

---

УДК 621.039.56

**С.Д. Винничук, В.Д. Самойлов**, доктора техн. наук  
Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины  
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,  
тел. (044) 4241063, e-mail: samoylov.vd@gmail.com)

## **Определение токов в коммутационных структурах электроэнергетических сетей с древовидной структурой графа**

Рассмотрена задача построения моделей коммутирующих структур электрических подстанций для тренажеров, в частности определение напряжений в узлах и токов, протекающих через коммутирующие элементы электроэнергетических сетей с древовидной структурой графа. Для расчета потокораспределения в линейных электрических цепях предложен метод свертки, оценка временной сложности которого  $T(n) = \Theta(n)$  при решении СЛАУ, формируемых по законам Кирхгофа.

Розглянуто задачу побудови моделей комутаційних структур електричних підстанцій для тренажерів, а саме визначення напруг у вузлах та струмів, що протікають через комутуючі елементи електроенергетичних мереж з деревовидною структурою графа. Для розрахунку потокорозподілу в лінійних електричних ланцюгах запропоновано метод згортки, оцінка часової складності якого  $T(n) = \Theta(n)$  для розв'язку СЛАУ, що формуються за законами Кірхгофа.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* информационные технологии, коммутационная структура, конструирование тренажеров, конструирование моделей.

Электрические подстанции (ПС) — важные компоненты энергетической системы (ЭС). С их помощью обеспечивается подключение и отключение потребителей, защита от аварийных ситуаций и следовательно, надежность и безопасность эксплуатации всей ЭС [1]. Качество эксплуатации ПС в значительной степени определяется уровнем компетентности ее персонала. Важной составляющей обучения и поддержания квалификации диспетчерского и оперативного персонала ПС является тренажерная подготовка [2]. Использование тренажеров оперативных переключений (ТОП) дает возможность провести такую подготовку как в нормальных, так и в аварийных ситуациях.

В ходе функционирования ТОП действия тренируемого по переключениям коммутационных элементов (КЭ) должны сопровождаться инфор-

© С.Д. Винничук, В.Д. Самойлов, 2015

мацией об изменении состояния коммутационной структуры (КС), а именно: определение и отображение информации о значениях напряжения в ее узлах (местах соединения КЭ) и токов, протекающих через КЭ.

Модель КС, обеспечивающая определение напряжения в узлах КС и токов через КЭ, — основа ТОП, являющегося ситуационным тренажером. В результате действий пользователя происходят изменения состояния КС, включая изменение ее структуры, а также значений токов и напряжений. При этом информация для тренируемых должна появляться в течение комфортного времени отклика, так как большое время отклика уменьшает учебный эффект от тренажерной подготовки.

Необходимость расчета токов в компонентах КС ПС возникает в связи с требованием реализации в модели следующих задач:

- 1) реагирование на недопустимость проведения операций с разъединителем, по которому проходит ток (важно наличие или отсутствие тока);
- 2) срабатывание автоматики при превышении допустимых токов в выключателях, трансформаторах и другом оборудовании;
- 3) вывод значений токов на приборы, установленные в различных зонах ПС.

Первая задача может быть решена посредством анализа графа электроэнергетических распределительных сетей (ЭРС) [3,4]. Для решения задач 2 и 3 требуется определение не только наличия или отсутствия тока, но и его конкретного значения, которое определяется нагрузками, находящимися вне ПС. Их нельзя определить на уровне ПС, но их значения могут быть выбраны для конкретных тренировок из базы данных.

Для определения токов и напряжений в ЭС (задача потокораспределения) необходимо формирование системы уравнений Кирхгофа относительно неизвестных токов либо уравнений Максвелла относительно неизвестных напряжений [5]. Если КС ПС содержит значительное число КЭ (ребер графа) и большое число узлов, в которых эти КЭ соединяются, необходимы такие алгоритмы определения напряжений и токов, которые обеспечат комфортное время отклика модели.

Для уменьшения размерности системы уравнений потокораспределения можно воспользоваться эквивалентными преобразованиями схем. Простейшие примеры реализации ручного расчета установившихся режимов ЭРС приведены в работе [6]. Способы преобразований линейных электрических цепей в систематизированном виде изложены в [7]. Проблематичным в этом случае представляется автоматизированное формирование последовательности таких преобразований для произвольных графов сетей.

