



УДК 620.9.603.13:681.51

**А. В. Борисенко**, канд. техн. наук  
Ин-т проблем моделирования  
в энергетике им. Г.Е.Пухова НАН Украины,  
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,  
E-mail: alyaarg@ukr.net)

### **Моделирование развития мощностей электростанций в условиях несовершенной конкуренции**

*(Статью представил д-р техн. наук С. Е. Саух)*

Дан анализ современных подходов к моделированию развития электроэнергетики в условиях несовершенной конкуренции, включая теорию реального опциона, системную динамику, агентное моделирование, теорию игр. Показано, что наиболее эффективным подходом для обоснования структуры производственных мощностей в рыночных условиях в настоящее время являются методы теории игр. Приведены подходы, позволяющие отобразить взаимосвязи между объемами производства и величинами мощностей в игровых моделях.

Надано аналіз сучасних підходів до моделювання розвитку електроенергетики в умовах недосконалої конкуренції, включаючи теорію реального опціону, системну динаміку, агентне моделювання, теорію ігор. Показано, що найбільш ефективним підходом для обґрунтування структури виробничих потужностей в ринкових умовах наразі є методи теорії ігор. Наведено підходи, що дозволяють відобразити взаємозв'язки між об'ємами виробництва та величинами потужностей в ігрових моделях.

*К л ю ч е в ы е с л о в а: моделирование производства электроэнергии, несовершенная конкуренция.*

**Постановка задачи.** Производственные мощности украинских теплоэлектростанций (ТЭС) введены в работу в 60-е—70-е годы минувшего столетия. В настоящее время они находятся в состоянии значительного физического и морального износа, а их оборудование не отвечает современным требованиям экономической эффективности и экологической безопасности. Поэтому актуальным является обоснование планов технического переоснащения ТЭС, которое осложняется тем, что внедрение рыночных отношений и приватизационные процессы приводят к появлению в отрасли независимых игроков, самостоятельно принимающих решения относительно политики развития и эксплуатации производственных мощностей. В результате традиционные модели развития электроэнергетики, в кото-

рых отрасль представляется вертикально интегрированной системой с единственным критерием оптимизации деятельности, т. е. минимальных расходов или максимального совокупного благосостояния производителей и потребителей, теряют адекватность.

На протяжении последнего десятилетия в странах Западной Европы и США появились рыночные модели электроэнергетики, основанные на теории реальных опционов, системной динамике, агентном моделировании и теории игр. Предлагаемый анализ современных подходов к моделированию развития электроэнергетики в рыночных условиях и определение моделей в наибольшей степени соответствуют условиям и особенностям развития электроэнергетики Украины.

В процессе работы производители решают задачи двух типов:

долгосрочные — развитие производственных мощностей;

краткосрочные — определение объемов производства имеющегося оборудования.

Эти задачи взаимосвязаны. Поскольку для энергогенерирующего оборудования характерны длительные сроки эксплуатации, при вводе новых электростанций производитель должен принимать во внимание не только характеристики имеющегося в системе оборудования, но и то, как будет изменяться режим работы этого оборудования в будущем в результате ввода новых более совершенных энергоблоков.

Рассмотрим энергосистему, состоящую из узлов, соединенных линиями электропередачи (ЛЭП)  $m, m \in M$ . На рынке действуют не вступающие в сговор производители, которые сооружают и эксплуатируют оборудование типа  $l, l \in L$ . Вся производимая электроэнергия покупается одним оптовым поставщиком по единой цене. Для описания электрической сети использована упрощенная модель, аналогичная моделям сетей постоянного тока. Планирование деятельности производителей ( $j \in J$ ) осуществляется на период, разделенный на этапы  $t \in T$ . Для простоты изложения будем использовать единичную длительность этапов.

**Долгосрочная задача.** При разработке планов ввода новых мощностей компании стремятся максимизировать прибыль от производства электроэнергии:

$$\max_{\Delta x_{jilt}} \pi_j^{long}(\Delta x_{jilt}), \forall j. \quad (1)$$

Здесь плановая прибыль компании  $j$  составляет

$$\pi_j^{long}(\Delta x_{jilt}) = \sum_t \delta^t \left( p_t \left( \sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt} \right) \sum_{il} y_{jilt} - \right.$$

$$-\sum_{il}(c_{jilt}(y_{jilt})y_{jilt})-\sum_{il}(k_{ilt}(x_{jilt})\Delta x_{jilt})\Big),$$

где  $y_{jilt}$  и  $y_{-jilt}$  — объемы производства компании  $j$  в узле  $i$  на оборудовании  $l$  на протяжении этапа  $t$ ;  $(-j)$  — совокупность производителей, конкурирующих на рынке с производителем  $j$ ;  $c_{jilt} = c_{jilt}(y_{jilt})$  — переменные производственные расходы соответствующего оборудования;  $x_{jilt}$  и  $x_{-jilt}$  — мощность этого оборудования,  $x_{jilt} = \sum_t \Delta x_{jilt}$ ;  $\Delta x_{jilt}$  — прирост мощности на этапе  $t$  (все мощности вводятся в начале этапа);  $k_{ilt}(x_{jilt})$  — удельные капитальные затраты на сооружение оборудования; коэффициент  $\delta < 1$  учитывает изменение стоимости денег со временем и может рассматриваться как норма рентабельности инвестиций. Цена в узле характеризуется обратной функцией спроса  $p_t = p_t\left(\sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt}\right)$ .

**Краткосрочная задача.** При оптимизации объемов производства производители решают задачу отдельно для каждого временного этапа, принимая во внимание лишь текущее состояние системы:

$$\max_{y_{jilt}} \pi_j^{short}(y_{jilt}, y_{-jilt}, y_{mt}^l), \quad \forall j, t. \quad (2)$$

Здесь прибыль компании  $j$  в краткосрочной перспективе составляет

$$\pi_{j,t}^{short}(y_{jilt}, y_{-jilt}, y_{mt}^l) = p_t \left( \sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt} \right) \sum_{il} y_{jilt} - \sum_{il} (c_{jilt}(y_{jilt}) y_{jilt}),$$

где  $y_{jilt} = y_{jilt}(x_{jilt\tau}, x_{-jilt\tau})$  — зависимость объемов производства конкретного энергоблока от всего множества мощностей: тех, которые введены на предыдущих этапах, и тех, которые будут введены на протяжении планового периода;  $\tau \in T$  — этап планового периода. В условиях ограничения производственной мощности

$$0 \leq y_{jilt} \leq x_{jilt}, \quad \forall j, i, l, t; \quad (3)$$

при соблюдении баланса объемов потребления и производства электроэнергии

$$\sum_{jil} y_{jilt} = \sum_i d_{it}(p_t), \quad \forall t. \quad (4)$$

Здесь спрос на электроэнергию представлен функциями вида  $d_{it} = d_{it}(p_t)$ . Перетоки  $y_m^l$  по линиям электропередачи  $m$  удовлетворяют неравенствам вида

$$y_m^l = \left| \sum_i \left( \gamma_{mit} \left( d_{it}(p_t) - \sum_{jil} y_{jilt} \right) \right) \right| \leq x_m^l, \quad \forall m, t, \quad (5)$$

где  $\gamma_{mit}$  — коэффициенты, учитывающие зависимость перетока по линии  $m$  от мощности, поступающей в сеть, в узле  $i$ ;  $x_{mt}^l$  — максимальная пропускная способность линии  $m$ .

Условие равновесия рынка определяется соотношением цен:

$$p_t = P_t \left( \sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt} \right), \quad p_t \geq 0, \forall t. \quad (6)$$

При этом объемы производства электроэнергии каждого из производителей зависят не только от спроса, но и от величин и технико-экономических показателей (ТЭП) мощностей конкурентов. Таким образом, итоговая задача при соблюдении ограничений (3)—(5) имеет вид

$$\begin{aligned} & \max_{\Delta x_{jilt}} \pi_j^{long}(\Delta x_{jilt}), \quad \forall j, \\ & \max_{y_{jilt}} \pi_{jt}^{short}(y_{jilt}, y_{-jilt}, y_{mt}^l), \quad \forall j, t, \\ & y_{jilt} = y_{jilt}(x_{jilt, \tau \in [0, T]}, x_{-jilt, \tau \in [0, T]}), \quad \forall j, i, l, t, \\ & p_t = P_t \left( \sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt} \right), \quad \forall t. \end{aligned} \quad (7)$$

Сформулированная задача является многокритериальной с обратными связями. В соответствии с типом характеристик производственных расходов, обратных функций спроса и описания сети задача может быть линейной или нелинейной. Для нее важен учет взаимосвязи кратко- и долгосрочных задач, несовершенной конкуренции на рынке, наличия многих производителей и технологий производства, а также учет влияния сети.

