газа между объемами V_1 и V_2 (пневматическое демпфирование), а второе слагаемое определяет гасящие свойства системы за счет силы трения.

Разделим уравнение (12) на массу M и введем относительный коэффициент затухания колебаний $\xi_0 = \dfrac{K}{2M \cdot \omega_0}$.

В результате получим

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega 2\xi_0\omega_0\right)\overline{Z} = \left(\omega_0^2 + i\omega 2\xi_0\omega_0\right) C, \qquad (14)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{1}{M}\left(C_H \frac{C_P / C_H + \omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} + C_F + C_{i0} \right), \qquad (15)$$

$$\xi_0 = \frac{C_H \tau\left(1 - C_P / C_H\right)}{2M\omega_0\left(1 + \omega^2\tau^2\right)} + \frac{\eta F_{\text{тр}}}{2M \cdot \omega_0 \omega|\bar{x}|}. \qquad (16)$$

Из уравнения (14) получаем амплитудно-фазочастотную характеристику системы при кинематическом возбуждении

$$\frac{\overline{Z}}{C} = \frac{\omega_0^2 + i\omega 2\xi_0\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega 2\xi_0\omega_0}. \tag{17}$$

В рассматриваемой пневматической виброзащитной системе, как установлено выше (см. формулы (15), (16)), собственная частота колебаний системы ω_0 и коэффициент апериодичности ξ_0 зависят от частоты вынужденных колебаний и амплитуды колебаний относительного перемещения $|\overline{x}|$. Кроме того, время термодинамического равновесия τ зависит от амплитуды колебаний расхода газа через жиклер.

Принимая во внимание, что $\overline{x} = \overline{Z} - C$, амплитудно-фазочастотная характеристика для относительного перемещения подвески кресла водителя транспортного средства будет иметь вид:

$$\frac{\overline{x}}{C} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega 2\xi_0\omega_0}. \tag{18}$$

Из анализа формулы (15) для собственной частоты колебаний системы следует, что при равновесном термодинамическом процессе или близком к нему $\left(\omega^2\tau^2 << C_P / C_H\right)$ собственная частота колебаний системы равна

$$\omega_{0P}^2 = \frac{C_P + C_F + C_{i0}}{M}, \tag{19}$$

а при полностью неравновесном процессе в газовой полости подвески (отсутствует перетекание газа из объема V_1 в объем V_2)

$$\omega_{0H}^2 = \frac{C_H + C_F + C_{i0}}{M}. \tag{20}$$

Из формулы (16) следует, что коэффициент апериодичности ξ_0 включает два слагаемых $\xi_0 = \xi_V + \xi_{\text{тр}}$. Первое слагаемое

$$\xi_V = \frac{C_H\tau\left(1 - C_P / C_H\right)}{2M \cdot \omega_0\left(1 + \omega^2\tau^2\right)} \tag{21}$$

определяет демпфирование колебаний, обусловленное неравновесными процессами в газовых полостях объемов V_1 и V_2, а второе слагаемое

$$\xi_{\text{тр}} = \frac{\eta F_{\text{тр}}}{2M\omega_0\omega|\overline{x}|} \tag{22}$$

определяет демпфирование колебаний, обусловленное силой трения.

Определение времени релаксации

Характерное время установления термодинамического равновесия в газовых объемах V_1 и V_2 (время релаксации, или постоянная времени) согласно работе [1] равно

$$\tau = \frac{\overline{\rho} R \cdot \overline{V_1} \cdot V_2}{\kappa \overline{P}\left(\overline{V_1} + \overline{V_2}\right)}, \tag{23}$$

где коэффициент гармонической линеаризации R равен

$$R = \frac{0{,}85\left|\overline{\dot m}\right|}{\left(\mu F_{ж}\right)^2 \cdot 2\overline{\rho}}, \tag{24}$$

где $\overline{\rho}$ – плотность газа.