В работе [8] описан способ расчета потокораспределения в электрической сети по методу определяющих величин. Одним из его недостатков

является сложность создания формализованных алгоритмов выявления определяющих токов или (и) напряжений, вследствие чего метод применяется в основном при ручных расчетах цепей. Другой его недостаток — отсутствие эффективных приемов расчета сети на ЭВМ. В качестве формализованных алгоритмов выбора определяющих величин и эффективных приемов расчета в работе [8] предложены следующие подходы:

метод проб (применение возможно только для сетей очень малой размерности);

перестановка строк и столбцов исходной матрицы зависимостей (выполняется вручную на точечной диаграмме матрицы);

выбор множества определяющих узлов способом расширения их числа. (Выбирается произвольно несколько узловых напряжений: если по ним можно определить все остальные неизвестные, то это определяющие величины, если нет, их число увеличивается на одно значение напряжения, которое не удалось определить.)

Последний вариант может быть формализован. При этом все операции исключения неизвестных можно реализовать на сигнальной матрице (точечной диаграмме матрицы). В работе [8] указано, что предложенный алгоритм для реальной электрической сети напряжением 110—330 кВ, содержащей более 100 узлов, позволил выделить всего 11 определяющих значений напряжений.

Другое направление исследований — метод подсхем. Он основан на описании части схемы системы только посредством ее внешних переменных, что позволяет исключить из рассмотрения внутренние переменные и уменьшить общее число неизвестных задачи. Метод применяется для расчета линейных и нелинейных электрических цепей. Он состоит в разбиении общей схемы системы на подсхемы, в точках разбиения которых переменные являются граничными условиями и согласуются на основании расчета отдельных подсхем [9]. Этот метод используется при ручных расчетах систем небольшого порядка или в случаях, когда общая система уравнений слишком большая вследствие ограничений по объему оперативной памяти ЭВМ. Тогда расчет потокораспределения в подсхеме проводится любым известным методом с использованием общих переменных подсхем. При этом предельным вариантом считается любая подсхема, содержащая лишь один элемент системы (метод поэлементного наращивания).

Развитием этого метода можно считать метод модификаций (вариант метода подсхем) при моделировании радиотехнических цепей [10]. Идея его состоит в разбиении схемы на подсхемы, состоящие из частей, делители которых равны алгебраическим многочленам небольшой степени. Тогда их корни можно вычислить аналитически с высокой точ-

ностью, а обратная матрица проводимостей исходной подсхемы определяется с помощью алгоритма «вырачивания».

В работе [11] предложен метод расчета электрических режимов, основанный на эквивалентных преобразованиях электрической схемы и замещении генераторов и нагрузок реальными источниками ЭДС или тока. Расчет электрического режима на каждой итерации состоит из двух этапов: замещение рассматриваемой электрической схемы одним или несколькими источниками тока в узле свертки (где фиксировано напряжение), т.е. свертка схемы, и определение напряжений в узлах схемы, т.е. развертка схемы, с последующим расчетом электрического режима генераторов, нагрузок и ветвей.

При свертке схемы используются следующие эквивалентные преобразования: замена параллельных ветвей эквивалентной ветвью; объединение узлов ветви с нулевым сопротивлением; исключение узла с помощью преобразования активной многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник. Предложенный в [11] метод отличается от метода Гаусса решения системы узловых уравнений. Алгоритм расчета имеет приблизительно такую же скорость сходимости, как и метод Зейделя при решении системы узловых уравнений. По сравнению с методом Ньютона этот метод уступает в скорости сходимости, но имеет существенное преимущество по объему вычислений на одной итерации.

Альтернативой методу, предложенному в работе [11], является метод топологической свертки [12] для гидравлических распределительных сетей, в котором использована идея поэлементного наращивания и обеспечивается точное решение СЛАУ, формируемых на итерациях метода Ньютона. В методе свертки реализовано эквивалентирование узла  $v$ , в котором смежные ему узлы, за исключением узла-предка  $v_1$ , — висячие. В алгоритме учтен поиск значения давления (потенциала) в эквивалентуемом узле, при котором расход в ветви  $\{v, v_1\}$  равен нулю. Такое значение давления является граничным для висячего узла  $v$  сети после эквивалентирования. Для сети с древовидным графом можно однозначно сформировать последовательность (очередь) эквивалентуемых узлов, вследствие чего становится возможной автоматизация процесса сворачивания и разворачивания схемы для решения системы линейных уравнений Кирхгофа.

