УДК 519.816; 519.233

К. Р. Айда-заде, д-р физ.-мат. наук,
Азербайджанская государственная нефтяная академия
(Азербайджан, Баку-ГСП, пр-т Азадлыг, 20,
тел.: (99412) 4986592, E-mail: kamil_aydazade@rambler.ru,
М. Н. Хорошко, канд. тех. наук
Ин-т кибернетики НАН Азербайджана
(Азербайджан, AZ1141, Баку, ул.Ф.Агаева 9,
тел.: (99412) 4399231, E-mail: Khoroshko@yahoo.com)

Подход к математическому моделированию и управлению технологическими процессами *

(Статью представил д-р техн. наук А. Ф. Верлань)

Эффективное управление технологическими процессами и техническими объектами зависит от качества математических моделей, описывающих эти процессы. Предложен подход, состоящий в последовательном улучшении математической модели в окрестности оптимальных режимов процесса, при этом процессы параметрической идентификации математической модели и оптимизации управляющих параметров совмещены.

Ефективне керування технологічними процесами та технічними об'єктами залежить від якості математичних моделей, які описують ці процеси. Запропоновано підхід, що полягає у послідовному покращенню математичної моделі навколо оптимальних режимів процесу, при цьому процеси параметричної ідентифікації моделі та оптимізації керувальних параметрів сумісні.

К л ю ч е в ы е с л о в а: математическая модель, параметрическая идентификация, оптимизация, информационная модель, весовые функции.

Для исследования технологических процессов и управления ими широко используется аппарат статистического моделирования, хорошо зарекомендовавший себя при условии, что дрейф математических моделей достаточно мал. В случае сложных, по существу нелинейных, процессов приходится решать проблему подбора адекватной математической модели. Поскольку модель, достаточно адекватная в среднем для всей области допустимых параметров процесса, не всегда бывает достаточно «удовлетворительной» для какой-либо выбранной локальной области, предла-

* Работа выполнена при поддержке INTAS (проект № 06-1000017—8909) в рамках программы сотрудничества INTAS с южно-кавказскими республиками, 2006

гается использовать параметрическую идентификацию математической модели процесса с последовательным ее уточнением, которое проводится при оптимизации режимов процесса.

Два предложенных варианта процедуры принятия решения представляют собой итерационные процессы, совмещающие оптимизацию управляющих параметров с переопределением коэффициентов математической модели. Первый вариант состоит в том, что на каждой итерации оптимизации управляющих параметров и идентификации модели используется операция полного отсечения нелокальной наблюдаемой информации. Второй вариант позволяет использовать все множество статистических данных, но каждое наблюдение получает вес, зависящий от удаленности этого наблюдения от найденной текущей точки оптимума, полученного для модели, построенной на предыдущем шаге.

Постановка задачи. В целом процесс принятия решения в автоматизированных системах управления технологическими процессами, как правило, имеет три стадии.

Первая стадия — задача структурной идентификации, математически плохо формализуемая: выбор класса, вида зависимостей, функций, участвующих в математической модели.

Вторая стадия — параметрическая идентификация: определение значений параметров выбранной на первой стадии математической модели.

Третья стадия — оптимизация режимов технологического процесса с целью повышения его эффективности.

Будем исследовать вторую и третью стадии процесса принятия решения, а именно, подход к их совмещению. Попытаемся экспериментально обосновать подход к одноэтапному решению задачи, в котором процессы параметрической идентификации и оптимизации совмещены.

Пусть управляемый статический (стационарный объект) характеризуется следующими параметрами: $x \in X \subset E^r$ — вектор входных параметров, значения которого, в общем случае, определяются независимо от состояния самого объекта; X — заданное множество возможных значений входных параметров объекта; $u \in U \subset E^n$ — вектор управляющих (оптимизируемых) параметров (режимов), где U — множество допустимых значений управлений, имеющее, как правило, простую структуру; $p \in E^L$ — вектор параметров объекта, значения которого определяются лишь свойствами самого объекта; $y \in E^{m+1}$ — вектор выходных параметров, зависящих от приведенных выше.