На практике фирмы не могут учесть весь возможный спектр стратегий и их взаимосвязи, а фокусируются на наиболее важных из них. Очевидно, что электростанции, введенные сегодня, вследствие длительного периода эксплуатации будут влиять на будущие решения на оптовом рынке, в свою очередь, будущая работа компании на оптовом рынке будет влиять на эффективность текущих инвестиционных решений. В то же время, можно допустить, что текущие решения на оптовом рынке не влияют на будущие инвестиционные решения и аналогично будущие инвестиционные решения не влияют на текущие ценовые заявки.

Теоретически такое упрощение ограничивает поведение производителей, не позволяя им снижать цены, для того чтобы не допустить входа на рынок новых производителей. На практике более существенные барьеры для входа новых производителей создает ограниченность доступных площадок для строительства и способность существующих производителей значительно сократить инвестиции в результате использования инфра-

структуры существующих станций. Такое упрощение позволяет рассматривать статические и динамические задачи отдельно.

**Моделирование развития генерирующих мощностей в условиях планового хозяйства (регулируемой монополии).** В секторе работает лишь один регулируемый государством производитель и задачей оптимизации (регулирования) является обеспечение минимальных расходов на производство электроэнергии. Поскольку существует единый центр принятия решений, получаем одну долгосрочную задачу.

При централизованном планировании режимы работы оборудования также можно запланировать предварительно, одновременно с оптимизацией ввода новых мощностей. При этом задача развития производства (7) решается в виде одной задачи минимизации суммарных расходов на производство:

$\min_{\Delta x_{ilt}, y_{ilt}} c(\Delta x_{ilt}, y_{ilt})$ , где суммарные расходы на производство составляют

$$c(\Delta x_{ilt}, y_{ilt}) = \sum_t \delta^t \left( \sum_{il} c_{ilt}(y_{ilt}) y_{ilt}(x_{ilt}) + \sum_{il} k_{ilt}(x_{ilt}) \Delta x_{ilt} \right)$$

при условии выполнения ограничений (3)—(5). Таким образом, приведенная традиционная формулировка объединяет кратко- и долгосрочные задачи.

Полноценный учет в современных моделях подобного вида зависимости будущих режимов эксплуатации от текущих инвестиционных решений требует применения специального итерационного алгоритма [1]. Поэтому режим работы нового оборудования на прогнозируемый период задается неизменным [2], а объем производства является фиксированной частью текущей мощности оборудования:  $y_{ilt}(x_{ilt}) = CF_{ilt} x_{ilt}$ ,  $\forall i, l, t$ , где  $CF_{ilt}$  — коэффициент использования мощности.

В случае применения линейных функций спроса и затрат указанная задача становится задачей линейного программирования. Относительная простота формулировки, наличие уникального решения и существование мощных солверов позволяют учесть необходимые технологические особенности работы энергосистемы, неопределенность данных и решать задачи большой размерности. К указанному типу моделей относится и модель развития электроэнергетики, разработанная в рамках энергетической стратегии Украины на период до 2030 года [3].

Таким образом, при применении описанного традиционного подхода учитываются технологические особенности производства и влияние сетей и, в то же время, не учитывается действие обратных связей и влияние индивидуального поведения производителей при несовершенной конкуренции.

Альтернативным вариантом решения задачи развития производства в условиях регулируемой монополии является использование динамического программирования. При этом формируется дискретное множество перспективных вариантов сооружения новых электростанций на плановый период, для каждого возможного состояния рассчитываются режимы

и эффективность работы оборудования и на основании полученных результатов осуществляется выбор оптимального плана развития [4]. Аналогичный подход применен в системе моделей «Союз» [5] для уточнения мощностей и очередности ввода предварительно отобранных перспективных электростанций.

При подобном подходе режим работы оборудования зависит от величин мощностей введенных на всех предыдущих этапах планового периода. Указанный подход позволяет получить дискретные значения мощностей, характерные для энергетического оборудования, и учесть особенности работы системы в каждом из состояний. Недостатками подхода являются невозможность учета несовершенной конкуренции и обратных связей, а также ограничения размера задачи.

**Моделирование развития производственных мощностей в условиях несовершенной конкуренции.** В настоящее время для моделирования развития производственных мощностей в условиях несовершенной конкуренции используются следующие теоретические подходы: теория реального опциона; системная динамика; агентное моделирование; теория игр.

**Теория опционов.** Опцион — это право, но не обязательство, купить или продажи ценных бумаг. Термин «реальный опцион» означает применение теории ценообразования на опционы для оценки реальных инвестиций (проектов).

Рассмотрим компанию, которая может получить дисконтированный доход  $R$  при внесении дисконтированной величины инвестиций  $K$ , текущие расходы при этом малы и не учитываются. При традиционном расчете чистой приведенной прибыли (Net present value (NPV)) фирма будет осуществлять инвестиции, если  $R - K \geq 0$ . Теперь допустим, что значение  $R$  изменяется с течением времени и подчиняется распределению Броуновского движения:  $dR = \chi R dt + \sigma R dz$ , где  $\chi$  и  $\sigma$  — ожидаемые темпы роста и стандартное отклонение;  $dz$  — вероятный прирост процесса. Компания выбирает время для осуществления инвестиций так, чтобы максимизировать ожидаемую текущую стоимость опциона на инвестирование:  $F(R) = \max E \left[ (R_t - K) e^{-\delta t} \right]$ , где  $R_t$  — стоимость инвестиции в будущий неизвестный момент  $t$ , когда принимается решение относительно инвестиции;  $\delta$  — коэффициент дисконтирования.

Перенос инвестиционного решения и сохранение опциона эквивалентно владению активом, который не приносит дивидендов, но может принести их в будущем. Условие оптимума для случая, когда компания откладывает инвестиции и сохраняет опцион, следующее:

$$\delta F = \frac{E(dF)}{dt}. \quad (8)$$

Левая часть уравнения (8) является дисконтированной нормой прибыли, которую инвестор будет требовать от владения опционом, правая часть — суммарной ожидаемой удельной прибылью от времени владения опционом. Если это условие выполняется, компания уравнивает ожидаемую прибыль от переноса инвестиции и соответствующие расходы. Запишем решение (8) в виде [6]  $F(R) = \alpha R^\beta$ . Здесь  $\alpha = (R^* - K) / R^{*\beta}$  — константа;

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{\chi}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{\chi}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2\delta}{\sigma^2}}.$$

Доход, соответствующий оптимальному времени инвестирования, запишем в виде  $R^* = \frac{\beta}{\beta-1} K$ , где  $\beta/(\beta-1)$  — «весовой коэффициент», определяющий соотношение между денежным потоком, вынуждающим инвестора реализовать опцион  $R^*$ , и поточной величиной инвестиций  $K$ .

При моделировании развития производства электроэнергии цены на электроэнергию и будущие объемы производства задаются определенным стохастическим распределением. В результате долгосрочные задачи конкурирующих производителей и набор краткосрочных задач заменяются набором распределений (например, нормальных) цен и объемов производства  $\max_{\Delta x_{it}} \pi^{long\_opt}(\xi_\pi, \sigma_\pi)$ , где плановая прибыль производителя составляет

$$\pi^{long\_opt}(\xi_\pi, \sigma_\pi) = \sum_t \delta^t \left( p_t(\xi_p, \sigma_p) \sum_l y_{lt}(\xi_y, \sigma_y) - \sum_{il} (c_{il}(y_{lt}(\xi_y, \sigma_y))) y_{lt}(\xi_y, \sigma_y) - \sum_l (k_{il}(x_{it}) \Delta x_{it}) \right).$$

Здесь  $\xi_\pi$  и  $\sigma_\pi$ ,  $\xi_p$  и  $\sigma_p$ ,  $\xi_y$  и  $\sigma_y$  — математическое ожидание и стандартное отклонение для распределения прибыли, рыночных цен и объемов производства. Решение задачи находим при условии ограничения производственной мощности (3). Понятно, что в данной модели невозможно полноценно отобразить влияние сети на развитие мощностей. Поскольку поведение конкурентов и рыночные условия представляются посредством вероятностных величин распределения цен и объемов производства, задача многокритериальной оптимизации (7) преобразуется в задачу однокритериальной стохастической оптимизации при условиях ограничения мощности (3):

$$\begin{aligned} & \max_{\Delta x_{it}} \pi^{long\_opt}(\xi_\pi, \sigma_\pi), \\ & y_{it} = y_{it}(\xi_y, \sigma_y^2), \quad \forall l, t, \\ & p_t = p_t(\xi_p, \sigma_p^2), \quad \forall t. \end{aligned}$$



