

УДК 534.232

ДАВЛЕНИЕ В ЗВУКООБРАЗУЮЩЕМ ЭЛЕМЕНТЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ В ТЕЧЕНИЕ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ

А. А. НАЗАРЕНКО

Одесский национальный политехнический университет

Получено 15.04.2004 ◊ Пересмотрено 11.11.2004

Исследован прямоточный гидродинамический источник акустических колебаний со звукообразующим элементом кавитационной природы. Исходя из скорости изменения давления в кавитационной области, с учетом отдельных фаз ее формирования и развития найдено давление в ней как функция времени на протяжении периода колебаний. Эта функция исследована на экстремум. Определено избыточное давление, при котором происходит взрывообразный выброс содержимого кавитационной области. Расчетная зависимость давления от времени сопоставлена с реальными осциллограммами акустического сигнала, генерируемого излучающей системой.

Досліджено прямотечіє гідродинамічне джерело акустичних коливань зі звукоутворюючим елементом кавітаційної природи. Виходячи зі швидкості зміни тиску в кавітаційній області, з урахуванням окремих фаз її формування і розвитку знайдено тиск у ній як функцію часу протягом періоду коливань. Цю функцію досліджено на екстремум. Визначено надлишковий тиск, при якому відбувається вибухоподібний викид вмісту кавітаційної області. Розраховану залежність тиску від часу співставлено з реальними осциллограмами акустичного сигналу, який генерується випромінюючою системою.

A direct-flow hydrodynamic source of acoustic vibrations with a sound generating element of cavitation nature is studied. Originating from pressure variation rate in the cavitation area with accounting for its particular phases of forming and developing, the pressure during the whole vibration period is found as a time-dependent function. The derived function is tested for extremum. The overpressure value is found, at which the explosive exhaust of the cavitation area content occurs. Calculated pressure vs. time dependence is compared with actual oscillograms of acoustic signal generated by the radiating system.

ВВЕДЕНИЕ

Применение гидродинамических источников акустических колебаний во многих практических случаях оказывается предпочтительным по сравнению с использованием других излучателей. Следует отметить, что генерирование колебаний в гидродинамических излучателях обусловлено протеканием в них сложных гидродинамических и акустических процессов. В связи с этим моделирование указанных процессов представляет значительный научный и прикладной интерес.

Известны несколько теорий струйного звукообразования – акустическая, гидродинамическая и др. [1–3]. В исследуемой нами гидродинамической излучающей системе звукообразование происходит благодаря образованию кавитационной области, локализованной затопленной струей жидкости. Периодическое схлопывание этой области и является источником распространения в окружающей жидкости акустических колебаний. Истекающая из кругового щелевого сопла полая цилиндрическая струя натекает на плоскую преграду [4]. Внутри цилиндрического объема между соплом и преградой попадает часть увлекаемой натекающей

струей жидкости, которая, двигаясь вихреобразно по тороидальной поверхности, вызывает кавитацию. Эта накачка продолжается до тех пор, пока избыточное (по сравнению с окружающим) давление внутри кавитационной области не приведет к резкому выбросу ее содержимого. Описанный процесс повторяется с периодичностью, определяющей частоту основного тона сложного спектра генерируемых колебаний.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Из сказанного выше следует определяющая в процессе звукообразования роль давления p_1 внутри кавитационной области. Разработанная модель гидродинамической излучающей системы [5] позволяет определить изменение давления в течение периода колебаний и то избыточное давление, при котором происходит нарушение сплошности струи, ограничивающей кавитационную область, и выброс ее содержимого в окружающую жидкость. В рамках этой модели было получено, что

$$\frac{dp_1}{dt} = -p_1^0 \omega e^{-i\omega t} - D, \quad (1)$$

где p_1^0 и D – постоянные, связанные с геометрическими и гидродинамическими параметрами излучающей системы; ω – циклическая частота выбросов.

Из уравнения (1) следует, что скорость изменения давления внутри полости гармонически изменяется (первое слагаемое) относительно некоторой постоянной величины (второе слагаемое). В связи с этим удобно представить давление $p_1(t)$ в виде

$$p_1(t) = p_1'(t) + p_1''(t), \tag{2}$$

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{dp_1'}{dt} + \frac{dp_1''}{dt},$$

где

$$\frac{dp_1'}{dt} = -p_1^0 \omega e^{-i\omega t}, \tag{3}$$

$$\frac{dp_1''}{dt} = -D. \tag{4}$$

Для сравнения расчетной зависимости с экспериментальной удобно перейти от комплексной экспоненциальной зависимости в формулах (1) и (3) к действительной гармонической функции. Выбор вида последней сделан с учетом предусмотренных моделью трех фаз, на которые подразделяется период колебаний. Это разделение проводилось из следующих соображений.