Зависимости

$$y_i = y_i(u; x, p_i), \;\; p \in E^{l_i}, \;\; i = 0, \dots, m, \;\; L = \sum_{i=0}^{m} l_i, \tag{1}$$

где $y_i(.,.,.)$, $i=0,...,m$, — заданные $(n+r+l_i)$-мерные функции из выбранного на первом этапе класса функций, описывающие связь между выходными (y), входными (x) и управляющими (u) параметрами объекта p, определяют математическую модель объекта [1].

Будем предполагать, что виды зависимости (класс функций) (1) для вектор-функции $y(u;x,p)\in E^{m+1}$, определяющей математическую модель объекта и соответствующую задачу принятия решения, заданы. На практике виды этих зависимостей могут определяться какими-либо соответствующими физическими законами функционирования или статистическими методами регрессионного анализа на основании имеющихся результатов наблюдений за входными, управляющими и выходными параметрами в процессе функционирования объекта.

Под задачей принятия решения при управлении объектом (оптимизации режимов) будем понимать, например, оптимизацию какого-либо одного выходного параметра при конкретно заданном значении вектора входных параметров $\bar{x}\in X$ и ограниченных значениях оставшихся выходных параметров при условии, что параметры объекта уже определены [2]:

$$y_0(u;\bar{x},p_0)\to\min_{u\in\upsilon}, \tag{2}$$

$$y_i(u;\bar{x},p_i)\le c_i,\ \ i=1,...,m, \tag{3}$$

$$u_j^{\min}\le u_j\le u_j^{\max},\ \ j=1,...,n, \tag{4}$$

где c_i, $u_j^{\min}$, $u_j^{\max}$, $i=1,...,m$, $j=1,...,n$ — заданные значения, определяемые технико-экономическими, технологическими и плановыми показателями; $\bar{x}\in X$ — заданное допустимое значение вектора входных параметров; $p=(p_0,...,p_m)$ — заранее определенный вектор параметров объекта.

Замечание. Возможны постановки задач принятия решения, в которых выходных функций, требующих минимизации (максимизации), несколько [3]:

$$(y_0(u;\bar{x},p_0),y_1(u;\bar{x},p_1),...,y_s(u;\bar{x},p_s))\to\min_{u\in U},$$
$$y_i(u;\bar{x},p_i)\le c_i,\ \ i=s+1,...,m,$$

Такие задачи называют многокритериальными, и их рассмотрение с точки зрения предлагаемого подхода не требует существенных изменений.

Обозначим

$$(\widetilde{U},\widetilde{X},\widetilde{Y},\widetilde{\Gamma})=\{(\widetilde{u}^i,\widetilde{x}^i,\widetilde{y}^i,\widetilde{\gamma}^i):u^i\in E^n,\ x^i\in E^r,\ y^i\in E^{m+1},$$
$$0\le\widetilde{\gamma}^i\le 1,\ \ i=1,...,N\} \tag{5}$$

множество значений управляющих, входных и выходных параметров, полученных при наблюдении за процессом функционирования, $\widetilde{\gamma}^i$, $i=1,...,N$ —

весовые параметры, определяемые степенью достоверности измеренных значений параметров i-го наблюдения, N — число проведенных независимых наблюдений за состоянием объекта при различных входных, управляющих параметрах.

Как известно, классический метод задачи принятия решения по управлению объектом заключается в построении вначале математической модели объекта, т. е. определении параметров p, и формировании постановки задачи (2) — (4) с использованием наблюдений (5). Далее каждый раз для текущего (заданного) вектора значений входных параметров $\bar{x} \in X$ с целью принятия решения по управлению объектом решается задача оптимизации (2) — (4) и определяется соответствующее текущему значению входного параметра $\bar{x}$ допустимое оптимальное управление u^*.