Комплексная амплитуда колебаний массового расхода газа $\overline{\dot m}$ между объемами $\overline{V}_1$ и V_2 согласно работе [1] для установившихся вынужденных колебаний равна

$$\overline{\dot m} = \frac{\overline{\rho} F_{эф}}{i_x}\,\overline{\dot x} + i\omega\frac{\overline{\rho}\overline{V}_1}{\kappa\,\overline{P}} \cdot \delta\overline{P}_1 . \tag{25}$$

Комплексная амплитуда колебаний давления в объеме $\overline{V}_1$ равна (6)

$$\delta\overline{P}_1 = -\frac{C_H i_0}{\overline{F}_{эф}}\,\frac{C_p / C_H + i\omega\tau}{1 + i\omega\tau} \cdot \overline{x} .$$

Принимая во внимание, что отношение

$$\frac{C_P}{C_H} = \frac{\overline{V}_1}{\overline{V}_1 + V_2},$$

отношение $V_2 / \overline{V}_1 = n$, а

$$\frac{C_H \cdot i_0}{F_{эф}} = \frac{\kappa\,\overline{P}\overline{F}_{эф}}{i_x \overline{V}_1}, \tag{26}$$

получим следующие выражения для комплексных амплитуд колебаний $\delta\overline{P}_1$ и $\overline{\dot m}$

$$\delta\overline{P}_1 = -\frac{\kappa\,\overline{P}\overline{F}_{эф}}{i_x \overline{V}_1 (1+n)}\,\frac{\left[1 + i\omega\tau(1+n)\right] \cdot \overline{x}}{1 + i\omega\tau}, \tag{27}$$

$$\overline{\dot m} = i\omega\frac{\overline{\rho}\overline{F}_{эф}\overline{x}}{i_x} - i\omega\frac{\overline{\rho}\overline{F}_{эф}\left[1 + i\omega\tau(1+n)\right] \cdot \overline{x}}{i_x (1+n)(1+i\omega\tau)} . \tag{28}$$

Из формулы (28) получим частотную характеристику

$$\frac{\overline{\dot m}}{\overline{x}} = \frac{i\omega\overline{\rho}\overline{F}_{эф} \cdot n}{i_x (1+n)(1+i\omega\tau)} . \tag{29}$$

Из (29) определим амплитуду колебаний массового расхода газа между объемами V_1 и V_2

$$\left|\overline{\dot{m}}\right| = \frac{\omega\overline{\rho}F_{эф}\cdot n}{i_x(1+n)\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\left|\overline{x}\right|. \qquad (30)$$

Перейдем к определению времени релаксации τ.

Формулу (23) с учетом того, что отношение $V_2/\overline{V_1} = n$, можно представить в следующем виде

$$\tau = \frac{\overline{\rho}R\cdot\overline{V_1}\cdot n}{\kappa\overline{P}(1+n)}. \qquad (31)$$

Подставляя выражение (24) в формулу (31), с учетом формулы (30) получим

$$\tau = \frac{\overline{\rho}\overline{V_1}\cdot n^2\cdot 0{,}85\cdot\omega\overline{F}_{эф}\left|\overline{x}\right|}{\kappa\overline{P}(1+n)^2\cdot 2(\mu F_ж)^2\cdot i_x\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}. \qquad (32)$$

С учетом уравнения состояния газа $\overline{P} = \overline{\rho}gRT$, где R – газовая постоянная, T – температура газа, формула (32) для времени релаксации принимает вид:

$$\tau = \frac{0{,}85V_1\cdot n^2\cdot\omega\overline{F}_{эф}\left|\overline{x}\right|}{2(1+n)^2\cdot C^2(\mu F_ж)^2\cdot i_x\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}, \qquad (33)$$

где C – адиабатическая скорость звука, равная

$$C^2 = \kappa gRT. \qquad (34)$$

Из формулы (33) определяем время релаксации

$$\tau^2 = \frac{\sqrt{1+4\omega^2A^2}-1}{2\omega^2}, \qquad (35)$$

где

$$A = \frac{0{,}85V_1\cdot n^2\omega\overline{F}_{эф}\left|\overline{x}\right|}{2(n+1)^2\cdot C^2(\mu F_ж)^2\cdot i_x}. \qquad (36)$$