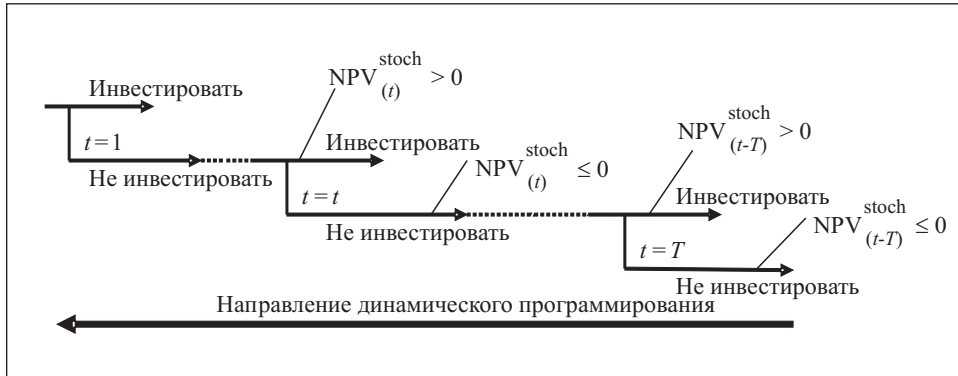


Рис. 1. Схема оптимизации по методике реального опциона

В International Energy Agency (IEA) на основе теории реального опциона разработана модель оценки эффективности строительства генерирующих мощностей в условиях неопределенности цен на электроэнергию и платы за выбросы  $CO_2$  [7]. В этой модели входными данными являются цены на топливо, электроэнергию и выбросы  $CO_2$  с определенным статистическим распределением. Модель построена по принципу дерева решений, поиск оптимальных сроков инвестирования осуществляется сверху вниз в соответствии с методикой реального опциона. Время делится на дискретные этапы длительностью  $\Delta t$ , в каждом из которых  $NPV$  относительно базовой величины  $X$  увеличивается или уменьшается на величину  $h$ . Вероятность увеличения составляет  $p$ , а уменьшения —  $q = 1 - p$ .

С помощью данной модели можно определить  $NPV$  проекта для времени  $t$  с учетом широкого спектра изменений цен на энергию и выбросы  $CO_2$  в условиях двух сценариев: инвестировать сейчас или отложить инвестиции до следующего этапа (рис. 1).

Таким образом, долгосрочные инвестиционные решения принимаются на основе определения цены опционов, а решение производителем краткосрочных задач имитируется заданием вероятностного распределения цен и объемов производства. Данный подход может быть применен в условиях несовершенной конкуренции, но поскольку учитывается поведение лишь одного игрока, существует субъективизм в описании поведения конкурентов.

При использовании динамического программирования объем производства компании зависит от мощностей, введенных этой компанией на текущем и предыдущих этапах, влияние обратных связей не учитывается. Одновременный расчет эффективности нескольких опционов позволяет определить эффективность многих технологий. Отсутствие детального



описания конкурирующих фирм не позволяет полноценно учесть ограничения со стороны электрической сети.

Данные модели являются простым и эффективным инструментом. Разработано значительное число программных продуктов для расчета стоимости опционов. Однако отсутствие детального описания деятельности конкурентов и рыночной среды позволяет применять эти модели в основном для технико-экономического обоснования конкретных проектов (взамен традиционной методики *NPV*) или использовать их в качестве элемента более сложных моделей.

**Системная динамика.** В 1956 г. на основе анализа циклов производства [8] была создана методика исследования динамических систем, позднее названная системной динамикой. При использовании системной динамики для моделирования функционирования системы создают причинно-следственные схемы, позволяющие отобразить характерные для системы прямые и обратные динамические связи. На основе таких схем формируется математическая постановка задачи. Существующие программные среды для создания моделей системной динамики позволяют автоматически преобразовывать схемы в системы дифференциальных уравнений с последующим их решением.

Модели системной динамики, как правило, являются непрерывными, моделирование осуществляется на агрегированном уровне во времени. Такие модели предназначены для анализа усредненного поведения систем с централизованным механизмом принятия решений.

**Краткосрочная задача.** Обычно в моделях стратегического развития, построенных с использованием инструментов системной динамики, принимают предположение относительно совершенной конкуренции на рынке, при этом принадлежность оборудования к определенной компании не влияет на решение задачи [9]. При использовании системной динамики для краткосрочного анализа [9] работа рынка описывается лишь приближенно, посредством зависимости цены  $p_{it}$  и коэффициентов использования установленной мощности оборудования  $CF_{it}$  от резерва мощностей  $R_{it}$ .

Рыночная цена:  $p_{it} = p_{it}(R_{it}, t)$ .

Объем производства с учетом ограничения мощности оборудования (3):  $y_{it} = CF_{it}x_{it} = CF_{it}(R_{it}, t)x_{it}$ .

Величина резерва мощности определяется спросом и имеющимися мощностями оборудования:  $R_{it} = R(d_{it}, x_{it}, t)$ .

Учет несовершенной конкуренции в моделях системной динамики возможен в случае их комбинации с инструментами теории игр, т.е. в моделях равновесия функций предложения [10]. Следует заметить, что инструменты системной динамики позволяют отобразить влияние на текущее рыночное равновесие не только текущих соотношений спроса и

мощности, но и уже реализованных и будущих инвестиционных решений. При заданных параметрах спроса получаем

$$p_{lt} = p_{lt}(R_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t) = p_{lt}(x_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t);$$

$$y_{lt} = CF_{lt}(R_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t) x_{lt} = CF_{lt}(x_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t) x_{lt}.$$

Здесь учтено действие в системе прямых и обратных динамических связей.

В моделях системной динамики не учитывается влияние сети на работу рынка, поскольку интеграция в модель описания сети делает задачу невыпуклой [11]. Представление электрической сети требует интеграции в модель системной динамики задачи дополнительности [12]. В результате краткосрочное равновесие рынка (1)—(6) формулируется в виде

$$y_{lt} = CF_{lt}(x_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t) x_{lt}, \quad \forall j, t,$$

$$p_{lt} = p_{lt}(x_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t), \quad \forall l, t$$

с учетом ограничения производственной мощности (3).

*Долгосрочная задача.* Системная динамика традиционно используется для решения долгосрочных задач [9]. При этом вместо определения объемов ввода новых мощностей, максимизирующих прибыль (7), используют зависимость объемов ввода мощностей от рентабельности инвестиций  $\delta\pi$ :  $\Delta x_{lt} = \Delta x_{lt}(\delta\pi(t), t)$ . Может быть принято во внимание лишь состояние рынка на предыдущем этапе [9]:

$$\delta\pi_{l,t-1} = \frac{(p_{l,t-1} - c_{l,t-1}) CF_{l,t-1} n}{k},$$

где  $n$  — длительность эксплуатации оборудования. Для учета действия динамических связей необходимо охватить весь период прогнозирования:

$$\Delta x_{l,t} = \Delta x_{l,t}(\delta\pi_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t) = \Delta x_{l,t}(p_{l\tau:[0,\overline{T}]}, CF_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t).$$

В итоге при применении описанного выше подхода долгосрочная задача (7) с учетом ограничения производственной мощности (3) будет иметь вид

$$\Delta x_{l,t} = \Delta x_{l,t}(p_{l\tau:[0,\overline{T}]}, CF_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t), \quad \forall l, t,$$

$$y_{lt} = CF_{lt}(x_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t) x_{lt}, \quad \forall l, t,$$

$$p_{lt} = p_{lt}(x_{l\tau:[0,\overline{T}]}, t), \quad \forall l, t.$$

Пример реализации подобной модели приведен в работе [9]. Производство электроэнергии разделено на  $L$  групп генерации, каждая из которых представляет определенную технологию. Схема взаимосвязей различных факторов при моделировании инвестиций в новые мощности одинакова для всех групп технологий (рис. 2.). Для создания моделей системной дина-