Введем понятие информационной модели объекта, включающей следующее:

а) множество результатов наблюдений $(\widetilde{U}, \widetilde{X}, \widetilde{Y}, \widetilde{\Gamma})$;

б) вид зависимостей (класс функций) $y_i = y_i(u; x, p_i)$, определенных с точностью до параметров p_i, $i = 0, \ldots, m$;

в) допустимые множества значений входных и управляющих параметров X, U, определяемые значениями c_i, $u_j^{\min}$, $u_j^{\max}$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$.

В предлагаемом подходе основа автоматизированной системы принятия решения по управлению объектом все время сохраняется за информационной моделью, а не за математической моделью процесса.

Решение задачи. Рассмотрим два варианта реализации предлагаемого подхода к решению задачи принятия решения, который заключается в том, что математическая модель объекта, определяемая идентификацией параметров p по известной информационной модели, при заданном значении вектора входных параметров $\bar{x} \in X$ строится итерационно совместно с проводимыми итерациями оптимизационного метода решения задачи принятия решения по выбору оптимального значения управляющего вектора $u^* \in U$.

Некоторую k-ю итерацию какого-либо используемого численного оптимизационного метода решения задачи (2), (3) представим в виде

$$u^{k+1} = P_U(u^k + \alpha S^k), \ \alpha > 0, \ k = 0, 1, \ldots, \qquad (6)$$

где $S^k = S^k(y(u^k, \bar{x}, p^k))$ — направление одномерного поиска минимума, определяемого, прежде всего, методом условной оптимизации, а также всеми функциями, участвующими в постановке задачи (2), (3); $P_U(u)$ — оператор проектирования на допустимое множество управлений U, определенное ограничениями (4) [2, 4].

Значения параметров объекта p^k на каждой итерации (6) в обоих вариантах предлагаемого подхода будем определять исходя из информационной модели с учетом текущих значений управляющего вектора u^k и входного вектора $\bar{x}$ с использованием метода регрессионного анализа и критерия среднеквадратичного отклонения [5].

П е р в ы й   в а р и а н т. Введем обозначение $J=\{1,\ldots,M\}$, а через $J(u^k,\bar{x},\delta)$ обозначим подмножество индексов наблюдений, отстоящих от текущего управляющего вектора u^k и заданных значений входных параметров $\bar{x}$ не более чем на расстояние δ, т. е.

$$J(u^k,\bar{x},\delta)=\{j\in J:\left\|\tilde{u}^j-u^k\right\|_{E^n}<\delta,\left\|\tilde{x}^j-\bar{x}\right\|_{E^r}\le\delta\},$$

где $\|\bullet\|_{E^n}$ — евклидова норма в n-мерном пространстве.

Допустим, что вначале $J(u^0,\bar{x},\delta)\equiv J$. Текущие значения параметров модели на каждой итерации (6) получаем, применяя метод наименьших квадратов со следующей целевой функцией:

$$p_i^{k+1}=\arg\min_{p_i}\left\{\sum_{j\in J(u^k,\bar{x},\delta)}\gamma^j[y_i(\tilde{u}^j;\tilde{x}^j,\ p_i)-\tilde{y}_i^j]^2\right\},\ i=0,\ldots,m,\ k=0,1,\ldots \quad (7)$$

Таким образом, параметры p_i функций $y_i=y_i(u;x,p_i)$, $i=0,\ldots,m$, определяются из (7) с использованием лишь наблюдений из подмножества $J(u^k,\bar{x},\delta)$. Если числа наблюдений, входящих в множество $J(u^k,\bar{x},\delta)$, не достаточно для определения параметров функции регрессии (что зависит от числа самих параметров модели), то величину расстояния δ требуется увеличить. Следует заметить, что математическую модель не обязательно менять на каждой итерации метода оптимизации. Достаточно это сделать, например, при выходе u^{k+1} (6) из подобласти δ — окрестности u^k, в которой строилась модель.