Как следует из формулы (33), при $\omega^2\tau^2 << 1$ время релаксации равно

$$\tau = \frac{0{,}85\overline{V_1}\cdot n^2\omega\overline{F}_{эф}\left|\overline{x}\right|}{2(n+1)^2\cdot C^2(\mu F_ж)^2\cdot i_x}, \qquad (37)$$

а при $4\omega^2A^2 >> 1$, согласно формуле (35),

$$\tau = \sqrt{A/\omega}$$

или

$$\tau = \frac{0{,}65n\sqrt{\overline{V_1}\overline{F}_{эф}\left|\overline{x}\right|}}{(1+n)\cdot C\cdot\mu F_ж\sqrt{i_x}}. \qquad (38)$$

Анализ влияния неравновесных термодинамических процессов в газовых полостях пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства на коэффициент апериодичности и собственную частоту колебаний системы

Умножим числитель и знаменатель формулы (21) на собственную частоту колебаний системы ω_0 и подставим после этого выражение (15) для ω_0^2. После некоторых преобразований получим

$$\xi_V = \frac{\omega_0 \tau \cdot n \cdot \kappa}{2(\kappa-1)\left[1+\omega^2\tau^2\left(1+\dfrac{n\kappa}{\kappa-1}\right)\right]}. \quad (39)$$

Формула (39) получена при условии квазинулевой жесткости виброзащитной системы в области номинального положения подвески, т.е.

$$C_F + C_{i0} = -\frac{C_P}{\kappa}. \quad (40)$$

Из этой формулы следует, что при $\omega = \omega_0 = 6{,}28$ ($f_0 = 1{,}0$ Гц); $n = 2{,}0$; $\kappa = 1{,}4$; $\tau = 0{,}02$ сек коэффициент апериодичности ξ_V равен

$$\xi_V = \frac{6{,}28 \cdot 0{,}02 \cdot 1{,}4 \cdot 2}{2\cdot(1{,}4-1)\left[1+(6{,}28\cdot 0{,}02)^2\left(1+\dfrac{2\cdot 1{,}4}{1{,}4-1}\right)\right]} = 0{,}39,$$

а при $n = 1{,}5$ $\xi_V = 0{,}29$.

Таких значений коэффициента апериодичности вполне достаточно для обеспечения требуемого демпфирования виброзащитной системы кресла водителя транспортного средства.

Собственная частота колебаний системы (15) может быть представлена в следующем виде $\left(C_F + C_{i0} = -\dfrac{C_P}{\kappa}\right)$:

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M}\left(\frac{1+\omega^2\tau^2(1+n)}{1+\omega^2\tau^2} - \frac{1}{\kappa}\right). \quad (41)$$

При указанных выше исходных данных собственная частота колебаний системы равна

$$\omega_0^2 = 0{,}32\frac{C_P}{M},$$

$$\omega_0 = 0{,}56\sqrt{\frac{C_P}{M}}.$$

Отрицательная жесткость системы $C_F + C_{i0} = -\dfrac{C_P}{\kappa}$, при которой обеспечивается статическая устойчивость системы, оказывает существенное влияние на увеличение демпфирования колебаний и на уменьшение собственной частоты колебаний системы.

Для подтверждения этого определим коэффициент апериодичности ξ_V и собственную частоту колебаний системы при $C_F + C_{i0} = 0$ на основании формул (15) и (21)

$$\xi_V = \frac{\omega_0 \tau n}{2\left[1 + \omega^2 \tau^2 (1+n)\right]}, \tag{42}$$

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M} \left(\frac{1 + \omega^2 \tau^2 (1+n)}{1 + \omega^2 \tau^2} \right). \tag{43}$$

При $\omega = \omega_0 = 6{,}28$ ($f_0 = 1{,}0$ Гц); $n = 2$; $\tau = 0{,}02$ сек коэффициент апериодичности ξ_V равен

$$\xi_V = 0{,}12\,,$$

а собственная частота колебаний системы равна

$$\omega_0^2 = 1{,}031 \frac{C_P}{M},$$

$$\omega_0 = 1{,}015 \sqrt{\frac{C_P}{M}}.$$

Следовательно, квазинулевая жесткость системы на участке рабочей характеристики в области номинального положения подвески обеспечивает увеличение коэффициента апериодичности в ~ 3 раза и уменьшение собственной частоты колебаний виброзащитной системы в ~ 2 раза.