**Электроэнергетические распределительные сети как электрическая цепь.** Подстанция входит в состав ЭС на уровне распределительных сетей. На узлы вводов подается высокое напряжение, которое в трансформаторах преобразуется в пониженное и подается потребителям (нагрузки). Как правило, ЭРС имеют древовидную структуру. При этом в узлах-вводах

напряжения известны (они являются граничными условиями), а напряжения после нагрузок можно принять равными нулю. При известных значениях проводимостей нагрузок в линейной электрической цепи можно определить токи в линиях и напряжения в узлах с помощью метода поэлементного наращивания, аналогичного методу топологической свертки [12], когда значения проводимостей нагрузок определяются в ходе итерационного процесса их подбора.

Поскольку в распределительных сетях напряжением 110 кВ и ниже токи в воздушных линиях практически не изменяются, их изменение не учитывается при расчетах потокораспределения. Поэтому такие сети представляются двухполюсниками, а токи и напряжения — комплексами, включающими модуль и фазу.

При создании ТОП используется сценарно-педагогический подход, а именно: тренажер представляется в виде сценарной структуры, для которой сцены и модели сцен выбираются исходя из требований организации учебно-тренировочного процесса в объеме должностных инструкций обучаемых. В ТОП может быть реализована сцена, на которой ее фон (декорация) — это рисунок мнемосхемы ПС, а коммутационные элементы (компоненты) размещены на мнемосхеме и соединены в узлах [12]. На мнемосхеме для токов и напряжений указывается информация только об их модуле, а данные о фазе отсутствуют. Поэтому при разработке математической модели ЭРС для ТОП можно полагать, что передаваемая мощность не включает реактивной составляющей. Тогда токи и напряжения являются действительными числами, а ЭРС можно считать эквивалентной электрической цепи.

Задача определения тока в ЭРС, содержащей трансформаторы, может быть сведена к задаче определения тока в эквивалентной ЭРС без трансформатора, в которой проводимости в линиях низкого напряжения делятся на квадрат коэффициента трансформации. Такой подход к определению токов в ЭРС, содержащих трансформаторы, который состоит в формировании эквивалентной (в смысле определения токов) сети без трансформаторов, но с измененными проводимостями, называют приведением к единому классу напряжения. При этом важен тот факт, что значение тока в ЭРС, содержащей произвольное число последовательно соединенных участков, можно определять по уравнению Кирхгофа для единого контура электрической цепи (линейное соотношение), а не по уравнению баланса мощностей, куда ток входит во второй степени. Правило определения суммарного сопротивления сети соответствует правилам его определения для линейных электрических цепей:

при последовательном соединении суммарное сопротивление равно сумме сопротивлений;

при параллельном соединении суммарная проводимость равна сумме проводимостей.

Необходимо заметить, что при объединении всех узлов с нулевым напряжением в один узел и соединении его с узлом ввода через ЭДС, обеспечивающую в узле ввода известное значение напряжения, получаем эквивалентную электрическую цепь. Такая электрическая цепь аналогично формируется и для произвольной ЭРС с одним узлом ввода. Следовательно, определение токов и напряжений в анализируемых ЭРС может быть реализовано с использованием методов теории линейных электрических цепей.

Покажем далее, что для произвольной ЭРС с древовидной структурой графа сети при одном входном узле и известных сопротивлениях линий и коэффициентах трансформации для двухобмоточных и трехобмоточных трансформаторов можно определить токи в ветвях и напряжения в узлах, используя число операций, пропорциональное числу узлов.

**Метод свертки ЭРС в случае фиксированных проводимостей линий и нагрузок.** При определении токов для ЭРС последовательно соединенные ветви можно заменить одной ветвью с суммарным сопротивлением, а множество параллельных ветвей, соединяющих внутренний узел с узлом «земля» — одной эквивалентной ветвью с проводимостью, равной сумме проводимостей параллельных ветвей, если этот узел не является трансформатором. В случае, если узел является трансформатором, действует аналогичное правило, но по отношению к проводимостям, деленным на квадрат соответствующего ветви коэффициента трансформации. Конечная цель таких преобразований схемы ЭРС — формирование уравнения для тока в единственной ветви, инцидентной узлу-входу.

Покажем теперь, что такой процесс сворачиваний схемы ЭРС может быть построен автоматически для произвольной ЭРС древовидной структуры с одним узлом-входом.