В т о р о й   в а р и а н т. Параметры p_i^k функций $y_i=y_i(u;x,p_i)$, $i=0,\ldots,m$, на каждой итерации (6) определяются следующим образом:

$$p_i^{k+1}=\arg\min_{p_i}\left\{\sum_{j=1}^{N}\gamma^j\rho_x^j(\bar{x})\rho_u^j(u^k)[y_i(\tilde{u}^j;\tilde{x}^j,\ p_i)-\tilde{y}_i^j]^2\right\},$$

$$i=0,\ldots,m,\ \ k=0,1,\ldots, \quad (8)$$

где $\rho_x^j(\bar{x})$, $\rho_u^j(u^k)$ — весовые функции, определяемые расстоянием наблюдаемых значений $\tilde{u}^j,\tilde{x}^j$ от текущих значений u^k, $\bar{x}$, причем, чем более удалено значение наблюдения от текущей точки оптимизации, тем меньше значение весовой функции. Участие в (8) функций $\rho_x^j(\bar{x})$ и $\rho_u^j(u^k)$ существенно, так как именно их использование отличает предлагаемый подход от классического.

В качестве весовых функций могут быть выбраны, например, следующие:

$$\rho_x^j(\bar{x}) = \exp(-\beta_1 \|\tilde{x}^j - \bar{x}\|_{E^r}),\ \tilde{x}^j \in \tilde{X},$$

$$\rho_u^j(u^k) = \exp(-\beta_2 \|\tilde{u}^j - u^k\|_{E^n}),\ \tilde{u}^j \in \tilde{U},\ j = 1, ..., N, \tag{9}$$

где β_1, β_2 — заданные положительные константы.

Процедура (6) продолжается до тех пор, пока не будет выполнено с заданной точностью какое-либо условие оптимальности или останова итерационного метода оптимизации. В частности, таким условием может быть одно из следующих эквивалентных условий:

$$\|u^{k+1} - u^k\|_{E^n} \le \varepsilon,$$

$$\left| y_0(u^{k+1}, \bar{x}, p_0^{k+1}) - y_0(u^k, \bar{x}, p_0^k) \right| \le \varepsilon,\ \|S^k\|_{E^n} \le \varepsilon,$$

$$\alpha_k = \arg\min_{\alpha} y_0(P_U(u^k + \alpha S^k), \bar{x}, p_0^k) \le \varepsilon.$$

Таким образом, во втором варианте решения задачи оптимизации режимов технологического процесса на каждом шаге итерационной процедуры поиска оптимального значения управления и построения математической модели используется все множество статистических данных о технологическом процессе, а не данные из подобластей, которые составляют окрестность текущих точек процесса оптимизации. Такой вариант избавляет от решения проблем, связанных с формированием подобластей для локальной аппроксимации технологического процесса, а именно выбором такой величины δ, чтобы число наблюдений было достаточным для параметрической идентификации.

Замечание. Вместо критерия среднеквадратичного отклонения (8) можно использовать какой-либо другой, в частности критерий максимального правдоподобия [5]:

$$p_i^{k+1} = \arg\min_{p_i} \max_{1 \le j \le N} \gamma^j \rho_x^j(\bar{x}) \rho_u^j(u^k) \left| y_i(\tilde{u}^j; \tilde{x}^j, p_i) - \tilde{y}_i^j \right|,\ i = 0, ..., m,\ k = 0, 1, ...$$

Выбор критерия параметрической идентификации зависит от объекта управления, качества проводимых наблюдений и цели управления.

Численные результаты. Рассмотрим результаты решения тестовых задач с использованием первого варианта предлагаемого подхода. В табл. 1 приведены результаты наблюдения за процессом с двумя управляющими воздействиями и одним выходом, значение которого нужно минимизировать. Фактически в этой таблице приведены значения нелинейной (неквадратичной) функции $f = 5(u_1^2 - u_2)^2 + (u_1 - 1)^2$, имеющей минимум в точке

$u^* = (1;1)$ и $f(u^*) = 0$, в равномерно распределенных случайных точках в области $\Pi = \{u :\in E^2 -1{,}5 \le u_1 \le 1{,}5; u :-1{,}5 \le u_2 \le 1{,}5;\}$ (использована программа RANDU).