Если положить началом цикла момент времени, непосредственно следующий за окончанием взрывообразного выброса содержимого полости в конце предыдущего цикла, то в начале периода давление p_1' в области между торцом сопла и преградой оказывается меньше давления P_0 в окружающей жидкости (рис. 1). Струя, продолжая истекать из сопла и, достигая преграды, отсекает от окружающей жидкости полость, давление в которой становится равным P_0 . В приближении гармонических колебаний этот промежуток времени соответствует первой четверти периода ($0 \leq t < T/4$) и составляет условно первую фазу – формирование локализованной области. Накачка в нее жидкости, превышающая одновременный отток жидкости в ограничивающую полость струю за счет эффекта Бернулли, приводит к повышению давления. Это продолжается до тех пор, пока внутреннее давление p_1 не превысит наружное P_0 на величину, достаточную для нарушения сплошности струи, локализующей полость, приводя к ее разрыву и выбросу содержимого наружу. В приближении гармонических колебаний этот промежуток времени составляет вторую четверть периода ($T/4 \leq t \leq T/2$) и выделяется условно во вторую фазу – накачку жидкости в полость. Нако-

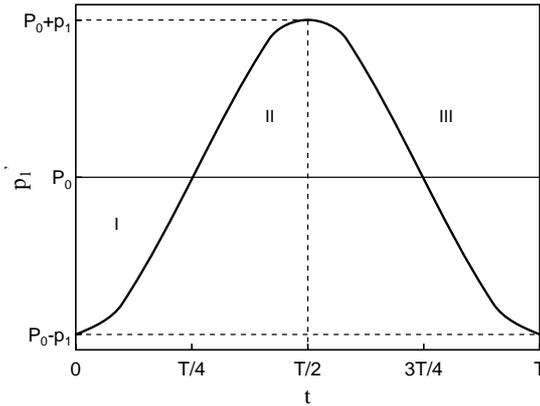


Рис. 1. Фазы гармонической составляющей давления внутри области

пец, взрыв полости, сопровождающийся изменением давления в области ее локализации от максимального его значения до минимального, в приближении гармонических колебаний соответствует второй половине периода ($T/2 < t \leq T$) и условно составляет третью фазу колебаний.

С учетом сказанного, в формуле (3) гармонический комплексный экспоненциальный множитель $e^{-i\omega t}$ заменим действительным: $\sin \omega t$. При этом дифференциальное уравнение (3) запишется в виде

$$\frac{dp_1'}{dt} = p_1^0 \omega \sin \omega t$$

или

$$dp_1' = p_1^0 \omega \sin \omega t dt.$$

Начальное условие для этого уравнения, в соответствии с выбранным началом периода (см. рис. 1), приобретает вид

$$p_1(0) = P_0 - p_1^0,$$

а его решение при данном начальном условии определяется следующим образом:

$$p_1'(t) = P_0 - p_1^0 \cos \omega t. \tag{5}$$

Этот тип гармонической зависимости соответствует предложенному выше делению цикла колебаний на фазы. Ясно, что в приближении гармонических колебаний параметр p_1^0 имеет смысл амплитуды.

Уравнение (4) описывает скорость уменьшения давления внутри полости, происходящего за счет оттока жидкости из нее в струю из-за эффекта Бернулли. Этот отток осуществляется только в течение второй фазы, т. е. при $T/4 \leq t \leq T/2$. Из этих

соображений уравнение (4) перепишем в виде

$$\frac{dp_1''}{dt} = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \frac{T}{4}, \\ -D, & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ 0, & \frac{T}{2} < t \leq T, \end{cases}$$

соответствующем принятой модели и выделенным фазам.

Для каждой из фаз выберем начальное условие с учетом протекающих процессов. Так, в начале цикла значение давления p_1'' , относительно которого происходит колебание, будет нулевым, а в начале второй и третьей фаз оно равно тем значениям, которые достигаются в конце предыдущей фазы.

На протяжении первой фазы давление p_1'' – решение дифференциального уравнения с нулевым начальным условием:

$$\frac{dp_1''}{dt} = 0, \quad p_1''(0) = 0.$$

Оно определяется нулевой функцией

$$p_1''(t) = 0,$$

значение которой в конце первой фазы составляет также

$$p_1''\left(\frac{T}{4}\right) = 0.$$

Аналогично, для второй фазы уравнение с начальным условием имеет вид

$$\frac{dp_1''}{dt} = -D, \quad p_1''\left(\frac{T}{4}\right).$$

Его решение будет

$$p_1''(t) = -D\left(t - \frac{T}{4}\right),$$

а значение давления в конце второй фазы –

$$p_1''\left(\frac{T}{2}\right) = -D\frac{T}{4}.$$

Наконец, на протяжении третьей фазы

$$\frac{dp_1''}{dt} = 0, \quad p_1''\left(\frac{T}{2}\right) - D\frac{T}{4},$$

что дает

$$p_1''(t) = -D\frac{T}{4}.$$

Таким образом, второе слагаемое функции (2) может быть записано в виде

$$p_1'' = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4}, \\ -D\left(t - \frac{T}{4}\right), & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ -D\frac{T}{4}, & \frac{T}{2} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (6)$$