А л г о р и т м  $S$  метода свертки.

Шаг 1. Задано число узлов графа без узлов «земля», равное  $V$ , число ветвей  $E$ , список инцидентов и проводимостей ветвей графа. Указаны узлы, являющиеся двух- и трехобмоточными трансформаторами. Указан узел ввода. Построение ориентированного корневого дерева с корнем в узле ввода. Уровни дерева определяются методом поиска в ширину. Узел начала ветви принадлежит множеству узлов с меньшим номером уровня. Формируется последовательность узлов по правилу: узел уровня с большим номером может войти в последовательность только тогда, когда в нее вошли все узлы уровня с меньшими номерами. Узлы «земля» в список не входят. Последовательность узлов записана в массиве  $PU[1:V]$ , а в массиве



в  $VU [1:V]$  указано число ветвей, для которых этот узел является началом. Анализ узлов начинается с узла, указанного в массиве  $PU$  в ячейке  $i = V$ .

Шаг 2. Анализ узла  $u = PU [i]$ . Если  $k = VU [u] = 0$ , переход к шагу 7 алгоритма. Если  $k > 0$  и узел не трансформатор, то при  $k > 1$  перейти к шагу 4, при  $k = 1$  перейти к шагу 5, а иначе — к шагу 3.

Шаг 3. Определение новых значений эквивалентных проводимостей  $k$  ветвей узла посредством деления на соответствующий им коэффициент трансформации в квадрате.

Шаг 4. Определение суммарной проводимости узла как суммы эквивалентных проводимостей  $k$  ветвей узла, а также относительной части тока, поступающего в узел  $u$ , как отношения проводимости ветви к суммарной проводимости узла.

Шаг 5. Определение ветви-предка для узла  $u$ . Если ветвь-предок отсутствует, т.е. узел является корнем, перейти к шагу 8, а иначе — к шагу 6.

Шаг 6. Определение значения эквивалентной проводимости части схемы, включающей ветвь-предка и  $k$  ветвей узла, для которых он является началом. Найденное значение эквивалентной проводимости отнести к ветви-предку.

Шаг 7.  $i = i - 1$ . Перейти к шагу 2.

Шаг 8. Определение суммарного значения тока, поступающего в узел входа.

Шаг 9.  $i = 1$ .

Шаг 10.  $u = PU [i]$ ,  $k = VU [u]$ . При  $k = 0$  перейти к шагу 12.

Шаг 11. Определение тока в каждой из  $k$  ветвей, смежных узлу  $u$ , для которых он является началом, как части тока, поступающего в узел  $u$ , а также величины напряжения в узле, инцидентному анализируемой ветви и не совпадающему с  $u$ . При определении напряжения используется найденное ранее напряжение в узле  $u$ , значение тока в ветви, коэффициент трансформации для соответствующей ветви, если это линия низкого (НН) или среднего (СН) напряжения трансформатора, и исходное (не эквивалентное) значение проводимости ветви.

Шаг 12.  $i = i + 1$ .

Шаг 13. При  $i \leq V$  перейти к шагу 10, а иначе — к шагу 14.

Шаг 14. Вывод результатов расчета и завершение работы алгоритма.

**Оценка трудоемкости алгоритма S.** На шаге 1 алгоритма строим корневое дерево с использованием метода поиска в ширину и определяем последовательность рассмотрения узлов на этапах сворачивания и разворачивания схемы ЭРС. Для работы метода поиска в ширину необходимо построение списка смежности по задаваемому списку инцидентий, сформированному для неориентированного графа. Для этого требуется число

операций, пропорциональное сумме числа ветвей и узлов (по списку инцидентий определяется число вхождений каждого из узлов в ветви графа сети, а при повторном прохождении списка инцидентий заполняется список смежности), т.е. составляющее величину порядка  $O(V + E)$ .

Временная сложность метода поиска в ширину также является величиной порядка  $O(V + E)$ . Последовательность рассмотрения узлов на этапе сворачивания и разворачивания схемы ЭРС совпадает с очередью узлов, формируемой при работе метода поиска в ширину. Поэтому для ее формирования не требуется дополнительных вычислений.