Зная требуемые значения времени релаксации τ и собственной частоты колебаний виброзащитной системы, можно определить требуемый диаметр жиклера, который устанавливается между объемами V_1 и V_2.

Из формулы (33) определим площадь проходного сечения жиклера между объемами V_1 и V_2

$$(\mu F_{ж})^2 = \frac{0{,}85 \overline{V}_1 \cdot n^2 \cdot \omega \overline{F}_{эф} |\overline{x}|}{2(1+n)^2 C^2 \cdot i_x \cdot \tau \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}. \tag{44}$$

Значение параметра $\omega\tau$ следует выбирать исходя из обеспечения достаточного демпфирования на резонансной частоте колебаний системы.

Относительный коэффициент затухания колебаний ξ_V на собственной частоте колебаний системы согласно уравнению (39) равен

$$\xi_V = \frac{\omega_0 \tau n \kappa}{2(\kappa - 1)\left[1 + \omega_0^2 \tau^2 \left(1 + \dfrac{n\kappa}{\kappa - 1}\right)\right]}. \tag{45}$$

Собственная частота колебаний системы определяется из формулы (40), которая при $\omega = \omega_0$ принимает вид:

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M}\left(\frac{\kappa - 1 + \omega_0^2\tau^2\left[\kappa(1+n)-1\right]}{\kappa\left(1+\omega_0^2\tau^2\right)}\right). \qquad (46)$$

Из уравнения (45) определим, при каком значении параметра $\omega_0\tau$ относительный коэффициент затухания колебаний достигает максимального значения. Из условия

$$\frac{d\xi_V}{d(\omega_0\tau)} = 0$$

находим формулу для определения $\omega_0\tau$, при котором коэффициент ξ_V достигает максимального значения

$$\omega_0\tau = \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa(1+n)-1}}. \qquad (47)$$

Подставляя (47) в формулу (45), найдем выражение для определения максимальных значений относительного коэффициента затухания колебаний

$$\xi_{V\max} = \frac{\kappa n\sqrt{\kappa - 1}}{4(\kappa - 1)\sqrt{\kappa(1+n)-1}}. \qquad (48)$$

Подставляя (47) в формулу (46), определим собственную частоту колебаний системы, которая соответствует максимальному значению относительного коэффициента затухания колебаний.

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M}\cdot\frac{(\kappa - 1)\left[\kappa(1+n)-1\right]}{\kappa\left(\kappa - 1 + \dfrac{\kappa n}{2}\right)}. \qquad (49)$$

Собственная частота колебаний системы при равновесном термодинамическом процессе $(\omega = 0)$ согласно (41) равна

$$\omega_{0P}^2 = \frac{C_P(\kappa - 1)}{M\cdot\kappa}. \qquad (50)$$

Из формул (49), (50) определим отношение собственной частоты колебаний ω_0 к собственной частоте колебаний системы при равновесном термодинамическом процессе в газовых полостях подвески

$$\frac{\omega_0}{\omega_{0P}} = \sqrt{\frac{\kappa(1+n)-1}{\kappa - 1 + \dfrac{\kappa n}{2}}}. \qquad (51)$$

Как следует из формул (47), (48), (51), параметр $\omega_0\tau$, при котором коэффициент затухания колебаний достигает максимального значения, $\xi_{V\max}$ и ω_0/ω_{0P} определяются параметром n (отношением объемов $V_2/\overline{V}_1 = n$).

В таблице 1 представлены зависимости указанных параметров от отношения объемов $V_2/\overline{V}_1$ при $\kappa = 1{,}4$.