Давление внутри локализованной области, на основании формул (2), (5) и (6) определяется функцией

$$p_1(t) = P_0 - p_1^0 \cos \omega t + \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4}, \\ -D\left(t - \frac{T}{4}\right), & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ -D\frac{T}{4}, & \frac{T}{2} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (7)$$

На рис. 2 изображены функции $p_1'(t)$ (кривая 1), $p_1''(t)$ (кривая 2) и $p_1(t)$ (кривая 3) в пределах одного периода, рассчитанные по формулам (5)–(7) для реального излучателя. Его геометрические параметры составляли: среднее значение радиуса целевого сопла 13.5 мм, ширина щели 0.7 мм, расстояние между торцами сопла и преграды 12 мм. Исследовался следующий режим работы: средняя скорость истечения жидкости из сопла $v_0 = 33$ м/с, давление в окружающей жидкости $P_0 = 110$ кПа. Частота основного тона генерируемых колебаний, рассчитанная с помощью модели, равна 356 Гц, что весьма близко к полученному экспериментальному значению 360 Гц. Видно, что, благодаря бернуллиевому подосу, давление $p_1(t)$ достигает максимума до достижения половины периода, т. е. несколько раньше, чем гармоническое слагаемое $p_1'(t)$ (накачка жидкости в полость кончается раньше, чем предполагалось при условном разделении процесса на отдельные фазы).

Из графика видно также, что максимальное значение p_1 превышает давление $P_0 = 110$ кПа, т. е. целостность локализованной области сохраняется при некотором избыточном внутреннем (по сравнению с внешним) давлении:

$$\Delta p_1(t) = p_1(t) - P_0.$$

Полученная зависимость $p_1(t)$, определяемая формулой (7), позволяет оценить максимальное зна-

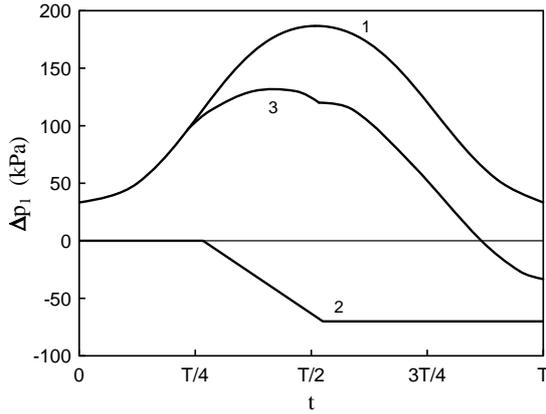


Рис. 2. Временная зависимость давления в кавитационной области в пределах одного периода

чение этого избыточного давления, при котором происходит нарушение сплошности кольцевой струи, т. е. оценить ее “прочность”. Для этого функция $\Delta p_1(t)$ во второй четверти периода, на протяжении которой этот максимум наблюдается,

$$\Delta p_1(t) = -p_1^0 \cos \omega t - D \left(t - \frac{T}{4} \right), \quad \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2},$$

исследовалась на экстремум. В результате получено, что максимальное значение $\Delta p_1(t)$ достигается в момент времени

$$\tau = \frac{1}{\omega} \left(\pi - \arcsin \frac{D}{p_1^0 \omega} \right)$$

(здесь под \arcsin понимается его значение в первом квадранте) и составляет

$$\Delta p_{1 \max} = \Delta p_1(\tau) = p_1^0 \cos \left(\arcsin \frac{D}{p_1^0 \omega} \right) - D \frac{2\pi}{\omega} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{D}{p_1^0 \omega} \right). \quad (8)$$

На рис. 3 показана зависимость $\Delta p_{1 \max}$ от средней скорости v_0 истечения жидкости из сопла, рассчитанная по формуле (8). Величина $\Delta p_{1 \max}$ является функцией v_0 , поскольку от этой скорости зависят входящие в нее параметры p_1^0 , D и круговая частота ω . Величина $\Delta p_{1 \max}$ растет с увеличением v_0 по закону, близкому к линейному. Это свидетельствует о росте “упругости” и “прочности” струи с увеличением скорости жидкости в ней. Этот результат представляется вполне физическим и свидетельствует в пользу проведенного выше анализа и положенных в его основу предположений.