Пусть в задаче принятия решения по минимизации значения выходного параметра используется математическая модель в виде квадратичной функции:

$$y = p_0 + p_1 u_1 + p_2 u_2 + p_3 u_1^2 + p_4 u_2^2 + p_5 u_1 u_2 \to \min_u .$$

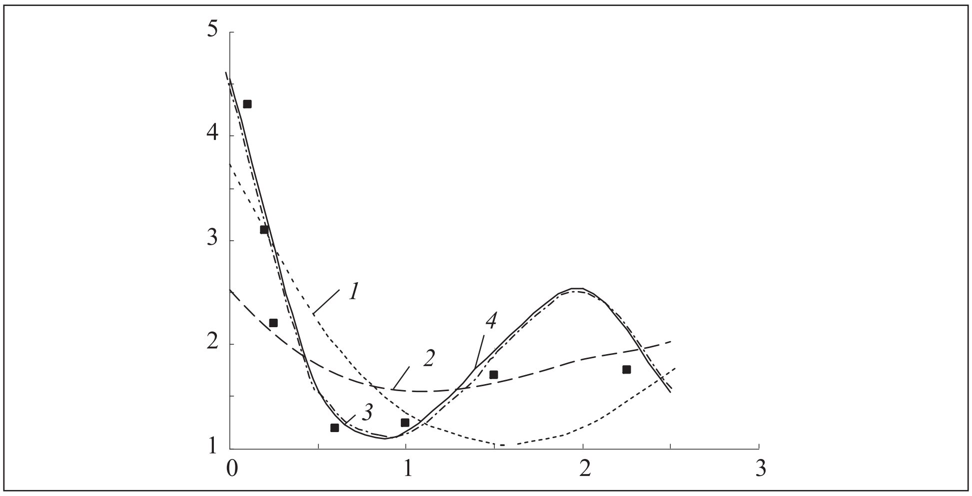
Построенная методом наименьших квадратов по всем наблюдениям квадратичная модель имеет вид

$$F(u) = -6{,}137 u_1 - 7{,}92 u_2 + 9{,}456 u_1^2 + 4{,}519 u_2^2 + 2{,}398 u_1 u_2 - 0{,}885 . \quad (10)$$

Оптимальное (минимальное) значение этой функции, равное 4,802, как легко проверить, достигается в точке (0,222; 0,816).

Таблица 1

Номер наблюдения	$\tilde{u}_1^j$	$\tilde{u}_2^j$	$\tilde{y}^j$	$\tilde{\gamma}^j$	Номер наблюдения	$\tilde{u}_1^j$	$\tilde{u}_2^j$	$\tilde{y}^j$	$\tilde{\gamma}^j$
1	0,057	–1,172	7,790	1	21	0,348	0,444	0,945	1
2	1,459	1,299	3,658	1	22	–0,471	–0,820	7,592	1
3	0,660	1,272	3,613	1	23	–0,684	0,278	3,017	1
4	–1,308	–1,290	50,560	1	24	–1,175	–0,553	23,422	1
5	1,003	–0,323	8,825	1	25	1,260	0,534	5,622	1
6	1,037	0,130	4,476	1	26	0,862	0,369	0,719	1
7	0,445	1,496	8,740	1	27	0,455	–0,590	3,477	1
8	–1,024	1,389	4,676	1	28	1,361	1,482	0,822	1
9	–0,451	–0,203	2,930	1	29	–0,362	–0,509	3,905	1
10	–0,166	0,837	4,632	1	30	0,203	–0,199	0,925	1
11	0,510	–1,469	15,186	1	31	–0,023	–1,341	10,044	1
12	–1,403	–1,198	55,897	1	32	1,157	1,013	0,557	1
13	–0,562	1,411	8,434	1	33	–1,338	0,856	9,826	1
14	–1,479	–0,568	44,094	1	34	–0,826	–0,660	12,349	1
15	0,098	–1,498	26,555	1	35	0,481	–0,180	1,115	1
16	0,931	1,072	0,216	1	36	0,594	–0,814	6,979	1
17	1,054	–0,325	10,307	1	37	–1,233	–0,071	17,661	1
18	0,566	0,318	0,188	1	38	–1,323	–1,303	52,042	1
19	–0,183	–0,965	6,385	1	39	1,089	0,267	4,242	1
20	–1,139	–1,150	34,535	1	40	0,795	–0,631	8,016	1