Таблица 1

Зависимости указанных параметров от отношения объемов $V_2 / \overline{V}_1$ при $\kappa = 1{,}4$

Параметр	Значения параметров							
n	8,0	4,0	3,0	2,0	1,5	1,0	0,5	0,25
$\omega_0 \tau \xi_{V\max}$	0,186	0,258	0,295	0,354	0,4	0,471	0,603	0,73
$\xi_{V\max}$	1,3	0,9	0,77	0,62	0,53	0,41	0,26	0,16
$\omega_{0P}^2 = \dfrac{C_P}{M}$	1,39	1,37	1,36	1,33	1,31	1,28	1,21	1,14

Из представленной таблицы следует, что требуемые значения коэффициента апериодичности обеспечиваются в широком диапазоне изменения отношения объемов $V_2 / \overline{V}_1$. В то же время целесообразно выбирать отношения объемов $V_2 / \overline{V}_1$ в диапазоне 1,0 ÷ 3,0 с тем, чтобы за счет уменьшения параметра $\omega_0 \tau$ по сравнению с тем значением, при котором ξ_V достигает максимального значения, уменьшить влияние неравновесного термодинамического процесса в газовых полостях подвески сиденья водителя транспортного средства на повышение собственной частоты колебаний системы в широком диапазоне изменения частоты вынужденных колебаний.

Требуемое значение параметра $\omega_0 \tau$ обеспечивается выбором диаметра жиклера между газовыми объемами V_1 и V_2.

Выполним аналогичный анализ зависимостей параметров $\omega_0 \tau$, $\xi_{V\max}$ и ω_0 / ω_{0P} от отношения объемов $V_2 / \overline{V}_1 = n$ при отрицательной жесткости на участке рабочей характеристики подвески в области номинального положения и равной нулю $(C_F + C_{i0}) = 0$.

Собственная частота колебаний системы определяется из формулы (43), которая при $\omega = \omega_0$ принимает вид:

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M}\left(\frac{1+\omega_0^2\tau^2(1+n)}{1+\omega_0^2\tau^2}\right), \tag{52}$$

а коэффициент апериодичности ξ_V при $\omega = \omega_0$ согласно (42) равен

$$\xi_V = \frac{\omega_0 \tau n}{2\left[1+\omega_0^2\tau^2(1+n)\right]}. \tag{53}$$

Из уравнения (53) определим, при каком значении параметра $\omega_0 \tau$ коэффициент апериодичности достигает максимального значения. Из условия $\dfrac{d\xi_V}{d(\omega_0\tau)} = 0$ находим формулу для определения $\omega_0 \tau$

$$\omega_0 \tau = \sqrt{\frac{1}{1+n}} \, . \qquad (54)$$

Подставляя (54) в формулу (53), получим следующее выражение для определения максимальных значений коэффициента апериодичности

$$\xi_{V\max} = \frac{n}{4}\sqrt{\frac{1}{1+n}} \, . \qquad (55)$$

Подставляя (54) в формулу (52), определим собственную частоту колебаний системы, которая соответствует максимальному значению коэффициента апериодичности

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M}\frac{(1+n)}{\left(1+\dfrac{n}{2}\right)} \, . \qquad (56)$$

Собственная частота колебаний системы при равновесном термодинамическом процессе $(\omega = 0)$ согласно (43) равна

$$\omega_{0P}^2 = \frac{C_P}{M} \, . \qquad (57)$$

Из формул (56), (57) определим отношение собственных частот колебаний ω_0 / ω_{0P}

$$\frac{\omega_0}{\omega_{0P}} = \sqrt{\frac{1+n}{1+\dfrac{n}{2}}} \, . \qquad (58)$$

В таблице 2 представлены зависимости параметров $\omega_0\tau$, $\xi_{V\max}$ и ω_0 / ω_{0P} от отношения объемов $V_2 / \overline{V}_1 = n$ при $\kappa = 1{,}4$.