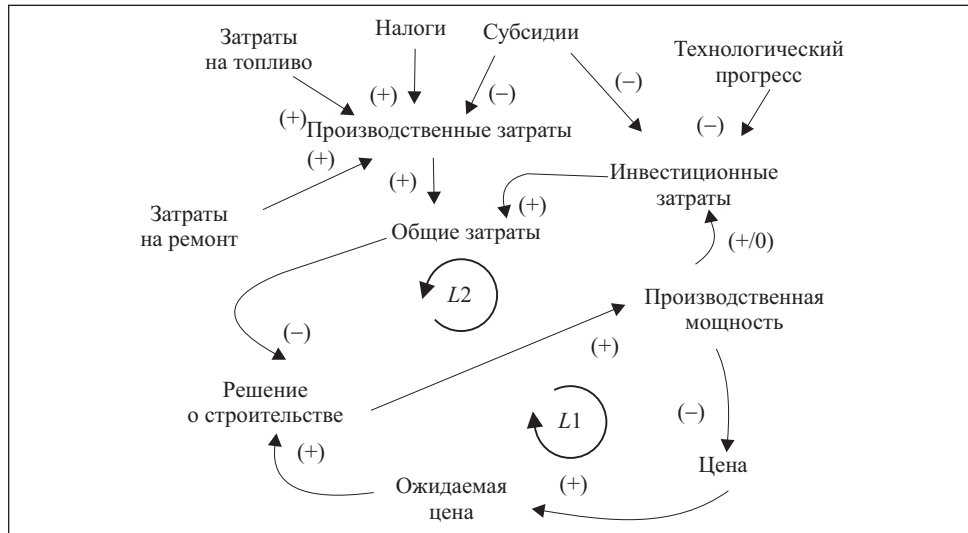


Рис. 2. Схема причинно-следственных связей для долгосрочного анализа энергорынка: L1 и L2 — обратные связи

мики имеется достаточное число коммерческих программных средств (DYNAMO, Vensim, ITHINK, Powersim и др.), которые позволяют автоматически преобразовывать диаграммы в системы дифференциальных уравнений с последующим их решением.

Таким образом, системная динамика является практически единственным инструментом, который позволяет описать обратные связи, характерные для энергосистемы, а также учесть разнообразие технологий производства. В то же время, с учетом влияния сети и несовершенной конкуренции на рынке требуется комбинация системной динамики с другими средствами моделирования. Можно считать, что методы системной динамики наиболее эффективны для обобщенного анализа электроэнергетики при исследовании влияния определенных факторов или анализе работы на рынке отдельных производителей.

**Агентное моделирование** описывает (и прогнозирует) эволюцию динамических систем посредством имитации поведения ее компонентов — агентов. Агенты взаимодействуют между собой, пользуясь ограниченным набором правил, которые определяют их индивидуальное поведение. Глобальное поведение возникает как результат деятельности многих агентов.

Все агентные модели в отличие от системной динамики являются децентрализованными. В них не используется описание в терминах средних величин и не существует механизма централизованного определения поведения (динамики) системы в целом.

*Краткосрочная задача.* Равновесное состояние на рынке определяется в результате следующего итерационного процесса.

Конкурирующие производители, зная по результатам предыдущей итерации  $(\zeta - 1)$  показатели работы рынка и имеющие определенные представления относительно реакции потребителей, конкурентов, операторов рынка и сети, формируют ценовые заявки, максимизирующие их прибыль, в условиях ограниченной мощности (3):

$$\max_{y_{jlt\zeta}} \pi_{jlt\zeta}^{short-AB}(y_{jlt\zeta}, y_{-jlt(\zeta-1)}, y_{mt(\zeta-1)}^l), \forall j, t.$$

На основе ценовых заявок производителей оператор сети устанавливает цены на перетоки, чтобы недопустить перегрузки линий (5), и обеспечивает покрытие максимального спроса (4); оператор рынка устанавливает рыночную цену (6). Итерационный процесс завершается, когда ни один из производителей не имеет стимулов для изменения поведения на рынке.

Таким образом, при использовании агентного моделирования краткосрочная задача (1) — (6) с учетом ограничения (3) имеет вид

$$\begin{aligned} & \max_{y_{jlt\zeta}} \pi_{jlt\zeta}^{short-AB}(y_{jlt\zeta}, y_{-jlt(\zeta-1)}, y_{mt(\zeta-1)}^l), \forall j, t, \\ & y_{jlt\zeta} = y_{jlt\zeta}(x_{jilt:[0,t]}, x_{-jilt:[0,t]}), \forall j, i, l, t, \\ & p_{t\zeta} = p_{t\zeta} \left( \sum_{jil} y_{jilt\zeta}, \sum_{jil} y_{-jilt\zeta} \right), \forall t, \\ & y_{mt\zeta}^l = \left| \sum_i \left( \gamma_{mit} \left( d_{it\zeta}(p_{t\zeta}) - \sum_{il} y_{jilt\zeta} \right) \right) \right| \leq x_{mt}^l, \forall m, t, \\ & \sum_{jil} y_{jilt\zeta} = \sum_i d_{it\zeta}(p_{t\zeta}), \forall t. \end{aligned}$$

Подобный процесс позволяет детально описать особенности работы рынка.

В использованной литературе отсутствуют доказательства сходимости таких итерационных алгоритмов. В то же время, существует опыт практического применения агентного моделирования для определения краткосрочного равновесия на рынке [13, 14].

*Долгосрочная задача.* Для реализации долгосрочной агентной модели формируется дискретное множество перспективных вариантов сооружения новых электростанций конкурирующими компаниями. Для каждого варианта состояния системы с использованием агентного моделирования рассчитывается рыночное равновесие (решение краткосрочной задачи) и методами динамического программирования определяется оптимальная стратегия для каждого производителя (долгосрочная задача).

Таким образом, использование агентного моделирования позволяет решить систему краткосрочных и долгосрочных задач. При этом долгосрочная задача (7) с учетом ограничения производственной мощности (3) имеет вид

$$\begin{aligned} & \max_{\Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-AB}(\Delta x_{jilt}), \forall j, \\ & \max_{y_{jilt\zeta}} \pi_{jlt\zeta}^{short-AB}(y_{jilt\zeta}, y_{-jilt(\zeta-1)}, y_{mt(\zeta-1)}^l), \forall j, t, \\ & y_{jilt\zeta} = y_{jilt\zeta}(x_{jilt\tau:[0,t]}, x_{-jilt\tau:[0,t]}), \forall j, i, l, t, \\ & P_{t\zeta} = P_{t\zeta} \left( \sum_{jil} y_{jilt\zeta}, \sum_{jil} y_{-jilt\zeta} \right), \forall t, \\ & y_{mt\zeta}^l = \left| \sum_i \left( \gamma_{mit} \left( d_{it\zeta}(P_{t\zeta}) - \sum_{jl} y_{jilt\zeta} \right) \right) \right| \leq x_{mt}^l, \forall m, t, \\ & \sum_{jil} y_{jilt\zeta} = \sum_i d_{it\zeta}(P_{t\zeta}), \forall t. \end{aligned}$$

Пример агентного моделирования развития генерирующих мощностей приведен в работе [13]. Планирование осуществляется с позиции компании  $j$ , которая делает прогнозы относительно рыночной среды (спроса на электроэнергию, цен на топливо и др.). Все пространство возможных инвестиционных решений компании и ее конкурентов с учетом возможных изменений рыночной среды описывается множеством состояний системы, т. е. осуществляется дискретизация пространства. Оценка деятельности других производителей осуществляется на уровне планирования прогнозированием возможных вариантов ввода конкурентами новых мощностей (долгосрочная задача) и на уровне эксплуатации моделированием их поведения на текущем рынке (краткосрочная задача).

А л г о р и т м оптимизации развития мощностей с использованием агентного моделирования:

1. Установка  $t = 1$ .
2. Для каждого варианта развития мощностей и предположений относительно планов других агентов расчет рыночного равновесия и определение соответствующей прибыли; расчет приростов прибыли, т. е. разницы между прибылями для всех состояний на этапах  $t+1$  и  $t$ .
3. Если  $t < T$ , то установка  $t = t+1$  и возвращение к шагу 2.
4. С использованием динамического программирования (от  $T$  до нуля для каждого  $t$ ) осуществляется поиск наилучшей стратегии, которая соответствует максимальной прибыли.
5. Выбор наилучшей стратегии: определение мощностей и типов оборудования для ввода на протяжении каждого этапа.

Агентное моделирование теоретически позволяет учесть присутствие нескольких производителей, эксплуатирующих различные виды оборудования, наличие сети и вероятностный характер параметров.