Графики, представляющие процесс поиска оптимального решения: ■— исходные данные; *1* — первоначальная модель; *2* — первая итерация; *3* — вторая итерация; *4* — шестая итерация

При использовании первого варианта предлагаемого подхода из начальной точки (–1,2; 1) методом градиентного спуска при диаметре окрестности, равном 0,5, за семь итераций метода сопряженного градиента с пересчетом параметров модели получена точка $u^* = (0{,}708;\, 0{,}557)$ со значением $F(u^*) =$ $= 0{,}1013$. Полученная в окрестности этой точки математическая модель имеет вид

$$F^{(7)}(u) = -11{,}12u_1 + 4{,}65u_2 + 13{,}476u_1^2 + 4{,}88u_2^2 - 14{,}226u_1u_2 + 2{,}699\,. \quad (11)$$

При сравнении «глобальной» (10) и «локальной» (11) моделей видно существенное различие их параметров, откуда следует и различие в полученных оптимальных значениях управляющих воздействий.

Результаты применения второго варианта предлагаемого подхода для решения приведенной тестовой задачи при различных значениях коэффициента β_1 в весовых функциях приведены в табл. 2.

Рассмотрим результаты применения второго варианта предлагаемого подхода на примере задачи принятия решения, для которой структура

Таблица 2

β_1	u^*	$p = (p_0, \ldots, p_5)$
2	(0,6062; 0,4541)	(2,4911; –2,7771; –3,4921; 2,5674; 4,3389; –0,7394)
8	(0,6478; 0,5138)	(3,5040; –11,53457; 0,9168; 2,5697; 4,9357; –9,2453)
16	(0,7336; 0,6928)	(8,5685; –18,6923; –9,0449; 17,7913; 12,8950; –12,0248)

исследуемого процесса описывается моделью вида $y = p_1 u^3 + p_2 u^2 + p_3 u + p_4 \underset{u}{\to} \min$.

Наблюдаемые значения входных и выходных параметров приведены в табл. 3, а значения коэффициентов модели и оптимальные текущие значения управления, полученные на каждом шаге итерационной процедуры, — в табл. 4. На рисунке графически представлен весь процесс уточнения модели в ходе поиска оптимального решения.

В отличие от описанной выше процедуры (8) в данном случае оптимизация проводилась методом золотого сечения, а именно, при каждом вычислении целевой функции (а не итерации) выполнялось построение математической модели с применением второго варианта подхода. Значение коэффициента k в весовой функции (9) было выбрано равным четырем.

Как видно из табл. 4, минимум функции, построенной по всем статистическим наблюдениям, достигается в точке $u^{*(0)} = 1{,}635239747$. После шести шагов локального уточнения модели в окрестности точек минимума получена функция, минимум которой достигается при $u^{*(6)} = 0{,}843637432$, причем коэффициенты моделей первого и последнего шагов, как видно из табл. 3, существенно различаются.

Таблица 3

Номер наблюдения	$\tilde{u}^j$	$\tilde{y}^j$	$\tilde{\gamma}^j$	Номер наблюдения	$\tilde{u}^j$	$\tilde{y}^j$	$\tilde{\gamma}^j$
1	0,1	4,3	1	6	1,5	1,7	1
2	0,2	3,1	1	7	2,25	1,75	1
3	0,25	2,2	1	8	3,2	2,4	1
4	0,6	1,2	1	9	3,7	3,9	1
5	1	1,25	1	10	4	5	1