Таблица 2

Зависимости параметров $\omega_0\tau$, $\xi_{V\max}$ и ω_0 / ω_{0P} от отношения объемов $V_2/\overline{V}_1$=n при $\kappa = 1{,}4$

Параметр	Значения параметров							
n	8,0	4,0	3,0	2,0	1,5	1,0	0,5	0,25
$\omega_0\tau$	0,33	0,45	0,5	0,58	0,63	0,71	0,82	0,89
$\xi_{V\max}$	0,66	0,45	0,375	0,29	0,24	0,18	0,1	0,056
ω_0 / ω_{0P}	1,34	1,29	1,27	1,23	1,2	1,16	1,1	1,05

Из сопоставления зависимостей, представленных в таблицах 1 и 2, следует, что при квазинулевой жесткости подвески на участке рабочей характеристики в области номинального положения подвески значения параметра $\omega_0\tau$, которым соответствуют максимальные значения коэффициента апериодичности, в ~ 2 раза меньше значений параметра $\omega_0\tau$, которым соответствуют максимальные значения коэффициента апериодичности при отрицательной жесткости $C_F + C_{i0} = 0$.

Максимальные значения коэффициента апериодичности при квазинулевой жесткости в ~ 2 раза больше максимальных значений $\xi_{V\max}$ при $C_F + C_{i0} = 0$.

Отношения собственных частот колебаний системы ω_0 / ω_{0P} при квазинулевой жесткости и при $C_F + C_{i0} = 0$ отличаются незначительно. При этом следует принять во внимание, что собственная частота колебаний системы при равновесном термодинамическом процессе и квазинулевой жесткости системы в ~ 2 раза меньше ω_{0P} при $C_F + C_{i0} = 0$.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости коэффициента апериодичности и собственной частоты колебаний системы от параметра $\omega_0\tau$ при $n = 2{,}0$, $\kappa = 1{,}4$ и $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_P}{M}} = 1{,}0$ Гц для $\left|C_F + C_{i0}\right| = \frac{C_P}{\kappa}$ (кривая 1) и $\left|C_F + C_{i0}\right| = 0$ (кривая 2).

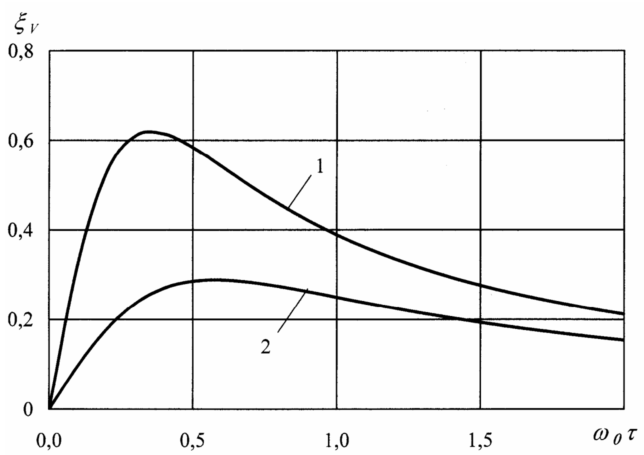

Рис. 1

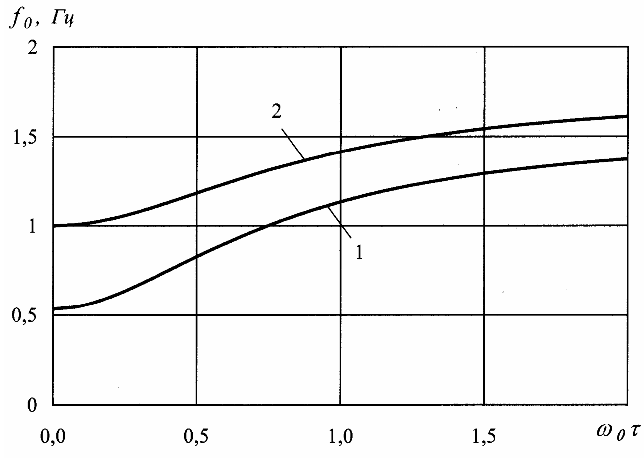

Рис. 2

Из рис. 2 следует, что с увеличением параметра $\omega_0\tau$ от 0,25 до 2,0 собственная частота колебаний виброзащитной системы при $\left|C_F + C_{i0}\right| = \dfrac{C_P}{\kappa}$ увеличивается с 0,6 Гц до 1,4 Гц, а при $\left|C_F + C_{i0}\right| = 0$ собственная частота колебаний системы увеличивается с 1,05 Гц до 1,6 Гц.