Следует указать, что в результате применения динамического программирования учитывается зависимость объемов производства от мощностей, введенных на текущем и предыдущих этапах, т. е. невозможно учесть влияние будущих инвестиционных решений при решении текущих краткосрочных задач. Для разработки агентных моделей имеются стандартные инструменты, в частности Swarm, Echo, XRaptor.

Таким образом, преимуществом агентного моделирования является возможность описания конкретных объектов и производителей с учетом дискретности мощностей, характерной для энергетического оборудования, а также наличие коммерческих программных инструментов. В то же время, необходимость дискретизации пространства решений и поиска равновесного состояния в каждом из них налагает значительные ограничения на размерность задачи. Так, в работе [14] для уменьшения размерности задачи ввод мощностей конкурентами описан одной переменной и принято условие, что все компании используют одинаковые сценарии. Агентные модели более перспективны для моделирования текущей деятельности компаний на энергорынке и при выборе ими очередности ввода конкретных объектов.

**Теория игр.** Методы теории игр наиболее широко используются для анализа работы производителей электроэнергии в условиях несовершенной конкуренции.

**Концепции решения.** Для поиска рыночного равновесия используются следующие концепции решения.

1. Максиминное решение максимизирует минимальное вознаграждение игроков. Стратегия  $y_j^*$  есть максиминной для игрока  $j$  если

$$\min_{y_g} U_j(y_j^*, y_g) \geq \min_{y_g} U_j(y_j, y_g), \quad \forall j,$$

где  $y_g$  — вектор стратегий всех игроков кроме  $j$ ;  $U_j$  — функция вознаграждения игрока  $j$ . Данный подход соответствует наиболее консервативному поведению игроков.

2. Для решения Парето требуется, чтобы ни один из игроков не мог увеличить свое вознаграждение, не ухудшая результатов других игроков, т. е. никакое другое решение не дает таких же привлекательных результатов для всех игроков  $j$ . Стратегия  $y^*$  является решением Парето, если  $U_j(y^*) \geq U_j(y)$ ,  $\forall j$ . Следует заметить, что кооперативное поведение участников рынка (т. е. сговор) является равновесием Парето.

3. Модель Штакельберга предусматривает наличие в отрасли лидера, который реагирует на поведение конкурентов, и последователей, которые

полагают, что не могут влиять на цену. Данная модель описывает специфическую структуру отрасли.

4. Равновесием Неша называется решение, в котором ни один из участников не может увеличить выигрыш, изменив свое решение в одностороннем порядке, не вызвав при этом реакцию других игроков. Решение Неша достигается, если  $U_j(y_1^*, \dots, y_j^*, \dots, y_j^*) \geq U_j(y_1^*, \dots, y_j, \dots, y_j^*), \forall j$ . Данный тип равновесия наиболее пригоден для описания поведения крупных производителей на энергорынке.

*Модели конкуренции.* В зависимости от степени монополизации рынка состояние равновесия описывается моделями совершенной и несовершенной конкуренции.

Для описания рынков с совершенной конкуренцией используют модель Бертрана, в которой предусмотрено, что ни один из производителей не может влиять на цену ( $p_j = p$ ). Доход фирмы  $j$ :  $R_j^{Bertrand} = p_j y_j = p y_j$ , где  $y_j$  — объемы производства фирмы. Маржинальный доход:

$$MR_j^{Bertrand} = \partial (p y_j) / \partial y_j = p.$$

Для характеристики поведения производителей на рынке с несовершенной конкуренцией обычно используют модель Курно. В этой модели производители понимают, что изменение объемов производства влияет на цену ( $\partial p / \partial y_j \neq 0$ ), но допускают, что другие производители не реагируют на изменение их объемов производства:  $\partial y_{-j} / \partial y_j = 0$ , где  $y_{-j}$  — объем поставок других производителей. При этих условиях доход фирмы  $j$  определяется выражением  $R_j^{Cournot} = p(y) y_j = p(y_j + y_{-j}) y_j$ , а маржинальный доход —

$$MR_j^{Cournot} = \frac{\partial (p y_j)}{\partial y_j} = p + \frac{\partial p}{\partial y} \left( 1 + \frac{\partial y_{-j}}{\partial y_j} \right) y_j = p + \frac{\partial p}{\partial y} (1+0) y_j = p + \frac{\partial p}{\partial y} y_j,$$

где  $p(y)$  — обратная функция спроса на электроэнергию.

Модель обобщенной ожидаемой реакции (General Conjectural Variations (GCV)) является наиболее общим описанием конкуренции на рынке. Если отбросить предположение о том, что  $\partial y_{-j} / \partial y_j = 0$ , принятое в модели Курно, доход фирмы составит  $R_j^{GCV} = p y_j = p(y_j + y_{-j}(y_j)) y_j, \forall j$ , где объем производства  $y_{-j}(y_j)$  всех фирм, кроме  $j$ , зависит от  $y_j$ . Маржинальный доход фирмы  $j$

$$MR_j^{GCV} = \frac{\partial (p y_j)}{\partial y_j} = p + \frac{\partial p}{\partial y} \left( 1 + \frac{\partial y_{-j}}{\partial y_j} \right) y_j = p + \frac{\partial p}{\partial y} (1+\theta) y_j,$$

где  $\theta = \partial y_{-j} / \partial y_j$  — постоянная ожидаемая реакция. Если  $\theta = 0$ , то результирующая формула соответствует модели Курно, при  $\theta = -1$  — модели



чистой конкуренции, при  $\theta = J$  — модели сговора  $J + 1$  идентичных производителей.

*Краткосрочная задача.* С использованием инструментария теории игр краткосрочная задача, решаемая производителем, может быть решена с учетом типа рыночной игры, технических особенностей производства, передачи электроэнергии и других факторов при условиях (3) — (5):  $\max_{y_{jilt}} \pi_j^{short}, \forall j, t$ .

*Долгосрочная задача.* В исследованиях, посвященных оптимизации развития производства на энергорынках с несовершенной конкуренцией, рассматриваются следующие структуры игры [15, 16]: одноступенчатая, двухступенчатая, с S-адаптированными стратегиями.

*Одноступенчатая игра (без обратной связи).* Решения относительно нового строительства и объемов производства принимаются одновременно. Этот механизм аналогичен продаже всей электроэнергии по долгосрочным контрактам. Модель соответствует игре без обратной связи [16].

В данной модели, при условии использования игры Курно, каждый производитель решает следующую задачу:

$$\max_{y_{jilt}, \Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-open}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mt}^l), \forall j,$$

где плановая прибыль производителя  $j$  при условиях (3) — (5) имеет вид

$$\begin{aligned} \pi_j^{long-open}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mt}^l) = & \sum_t \delta^t \left( p_t \left( \sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt} \right) \sum_{il} y_{jilt} - \right. \\ & \left. - \sum_{il} (c_{jilt}(y_{jilt}) y_{jilt}) - \sum_{il} (k_{ilt}(x_{jilt}) \Delta x_{jilt}) \right). \end{aligned}$$

Здесь  $y_{jilt} = y_{jilt}(x_{jilt})$ , поскольку в игре Курно  $\partial y_{-j} / \partial y_j = 0$ . Также обеспечивается рыночное равновесие (6). В результате задача развития мощностей (7) с учетом (3) — (5) имеет вид

$$\max_{y_{jilt}, \Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-open}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mt}^l), \forall j,$$

$$y_{jilt} = y_{jilt}(x_{jilt}), \forall j, i, l, t,$$

$$p_t = p_t \left( \sum_{jil} y_{jilt}, \sum_{jil} y_{-jilt} \right), \forall t.$$

Одноступенчатая игра позволяет описать работу производителя на рынке с несовершенной конкуренцией, продажа электроэнергии на котором осуществляется по долгосрочным договорам. Объемы производства определенного производителя посредством ограничений связаны с при-

ростами величин соответствующих мощностей с начала планового периода. Влияние собственных инвестиционных решений будущих этапов и инвестиционных решений конкурентов на текущую работу компании при данной формулировке задачи учесть не удастся. Данный подход позволяет решать задачи большой размерности с учетом технических и режимных особенностей работы электрической сети.

В работах [16, 17] на примере одноэтапной детерминированной игры показано, что решение такой игровой задачи существует и является уникальным при условии выпуклости расходных характеристик производителей. В работе [18] показано, что усложнение одноступенчатой модели за счет увеличения числа плановых этапов, типов технологий и других факторов не меняет математической сути задачи, а лишь увеличивает ее размерность.