Таблица 4

Номер итерации	u^k	Коэффициент модели			
		p_1	p_2	p_3	p_4
Первоначальная модель	1,635239747	–0,1250027	1,502919083	–3,77141024	3,7373599
1	1,087154843	–0,2339764	1,332372793	–2,06737706	2,52441642
2	0,923806024	–1,2375693	5,761460445	–7,47645369	4,14758233
3	0,867605846	–1,669896	7,294577523	–8,88664404	4,43110523
5	0,844983765	–1,9063334	8,139558756	–9,67223772	4,58495774
6	0,843637432	–1,9217577	8,194177201	–9,72254533	4,59472731

Проведенные эксперименты на других, более информационноемких тестовых примерах, также подтвердили эффективность предлагаемого подхода к моделированию и оптимизации принимаемых решений. При этом второй вариант оказывался, как правило, эффективней первого.

Выводы. Основным положительным фактором предлагаемого подхода является то, что принятое решение оптимально для математической модели, которая построена с учетом наблюдений именно из информационной модели, наиболее приближенных к оптимальному решению, т.е. саму математическую модель объекта можно считать локально оптимальной относительно принятого решения.

В отличие от классического двухэтапного подхода принятия решения предлагаемый подход, во-первых, требует большего объема проводимых вычислений из-за необходимости параметрической идентификации на каждой итерации оптимизационного метода, во-вторых, целевая функция и ограничения меняются на каждой итерации метода оптимизации, что может затруднить процесс проведения оптимизации. Однако, учитывая повышение быстродействия современных вычислительных средств, можно считать, что эти недостатки не носят принципиального характера.

Следует заметить, что в предлагаемом подходе использована идея адаптивного статистического моделирования, исследованного в работах [6, 7] и результаты работы [8]. Он успешно может быть использован при моделировании и оптимальном управлении динамическими объектами.

Результаты проведенных численных экспериментов подтверждают эффективность предложенного подхода, при этом получаемые оптимальные управления (режимы) могут существенно отличаться от управлений, полученных классическим последовательным двухэтапным методом параметрической идентификации и оптимизации.

The effectiveness of controlling the technological processes and technical objects in many respects depends on the quality of mathematical models describing these processes. An approach which consists in sequential refinement of the mathematical model in vicinity of the optimal regimes of the process, with the parametrical identification of the model and optimization of control parameters being combined, is proposed in the work.

1. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. — М. : Мир, 1975. — 495 с.
2. *Евтушенко Ю. Г.* Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. — М. : Наука, 1982. — 432 с.
3. *Кини Р. Л, Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. — М. : Радио и связь, 1981. — 559 с.
4. *Поляк Б. Т.* Введение в теорию оптимизации. — М. : Наука,1983. — 382 с.
5. *Демиденко Е. З.* Линейная и нелинейная регрессия. — М. : Наука, 1981. — 264 с.
6. *Старостенко В. И.* Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. — Киев : Наук. думка, 1978. — 224 с.

7. *Айда-заде К. Р., Хорошко М. Н.* Использование адаптивных математических моделей в АСУТП. // Сб. трудов Всесоюзной конференции. «Создание и внедрение АСУ непрерывными и дискретными процессами». — Алма-Ата. — 1983. — С. 16 . — 18.
8. *Айда-заде К. Р., Керимов А. Б.* Пошаговая оптимизация регрессионных моделей. // Известия НАН Азербайджана. — 1997. — **3**, № 1. — С. 59 —63.

Поступила 13.09.07

АЙДА-ЗАДЕ Камиль Раджаб, д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики Азербайджанской государственной нефтяной академии, зав. лаб. Ин-та кибернетики НАН Азербайджана. В 1972 г. окончил Бакинский госуниверситет. Область научных исследований — численные методы оптимизации, оптимальное управление и их приложения.

ХОРОШКО Марина Николаевна, канд. техн. наук, вед. науч. сотр. Ин-та кибернетики НАН Азербайджана. В 1973 г. окончила Азербайджанскую государственную нефтяную академию. Область научных исследований — методы многокритериальной оптимизации, математическое моделирование.