А. А. Назаренко

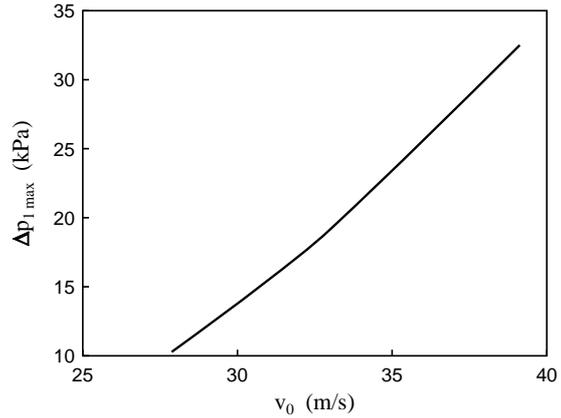


Рис. 3. Зависимость максимального избыточного давления в кавитационной области от скорости истечения жидкости из сопла

2. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ

Расчетные результаты сравнивались с осциллограммой акустического сигнала, генерируемого гидродинамической излучающей системой. Сигнал воспринимался датчиком звукового давления и анализировался с помощью осциллографа.

На рис. 4 изображена одна из полученных осциллограмм. Она полагалась экспериментально определенной временной зависимостью давления, возбуждаемого в жидкости в месте расположения датчика. Корреляция этой зависимости с функцией $p_1(t)$, показанной на рис. 2, очевидна. Поскольку осциллограмма представляет экспериментальную зависимость давления в относительных единицах, на нее была нанесена теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (7) (она изображена сплошной линией). При этом ординаты экспериментальных и теоретических кривых в начале цикла совмещены. Разность между расчетным значением давления в начале периода и его максимальным значением совпадает с разностью между начальным значением давления на осциллограмме и положением середины ее толщины в области наибольших значений давления, а в качестве периода колебаний выбран промежуток времени между началами двух последовательных циклов.

При сравнении следует учитывать, что теоретическая кривая получена для частоты основного тона сложного спектра генерируемых колебаний, а в сигнале, анализируемом осциллографом, присутствуют также и высшие гармоники. Несмотря на это, совпадение может считаться удовлетворительным. То, что положение максимума расчетной

55

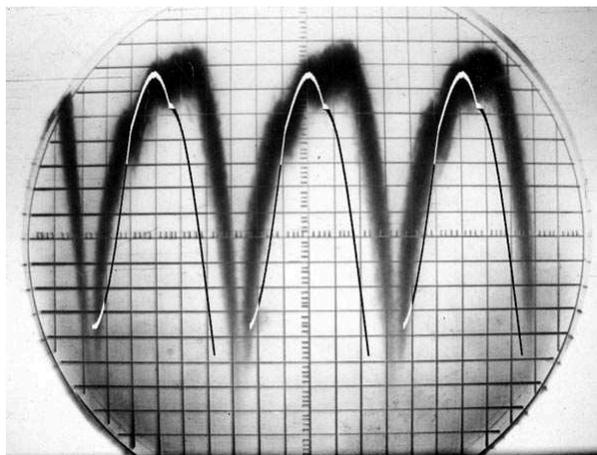


Рис. 4. Сравнение расчетного давления $p_1(t)$ в кавитационной области (сплошная) с осциллограммой генерируемого сигнала

кривой на оси времени попадает в область наибольших значений давлений осциллограммы, свидетельствует в пользу проведенного анализа давления внутри кавитационной области.

ВЫВОДЫ

Из сказанного можно сделать вывод об определяющей роли давления внутри звукообразующего элемента при звукообразовании гидродинамической излучающей системой. Разработанная модель этой излучающей системы [1, 2] позволяет определять:

- 1) изменение внутреннего давления со временем на протяжении периода колебаний (сравнение расчетной и экспериментальной зависимостей свидетельствует об их удовлетворительном совпадении);
- 2) избыточное давление, при котором происходит нарушение сплошности струи, ограничивающей полость, и выброс ее содержимого в окружающую среду (рост этой величины с увеличением скорости истечения жидкости из сопла, свидетельствующий об увеличении при этом “упругости” и “прочности” струи, согласуется с гидродинамическими представлениями).

1. Powell A. On flow fields driving a contiguous acoustic field // J. Acoust. Soc. Amer.– 1964.– **36**, N 5.– P. 830–832.
2. Richardson E. G. Flow noise // Technical aspects of sound: vol. 3.– Amsterdam–New York: Elsevier.– 1962.– P. 123–177.
3. Константинов Б. П. Гидродинамическое звукообразование и распространение звука в ограниченной среде.– Л.: Наука, 1974.– 144 с.
4. Назаренко А. Ф., Назаренко А. А., Слиозберг Т. М. Спектральные характеристики акустического сигнала, генерируемого звукообразующим элементом кавитационной природы: том 2 // Труды X сессии Рос. акуст. общества.– М.: ГЕОС, 2000.– С. 119–123.
5. Назаренко А. А. Анализ акустического сигнала, генерируемого осесимметричной локализованной областью кавитационной природы // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, N 4.– С. 45–53.