Таким образом, одноступенчатая игра является эффективным инструментом для моделирования развития и эксплуатации генерирующего оборудования в условиях несовершенной конкуренции. Определенным ограничением является невозможность полного учета влияния на текущую работу собственных инвестиционных решений будущих этапов и инвестиционных решений конкурентов.

При применении теории игр описанные выше кратко- и долгосрочные задачи производителей с помощью условий Куна—Куроша—Таккера преобразуются в систему уравнений и неравенств. Полученная таким образом задача называется смешанной задачей дополнителности (Mixed Complementarity Problem (MCP)) [19]. Решение подобных задач возможно с использованием программных средств MILES и PATH, интегрированных в состав математического пакета программ GAMS. При данном подходе краткосрочные и долгосрочные задачи всех производителей решаются взаимосвязано без применения вспомогательных методов и алгоритмов, что является безусловным преимуществом метода.

*Двухступенчатая игра (с обратной связью).* На первом шаге производители инвестируют в мощности, а на втором — принимают решения относительно объемов производства. Этот механизм аналогичен продаже всей электроэнергии на текущем рынке. Модель соответствует игре с обратной связью [16]. Каждый из производителей решает задачу

$$\max_{y_{jilt}, \Delta x_{jilt}} \pi_j^{long\_closed}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mt}^l), \forall j,$$

где плановая прибыль производителя  $j$  при двухступенчатой игре имеет вид

$$\pi_j^{long\_closed}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mt}^l) = \sum_t \delta_t \left( p_t \left( \sum_{il} y_{jilt}, \sum_{il} y_{-jilt} \right) \sum_{il} y_{jilt} - \right.$$

$$- \sum_{il} (c_{jilt}(y_{jilt}) y_{jilt}) - \sum_{il} (k_{ilt}(x_{jilt}) \Delta x_{jilt}) \Big\}.$$

Здесь  $y_{jilt} = y_{jilt}(x_{jilt;\tau;[0,T]}, x_{-jilt;\tau;[0,T]})$ . Для описания этой зависимости при условиях (3)—(5) используется соотношение

$$B_{jilt} y_{jilt}(x_{jilt;\tau;[0,T]}, x_{-jilt;\tau;[0,T]}) = \frac{\partial y_{jilt}(x_{jilt;\tau;[0,T]}, x_{-jilt;\tau;[0,T]})}{\partial x_{jilt}}.$$

Обеспечивается рыночное равновесие (6). В результате задача развития генерирующих мощностей (7) с учетом (3)—(5) имеет вид

$$\begin{aligned} \max_{y_{jilt}, \Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-closed}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mt}^l), \forall j, \\ y_{jilt} = y_{jilt}(x_{jilt;\tau;[0,T]}, x_{-jilt;\tau;[0,T]}), \forall j, i, l, t, \\ P_t = P_t \left( \sum_{jil} y_{jilt}, \sum_{jil} y_{-jilt} \right), \forall t. \end{aligned}$$

Таким образом, двухступенчатая игра позволяет моделировать работу производителя на рынке с несовершенной конкуренцией при продаже всей электроэнергии на текущем рынке. Объемы производства электроэнергии связаны с величинами вводов генерирующего оборудования как рассматриваемой компанией, так и ее конкурентами на протяжении всего планового периода. Согласно результатам исследований [16, 17] существование и уникальность решения в детерминированной игре с обратной связью пока не доказаны. В случае существования решения оно совпадает с решением детерминированной игры без обратной связи. Этот недостаток не позволяет использовать указанный подход для решения практических задач.

*S-адаптированная стратегия.* Структура игры аналогична структуре одноступенчатой игры. Отличие заключается лишь в том, что стратегии игроков адаптируются к вариантам траекторий стохастических переменных. В работе [15] показано, что решение игры с *S*-адаптированными стратегиями является равновесием Неша и может быть найдено с помощью стохастического равновесного программирования.

Равновесие игры с *S*-адаптированными стратегиями (по величинам цен, объемов производства и др.) занимает промежуточную позицию между равновесием двухступенчатой игры и равновесием одноступенчатой игры. В данной игре каждый из игроков максимизирует ожидаемую прибыль в виде  $\max_{y_{jilt}, \Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-S}(y_{jilt}, \Delta x_{jilt}, y_{mts}^l), \forall j$ , где плановая прибыль

производителя  $j$  при игре с  $S$ -адаптированными стратегиями составляет с учетом (3)—(5)

$$\pi_j^{long-S}(y_{jilts}, \Delta x_{jilt}, y_{mts}^l) = \sum_t \delta^t \sum_s \theta_s \left( p_{ts} \left( \sum_{il} y_{jilts}, \sum_{il} y_{-jilts} \right) \sum_{il} y_{jilts} - \sum_{il} (c_{jilts}(y_{jilts}) y_{jilts}) - \sum_{il} (k_{ilt}(x_{jilt}) \Delta x_{jilt}) \right).$$

Здесь  $\theta_s$  — вероятность реализации сценария  $s$ ;  $y_{jilts} \approx y_{jilts}(x_{jilt, [0, T]}, x_{-jilt, [0, T]})$ . Обеспечивается также рыночное равновесие (6). В результате задача развития генерирующих мощностей (7) при условиях (3)—(5) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \max_{y_{jilts}, \Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-S}(y_{jilts}, \Delta x_{jilt}, y_{mts}^l), \quad \forall j, \\ y_{jilts} \approx y_{jilts}(x_{jilt, [0, T]}, x_{-jilt, [0, T]}), \quad \forall j, i, l, t, s, \\ p_{ts} = p_{ts} \left( \sum_{jil} y_{jilts}, \sum_{jil} y_{-jilts} \right), \quad \forall t, s. \end{aligned}$$

Таким образом, игра с  $S$ -адаптированными стратегиями может быть использована для описания работы производителей на рынке с несовершенной конкуренцией. При этом достигается приближение результатов к соответствующим результатам двухступенчатой игры, т.е. отражение взаимосвязи объемов производства электроэнергии с величинами вводов генерирующего оборудования как рассматриваемой компании, так и ее конкурентов на протяжении всего планового периода.

Согласно результатам анализа [16, 17] при стохастической постановке игры без обратной связи существование и уникальность решения доказываются так же, как и при детерминированной постановке. Однако решение стохастической игры без обратной связи может отличаться от решения при детерминированной постановке. В случае стохастической постановки задачи не наблюдается соответствия решений игр с обратной связью и без обратной связи.

*Совершенное равновесие Маркова.* Альтернативным подходом при использовании теории игр для оптимизации ввода мощностей в рыночных условиях является совершенное равновесие Маркова. Суть подхода заключается в том, что возможное пространство стратегий развития рыночной среды описывается марковским процессом, каждое из состояний которого характеризуется мощностями конкурирующих фирм и рыночными условиями. В работе [20] применено разделение краткосрочных и долгосрочных задач, что позволяет на первом этапе определить кратко-

срочное равновесие для каждого из состояний процесса (для этого использована модель Курно):  $\max_{y_{jilts}} \pi_{jts}^{short-MPE}(y_{jilts}, y_{-jilts}, y_{mt}^l), \forall j, t, s$ , где  $y_{jilts} = y_{jilts}(x_{jilt;\{0,t\}}, x_{-jilt;\{0,t\}})$  при условиях (3)—(5) и рыночном равновесии (6). Данный подход позволяет учесть все технологические особенности производства электроэнергии. В отличие от начальной формулировки (1)—(6) в данном случае объемы производства не зависят от будущих инвестиционных решений. На втором этапе с помощью методов динамического программирования для каждого из конкурентов определяется оптимальная стратегия  $\max_{\Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-MPE}, \forall j$ .

В результате система кратко- и долгосрочных задач (7) при использовании совершенного равновесия Маркова с учетом (3)—(5) имеет вид

$$\begin{aligned} & \max_{\Delta x_{jilt}} \pi_j^{long-MPE}(\Delta x_{jilt}), \forall j, \\ & \max_{y_{jilts}} \pi_{jts}^{short-MPE}(y_{jilts}, y_{-jilts}, y_{mts}^l), \forall j, t, s, \\ & y_{jilts} = y_{jilts}(x_{jilt;\{0,t\}}, x_{-jilt;\{0,t\}}), \forall j, i, l, t, s, \\ & p_{ts} = p_{ts} \left( \sum_{il} y_{jilts}, \sum_{il} y_{-jilts} \right), \forall t, s. \end{aligned} \tag{9}$$

Использование методов динамического программирования для решения долгосрочной задачи налагает существенные ограничения. Требования относительно уменьшения размерности задачи приводят к необходимости искусственного укрупнения конкурентов, уменьшения числа рассматриваемых технологий. Следует заметить, что в краткосрочных моделях несовершенной конкуренции (например, модель Курно [20]) уменьшение числа конкурирующих фирм приводит к значительному увеличению рыночных цен.