Как следует из рис.1, значения коэффициента апериодичности при $\left|C_F + C_{i0}\right| = \dfrac{C_P}{\kappa}$ существенно превышают значения ξ_V при $\left|C_F + C_{i0}\right| = 0$.

Отрицательная жесткость $C_F + C_{i0}$ обеспечивает существенное увеличение коэффициента апериодичности ξ_V и уменьшение собственной частоты колебаний виброзащитной системы. Представленные зависимости $\xi(\omega_0\tau)$ и $f_0(\omega_0\tau)$ позволяют путем выбора диаметра жиклера между объемами V_1 и V_2, а следовательно, времени релаксации τ, обеспечить требуемое демпфирование колебаний и собственную частоту колебаний виброзащитной системы.

В работе [5] предложено учитывать влияние силы трения не только на коэффициент апериодичности, но и на жесткость системы.

На рис. 3 представлена рабочая характеристика подвески. Стрелки указывают обход петли гистерезиса при нагружении от точки А и разгрузке подвески.

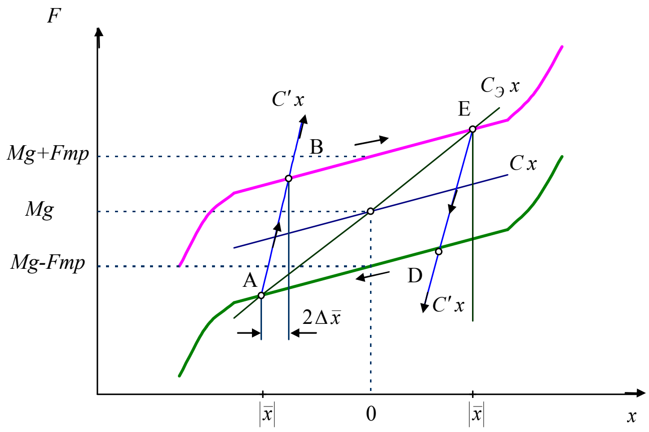

Рис. 3

В указанной работе предложено определять условную эквивалентную жесткость подвески при колебаниях $C < C_э < C'$, которая в первом приближении определяется наклоном отрезка АЕ

$$C_э = C + \frac{F_{тр}}{|\overline{x}|}. \qquad (59)$$

Из (59) следует, что эквивалентная жесткость подвески увеличивается с увеличением силы трения и уменьшением амплитуды колебаний относительного перемещения. При $|\overline{x}| \to 0$ эквивалентная жесткость стремится к бесконечности.

В это же время $C_э < C'$, и для выполнения этого условия следует формулу (59) представить в следующем виде

$$C_э = C + \frac{F_{тр}}{|\overline{x}| + \Delta\overline{x}}. \tag{60}$$

Путем выбора перемещения $\Delta\overline{x}$ ограничиваем увеличение эквивалентной жесткости $C_э < C'$ при $|\overline{x}| \to 0$.

Жесткость подвески, обусловленная силой трения, равна

$$C_{тр} = \frac{F_{тр}}{|\overline{x}| + \Delta\overline{x}}. \tag{61}$$

Величина перемещения $\Delta\overline{x}$ связана с коэффициентом полноты рабочей диаграммы.