При дальнейшей работе алгоритма предполагается, что граф ЭРС является ориентированным, так как для каждого из узлов следует определять смежные ветви, для которых такой узел будет началом. Для преобразований неориентированного графа в ориентированный в списке инцидентий необходимо точно определить узлы начала и конца ветвей, что реализуется на основе сравнения уровней узлов, присвоенных им при работе метода поиска в ширину. Корневым узлом (корнем дерева) будет единственный узел входа, а узел «земля» имеет номер 0 и никогда не может быть началом ветви. Временная сложность этой операции является величиной порядка  $O(E)$ . Построение аналогичного списка смежности, где вместо смежных узлов указаны смежные узлу ветви, для которых узел является началом в случае ориентированного графа, требует меньшего числа операций, чем в случае неориентированного графа. Поэтому повторное построение списков смежности уже для ориентированного графа имеет ту же временную сложность  $O(V + E)$ .

При работе алгоритма используются ветви-предки узла. В случае ориентированного графа, заданного списком инцидентий, ветвь-предок узла — это ветвь, в которой узел является концом ветви. Для древовидного ориентированного графа, представленного как корневое дерево, такая ветвь — единственная. В случае поиска ветвей-предков для всех узлов достаточно один раз выполнить операцию для узлов конца ветвей списка инцидентий. Временная сложность такой операции  $O(E)$ .

На шагах 2—7 реализуется сворачивание схемы. При оценке временной сложности исходят из наиболее трудоемкого варианта задачи. Максимальное число операций будет в случае, когда при анализе каждого из узлов выполняются все операции шагов 2—7. Это соответствует условию, что все узлы являются трехобмоточными трансформаторами и каждая из ветвей является линией НН или СН трансформатора. Но и в этом случае максимально возможное суммарное число операций не превосходит  $2E + 3V$  операций деления,  $E + 2V$  операций сложения и вычитания. Следовательно, общее число операций при их приведении, например, к операции сложения, является величиной порядка  $O(V + E)$ .



На шагах 8—14 реализуется разворачивание схемы (обратный ход метода). Тогда максимально возможное суммарное число операций не превосходит  $E$  числа операций деления,  $2E$  числа операций умножения,  $E$  числа операций сложения и вычитания. Следовательно, общее число операций при их приведении, например, к операции сложения, является величиной порядка  $O(E)$ . Общее число операций сложения, умножения и деления при их приведении к операции сложения характеризуется временной сложностью  $O(V + E)$ , а операции присвоения и проверки условий не увеличивают оценку временной сложности.

Поскольку для графа древовидной структуры  $V = E + 1$ , оценка времени работы итерационного алгоритма  $T(n)$  определяется равенством  $T(V) = \Theta(V)$ .

**Определение токов в ветвях и напряжений в узлах графа ЭРС при заданных нагрузках потребления.** Пусть известны граф, представляющий ЭРС, напряжение в единственном входном узле, проводимости линий между узлами схемы сети, сопротивление линий СН и НН трансформаторов и нагрузки, задаваемые величиной потребляемой активной мощности. К нагрузкам также отнесем потребление собственных нужд трансформаторов. Необходимо определить токи в ветвях и напряжение в узлах схемы ЭРС. Эта задача не может быть прямо решена с помощью алгоритма  $S$ , так как неизвестными являются проводимости нагрузок.

Согласно входной информации об ЭРС при графическом представлении графа ЭРС нет необходимости формировать ветви, в которых одним из узлов является узел «земля». Такие ветви можно формировать автоматически по задаваемой суммарной нагрузке узла сети. В этом случае уменьшается число ветвей графа, для которых формируется список инцидентов и задается значение проводимости. В то же время, необходимо задать величину нагрузок для каждого узла, либо указать 0, если нагрузки в узле нет. При этом обеспечивается единообразное задание разнородной информации о сопротивлениях линий (характеристика ветви графа) и нагрузках (характеристика узла графа).

Проводимость нагрузки определяется как отношение мощности нагрузки к квадрату напряжения, подведенного к нагрузке. Из трех величин мощность известна. Если задать начальные значения напряжений в узлах, то по ним можно рассчитать значения проводимостей для нагрузок, с помощью алгоритма  $S$  определить новые значения напряжений, уточнить проводимости нагрузок и продолжать этот итерационный процесс до достижения требуемой точности, оценку которой целесообразно проводить по отношению к рассчитанной мощности нагрузки. Такой способ расчета представлен алгоритмом  $S1$ , включающим в себя модифицированный вариант алгоритма  $S$ .

А л г о р и т м  $S1$ .