В работе [20] описано решение задачи (9). В результате дискретности мощностей производителей возможны равноэффективные стратегии, поэтому для обеспечения уникальности решения одному из производителей предоставлено право первого шага. Использование совершенного равновесия Маркова может быть целесообразным при уточнении мощности и выборе очередности ввода незначительного числа предварительно определенных электростанций (например, планы строительства которых обнародованы). Для подобного класса задач традиционно используются методы динамического программирования [5].

Преодоление недостатков модели, описанной в работе [20], возможно в случае одновременного совместного решения статических и динамических задач всех конкурентов.

*Обзор существующих моделей теории игр.* Одной из первых масштабных работ, в которых теория игр используется для моделирования развития генерирующих мощностей, является работа [21]. В описанной модели использована одноступенчатая игра в детерминированной постановке, учтены многие игроки и технологии, сеть представлена с помощью модели потоков. Применена модель Курно в производстве и модель Бертрана при передаче электроэнергии. Существующие мощности, экологические ограничения и рынок резервов не рассмотрены. Доказано существование и уникальность решений. Основным ограничением разработанной модели является одноэтапность задачи, которая, однако, решается одновременно для нескольких зон нагрузки. Для решения используется МСР-солвер.

Последующее развитие игровых моделей было сконцентрировано на учете экологических факторов, требований относительно резервирования, неопределенности начальных данных. Двухступенчатая игра используется лишь в теоретических работах вследствие отсутствия уверенности относительно наличия и уникальности решения.

В работе [22] рассмотрена одноузловая многоэтапная задача со многими игроками и технологиями производства и с учетом имеющихся производственных мощностей. Экологические ограничения и рынок резервов не рассматриваются. Особенностью работы является формулировка поставленной задачи в виде задач Неша—Курно и Штакельберга, а также рассмотрение подходов к их решению с помощью соответственно МСР-пакета и стандартного пакета нелинейного программирования.

В работе [23] рассмотрена одноузловая одноэтапная задача развития мощностей со многими зонами нагрузок при участии нескольких игроков и использовании нескольких технологий. Особенностью работы [23] является учет участия производителей как в рынке электроэнергии, так и в рынке резервов. Экологические ограничения не рассматриваются. Решение задачи осуществляется с помощью генетического алгоритма.

В работе [24] рассмотрена одноузловая многоэтапная задача со многими игроками и технологиями производства с учетом имеющихся производственных мощностей. Экологические ограничения и рынок резервов не рассматриваются. Особенностью работы является применение методики уточнения решения задачи с учетом дискретности мощностей реального оборудования.

Работы [25, 26] являются развитием работы [22]. В них приведены модели для случая равновесия Неша—Курно с учетом механизма распределения лимитов на выбросы.

В работе [27] рассматривается одноузловая одноэтапная задача развития мощностей со многими зонами нагрузок с несколькими игроками и

несколькими технологиями. Учитывается функционирование рынка мощности и проводится анализ эффективности различных систем распределения лимитов на выбросы.

Модель Elmar [28] описывает многоузловую одноэтапную задачу развития производственных мощностей. Учтены имеющиеся производственные мощности, рынок резервов не рассматривается. Участвует несколько игроков, прирост мощности обеспечивается за счет газотурбинных установок. Цены на транспортировку электроэнергии заданы. Особенностью работы является использование модели ожидаемых реакций для описания несовершенной конкуренции. Для решения задачи используется итерационный алгоритм.

Одними из первых примеров использования  $S$ -адаптированных разомкнутых моделей для прогнозирования развития генерирующих мощностей в привязке к реальным энергосистемам являются работы [18, 29], в которых рассмотрена одноузловая многоэтапная задача со многими игроками. Для уменьшения размерности задачи производственные мощности представлены двумя группами технологий — объединение атомных и гидроэлектростанций и объединение ТЭС. Агрегированная расходная характеристика ТЭС имеет нелинейный вид. Производственные мощности, экологические ограничения и рынок резервов не учитываются. Для решения задачи применены два альтернативных метода: стандартный МСР-солвер и алгоритм диагонализации.

Работы [30, 31] являются развитием работ [18, 29]. В них увеличена продолжительность прогнозного периода, расширены возможности для учета неопределенности и увеличено число технологий генерации. С помощью указанных моделей проведен анализ перспектив развития производственных мощностей Франции и Германии.

Одноузловая многоэтапная задача развития производственных мощностей для нескольких производителей и нескольких технологий в работе [20] решена с использованием совершенного равновесия Маркова.

Таким образом, игровые модели позволяют отобразить поведение производителей на рынке с несовершенной конкуренцией с учетом технологических особенностей оборудования и влияния сети. Развитие методов решения МСР-задач сделало возможным решение игровых задач большой размерности.

Недостатком подхода является невозможность решения задач с обратной связью для реальных (больших по размеру) энергосистем. Однако использование игр с  $S$ -адаптированными стратегиями позволяет получить результат, приближенный к результату двухступенчатой игры.

На практике фирмы учитывают, что электростанции, введенные сегодня, будут влиять на будущие решения на оптовом рынке. В свою очередь, будущая работа компании на оптовом рынке будет влиять на



эффективность текущих инвестиционных решений. В то же время, текущие решения на оптовом рынке не влияют на будущие инвестиционные решения и аналогично будущие инвестиционные решения не влияют на текущие ценовые заявки. Следовательно, число необходимых для учета в модели связей может быть существенно сокращено.

Дополнительные возможности для учета стратегий конкурентов при работе на рынке дает применение модели ожидаемых реакций при формулировке краткосрочных задач. Используя данный подход при определении оптимальных объемов производства, компания учитывает ожидаемое изменение объемов производства конкурентов в ответ на свои действия, а следовательно, опосредствовано осознает динамику мощностей конкурентов.

Получение дискретных значений переменных возможно с использованием дополнительных алгоритмов [24].

**Выводы.** В результате проведенных исследований установлено, что прогнозирование развития производственных мощностей в рыночных условиях требует применения специальных инструментов моделирования. В настоящее время для этой цели используются инструменты теории опционов, системной динамики, агентного моделирования и теории игр. Сравнительный анализ указанных подходов позволяет сделать следующие выводы.

1. Средства теории опционов наиболее привлекательны для обоснования эффективности конкретных инвестиционных проектов в условиях рынка. Инструментарий теории опционов также может быть использован при создании более сложных комбинированных моделей.

2. Системная динамика является эффективным инструментом для обобщенного анализа влияния рыночных факторов и административного регулирования на работу и развитие отрасли в целом.

3. Средства агентного моделирования и поиск совершенного равновесия Маркова эффективны для уточнения мощности и выбора очередности ввода незначительного числа предварительно определенных электростанций.

4. Наиболее эффективным подходом для обоснования структуры производственных мощностей в рыночных условиях являются методы теории игр, позволяющие учитывать технологические особенности оборудования и влияние сети. Преодолеть ограничения, связанные с невозможностью непосредственного отображения обратных взаимосвязей между объемами производства и величинами мощностей, можно, применяя игры с  $S$ -адаптированными стратегиями, а также используя модели ожидаемых реакций при формулировке краткосрочных задач.

Modern approaches to simulation of power engineering development under the imperfect competition including the real option theory, system dynamics, agent modeling, game theory have been analyzed. It has been shown that the game theory methods are the most efficient approach for substantiating the structure of production powers in the current market conditions. The approaches which permit representing the interrelations between the production volumes and power values in the game models have been described.