Работа сил трения равна [5]:

$$A_{F_{тр}} = \eta\pi F_{тр}|\overline{x}|. \tag{62}$$

Работу сил трения для рабочей характеристики, представленной на рис. 3, можно определить по формуле

$$A_{F_{тр}} = 4F_{тр}\left(|\overline{x}| - \Delta\overline{x}\right). \tag{63}$$

Из условия равенства работ сил трения, представленных формулами (62) и (63), определим зависимость перемещения $\Delta\overline{x}$ от коэффициента полноты рабочей диаграммы.

$$\frac{\Delta\overline{x}}{|\overline{x}|_P} = 1 - \frac{\eta}{1,27}. \tag{64}$$

Амплитуда колебаний относительного перемещения $|\overline{x}|_P$ соответствует разблокированной подвеске сиденья водителя, и при возмущающем воздействии C, равном 10 мм, коэффициенте $\eta = 1$ и $|\overline{x}|_P = C$ получим

$$\Delta\overline{x} = 2,1 \text{ мм},$$

а при $\eta = 1,2$

$$\Delta\overline{x} = 0,55 \text{ мм}.$$

Коэффициент полноты рабочей диаграммы η находится в пределах $0,7 < \eta \le 1,2$.

Значения $\Delta\overline{x}$ в диапазоне 0,6 ÷ 2,0 мм можно использовать для определения динамических характеристик пневматической подвески сиденья водителя транспортного средства.

Формулы (15) и (16) с учетом предложенного способа учета влияния силы трения на жесткость системы виброзащиты кресла водителя транспортного средства принимают вид:

$$\omega_0^2 = \frac{C_P}{M}\left[\frac{1+\omega^2\tau^2(1+n)}{1+\omega^2\tau^2} + \frac{C_F + C_{i0} + C_{тр}}{C_P}\right], \tag{65}$$

$$\xi_0 = \frac{\omega_0 \tau \cdot n}{2\left[1 + \frac{C_F + C_{i0} + C_{тр}}{C_P} + \omega^2\tau^2\left(1 + n + \frac{C_F + C_{i0} + C_{тр}}{C_P}\right)\right]} +$$

$$+ \frac{\eta F_{тр}}{2M\omega_0\omega\left(|\overline{x}| + \Delta\overline{x}\right)}. \tag{66}$$

Формулы (65) и (66) и полученные решения (17), (18) позволяют определять амплитудно-фазочастотные характеристики виброзащитной системы с учетом силы трения в элементах конструкции подвески сиденья водителя транспортного средства.

1. *Пилипенко М. В.* Разработка математической модели пневматической виброзащитной системы сидения водителя транспортного средства / *М. В. Пилипенко* // Техническая механика. – 2009. – № 1. – С. 56 – 70.
2. *Патент на изобретение* 64036 UA Украина, МПК B60N2/50. Подвеска сидения водителя транспортного средства / *Пилипенко В. В., Пилипенко О. В.*; заявитель и патентовладелец Институт технической механики НАНУ и НКАУ. – № 2002076132; заявл. 23.07.2002; опубл. 16.02.2004, Бюл. № 2. – 8 с.
3. *Патент на изобретение* 74313 UA Украина, МПК B60N2/50. Подвеска сидения водителя транспортного средства / *Пилипенко В. В., Пилипенко О. В., Пилипенко М. В.* ; заявитель и патентовладелец ООО Научно-производственное предприятие "Виброзащита". – № а 20050442 ; заявл. 12.04.2005; опубл. 15.11.2005, Бюл. *№ 11. – 3 с.*
4. *Патент* на изобретение 76685 UA Украина, МПК B60N2/50. Подвеска сидения водителя транспортного средства / *Пилипенко В. В., Пилипенко О. В., Пилипенко М. В.* ; заявитель и патентовладелец ООО Научно-производственное предприятие "Виброзащита". – № а 2006000240; заявл. 10.01.2006; опубл. 15.08.2006, Бюл. № 8. – 4 с.
5. *Дербаремдикер А. Д.* Амортизаторы транспортных машин / *А. Д. Дербаремдикер*. – М. : Машиностроение, 1985. – 200 с.

Ин-т техн. механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 23.03.09,
в окончательном варианте 23.04.09