1. Макаров А. А., Мелентьев Л. А. Методы исследования и оптимизации энергетического хозяйства. — Новосибирск : Наука, 1973. — 275 с.
2. *The electricity Market Module of the National Energy Modeling System. Model Documentation Report.* — Washington: Energy Information Administration. — 2004. — 256 p.
3. Костюковський Б. А., Шульженко С. В., Гольденберг І. Я., Власов С. В. Методи та засоби дослідження перспектив розвитку електроенергетики в умовах впровадження ринкових відносин// Проблеми загальної енергетики. — 2002. — № 2. — С. 6—13.
4. *Wien Automatic System Planning (WASP) Package. A Computer Code for Power Generating Expansion Planning.* — Vienna: International Atomic Energy Agency. — 2001. — 274 p.
5. Беляев Л. С., Войцеховская Г. В., Савельев В. А. Системный подход при управлении развитием электроэнергетики. — Новосибирск : Наука, 1980. — 239 с.
6. Dixit A. K., Pindyck R. S. *Investment Under Uncertainty.* — Princeton : Princeton University Press, 1994. — 468 p.
7. Yang M., Blyth W. Modeling Investment Risks and Uncertainties with Real Options Approach. — A Working Paper for an IEA Book: Climate Policy. Uncertainty and Investment Risk. — Paris: IEA, 2007. 30 p. — [www.iea.org/textbase/papers/2007/ROA\\_Model.pdf](http://www.iea.org/textbase/papers/2007/ROA_Model.pdf)
8. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия (Индустриальная динамика). — М. : Прогресс, 1971. — 325 с.
9. *A dynamic simulation model for long-term analysis of the power market/A. Botterud, M. Korpas, K.-O. Vogstad, I. Wangensteen.* 14th PSCC, Sevilla, 24—28 June 2002. — 7 p. — <http://www.citeulike.org/group/7502/article/3507965>
10. *System Dynamics Modelling for Electricity Generation Expansion Analysis/J.J.Sánchez, E.Centeno, J.Barquin/.* — Universidad Pontificia Comillas. 15th PSCC, Liege, 22—26 August, 2005. — 7 p. — [www.systemdynamics.org/conferences/2007/proceed/papers/SANCH367.pdf](http://www.systemdynamics.org/conferences/2007/proceed/papers/SANCH367.pdf)
11. *Modeling Prices in Competitive Electricity Markets. Series in Financial Economics/Hobbs B., Helman U. Complementarity-Based Equilibrium Modeling for Electric Power Markets.* — Chichester: Wiley, 2004. — 337 p.
12. Ford A. Simulating the Impact of a Carbon Market on the Electricity System in the Western USA// Proc. International System Dynamics Conference. — Nijmegen (Netherlands), 2006. — 55 p. — [www.wsu.edu/~forda/Carbon\\_Paper\\_06\\_Conf.pdf](http://www.wsu.edu/~forda/Carbon_Paper_06_Conf.pdf)
13. Gnansounou E., Dong J., Pierre S., Quintero A. Agent-Based Model for Market Oriented Planning of Power Generation Expansion// IEEE Power Systems Conference and Exposition (PSCE'04). — 2004. — P. 457—462.
14. Botterud A., Mahalik M. R., Veselka T. D. et al. Multi-Agent Simulation of Generation Expansion in Electricity Markets//Intern. J. of Innovations in Energy Systems and Power. — 2009. — Vol. 4, № 1. — P. 36—43.
15. Haurie A., Zaccour G., Smeers Y. Stochastic Equilibrium Programming for Dynamic Oligopolistic Markets//J. of Optimization Theory and Applications. — 1990. — Vol. 66 (2). — P. 243—253.
16. Murphy F., Smeers Y. Generation Capacity Expansion in Imperfectly Competitive Restructured Electricity Markets//Operations Research. — 2005. — Vol. 53, № 4. — P. 646—661.
17. Murphy F., Smeers Y. On the Impact of Forward Markets on Investments in Oligopolistic Markets with Reference to Electricity. Part 2. — [http://www.hks.harvard.edu/hepg/Papers/Murphy\\_and\\_Smeers\\_June\\_18\\_07.pdf](http://www.hks.harvard.edu/hepg/Papers/Murphy_and_Smeers_June_18_07.pdf)
18. Pineau P. -O., Murto P. An Oligopolistic Investment Model of the Finnish Electricity Market//Annals of Operations Research. 2003. — Vol. 121. — P. 123—148.
19. Billups S.C., Murty K.G. Complementarity problems//J. of Computational and Applied Mathematics. — 2000. — Vol. 124, № 1—2. — P. 303—318.
20. Bushnell J., Ishii J. An Equilibrium Model of Investment in Restructured Electricity Markets. — Center for the Study of Energy Markets. Paper CSEMWP-164. — <http://repositories.cdlib.org/ucei/csem/CSEMWP-164>

21. *Wei J.-Y., Smeers Y.* Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices// *Operations Research*.— 1999.— Vol. 47 (1).— P. 102—112.
22. *Expansion planning in electricity markets. Two different approaches/M.Ventosa, R.Denis, C.Redondo.* — 14th PSCC, Sevilla, 24—28 June 2002. — 8 p.— [www.iit.upco.es/publicaciones/mostrar\\_publicacion\\_conferencia.php.en](http://www.iit.upco.es/publicaciones/mostrar_publicacion_conferencia.php.en)
23. *Chuang A., Wu F., Varaiya P.* A Game-Theoretic Model for Generation Expansion Planning: Problem Formulation and Numerical Comparisons//*IEEE Transaction Systems on Power Systems*. — 2001. — Vol.16, № 4. — P. 885—890.
24. *Long-term Market Equilibrium Modeling for Generation Expansion Planning/E.Centeno, J.Reneses, R.García, J.J. Sánchez.* — Bologna Tech Conference, June 23—26th, 2003.— Italy. — 7 p. — [www.iit.upcomillas.es/docs/IIT-03-019A.pdf](http://www.iit.upcomillas.es/docs/IIT-03-019A.pdf)
25. *Lapiedra L., Ventosa M., Linares P.* Expansion Planning Model Considering an Emission-Based Permits Market. — Instituto de Investigación Tecnológica. 8ª Jornadas Hispano-lusas de Ingeniería Eléctrica, Algarve,Vilamoura (Portugal), 3—5 July 2003, 8 p. — [www.iit.upcomillas.es/docs/03MVR03.pdf](http://www.iit.upcomillas.es/docs/03MVR03.pdf)
26. *Linares P., Santos F.J., Ventosa M., Lapiedra L.* Incorporating Oligopoly, CO2 Emissions Trading and Green Certificates into a Power Generation Expansion Model//*Automatica*.— 2008. — Vol. 44, № 6. — P. 1608—1620.
27. *Long-Run Equilibrium Modeling of Alternative Emissions Allowance Allocation Systems in Electric Power Markets/J.Z.Schulkin, B.F.Hobbs, J.-S. Pang.* — September, 2007. CWPE 0748 & EPRG 0719. — 27 p. — [www.electricitypolicy.org.uk/pubs/wp/eprg0719.pdf](http://www.electricitypolicy.org.uk/pubs/wp/eprg0719.pdf)
28. *The Elmar Model: Output and Capacity in Imperfectly Competitive Electricity Markets.*— Workshop «Market Modelling of the Central Western European Electricity Market». 15—16 September, 2005, K. U. Leuven. Arie ten Cate Mark Lijesen, 22 p.— <http://www.cpb.nl/eng/pub/cpbreksen/memorandum/94/memo94.pdf>
29. *Electricity Market Reforms: Industrial Developments, Investment Dynamics and Game Modeling/ P.-O.Pineau.* Ph. D. Thesis. École des Hautes Etudes Commerciales.— 2000. — 199 p.— [www.theses.umontreal.ca/theses/nouv/pineau\\_p-o/these.pdf](http://www.theses.umontreal.ca/theses/nouv/pineau_p-o/these.pdf)
30. *Gilotte L. Finon D.* Oligopolistic Game Around Capacity Expansion in Liberalised Electricity Industries: the Case of the French Market, European Colloquium of the International Association of Energy Economists (IAEE)—Energy Markets in Transition.— Bergen, 26—27 August, 2005. — 22 p.— <http://www.snf.no/iaee2005/7th IAEE European Energy Conference/Tuesday August 30th/Concurrent Sessions III/Market Power in Electricity Markets/L. Gilotte, D. Finon and Pignon.pdf>
31. *L.Gilotte, D.Finon.* Investments in Generation Capacities in an Oligopolistic Electricity Market. — Centre International de Recherche sur l'Environnement et le Développement Research Paper.— 29 June, 2006. — 23 p. — [www.centre-cired.fr/IMG/pdf/9\\_Gilotte\\_Finon\\_inv\\_pouvoir\\_marche\\_.pdf.pdf](http://www.centre-cired.fr/IMG/pdf/9_Gilotte_Finon_inv_pouvoir_marche_.pdf.pdf)

Поступила 18.05.09;  
после доработки 25.05.09

*БОРИСЕНКО Андрей Владимирович, канд. техн. наук, докторант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1994 г. окончил Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический ин-т». Область научных исследований — технико-экономическая оптимизация характеристик и режимов работы энергогенерирующего оборудования.*