Шаг 1. Задано: число узлов графа (без узлов «земля»), равное  $V$ , число ветвей  $E$ , не содержащих ветвей, инцидентных узлу «земля», список инцидентностей и проводимости ветвей графа, нагрузки узлов. Указаны узлы, являющиеся двух- и трехобмоточными трансформаторами. Указан узел входа. Аналогично алгоритму  $S$  строится ориентированное корневое дерево с корнем в узле входа. Уровни дерева определяются методом поиска в ширину. Узел начала ветви принадлежит множеству узлов с меньшим номером уровня. Определяются ветви-предки узлов. Формируется последовательность узлов по правилу: узел уровня с большим номером может войти в последовательность только тогда, когда в нее вошли все узлы уровня с меньшими номерами. Предполагается, что последовательность узлов записана в массиве  $PU [1:V]$ , а в массиве  $VU [1:V]$  указано число ветвей, для которых этот узел является началом.

Шаг 2. Определение начальных значений напряжений в узлах по нулевым значениям токов.

Шаг 3. Определение итерационного значения проводимостей нагрузок.

Шаг 4.  $i = V$ .

Шаг 5. Анализ узла  $u = PU [i]$ . Если узел представляет трансформатор, то перейти к шагу 6, а иначе — к шагу 7.

Шаг 6. Определение новых значений эквивалентных проводимостей  $k = VU [i]$  ветвей узла, появившихся вследствие деления на соответствующий коэффициент трансформации в квадрате.

Шаг 7. Определение суммарной проводимости узла как суммы эквивалентных проводимостей  $k$  ветвей узла и проводимости нагрузки, а также относительной части тока, поступающего в узел  $u$ , как отношения проводимости ветви к суммарной проводимости узла.

Шаг 8. Определение ветви-предка для узла  $u$ . Если ветвь-предок отсутствует, т.е. узел является корнем, перейти к шагу 11, а иначе — к шагу 9.

Шаг 9. Определение значения эквивалентной проводимости части схемы, включающей ветвь-предка,  $k$  ветвей узла, для которых он является началом, и условную ветвь, представляющую нагрузку узла. Найденное значение эквивалентной проводимости отнести к ветви-предку.

Шаг 10.  $i = i - 1$ . Перейти к шагу 5.

Шаг 11. Определение суммарного значения тока, поступающего в узел входа.

Шаг 12.  $i = 1$ .

Шаг 13.  $u = PU [i]$ ,  $k = VU [u]$ . При  $k = 0$  перейти к шагу 15.

Шаг 14. Определение тока в каждой из  $k$  ветвей, смежных узлу  $u$ , для которых он является началом, как части тока, поступающего в узел  $u$ , а также величины напряжения в узле, инцидентному анализируемой ветви и

не совпадающему с  $u$ . При определении напряжения используется найденное ранее напряжение в узле  $u$ , значение тока в ветви, коэффициент трансформации для соответствующей ветви, если это линия НН или СН трансформатора, и исходное (не эквивалентное) значение проводимости ветви.

Шаг 15. Определение расчетного значения мощности, передаваемого нагрузке, и модуля относительной величины отклонения  $\delta_i$  от ее заданного значения.

Шаг 16.  $i = i + 1$ .

Шаг 17. При  $i \leq V$  перейти к шагу 13, а иначе — к шагу 18.

Шаг 18. Если максимальное значение ошибки  $\delta = \max_{1 \leq i \leq V} \delta_i$  превышает допустимое, перейти к шагу 3, а иначе — к шагу 19.

Шаг 19. Вывод результатов расчета и завершение работы алгоритма.

**Существование решения и сходимость простой итерации по подбору проводимостей нагрузок.** Задача определения токов и напряжений при фиксированном напряжении во входном узле и заданных нагрузках потребителей не всегда имеет решение. При известном входном напряжении и сопротивлениях линий ЭРС мощности нагрузки ограничены некоторым максимальным значением, которое обусловлено тем, что дальнейшее увеличение тока приводит к такому уменьшению напряжения, при котором уменьшается величина произведения тока на напряжение.

Если ЭРС содержит только одну линию с проводимостью  $g$ , максимальное значение мощности, передаваемой нагрузке, определяется из условия  $U'_n(I) = ((U_{вх} - I/g)I)' = 0$ , где  $I$  — ток в линии;  $U_{вх}$  — напряжение в узле входа;  $U_n(I)$  — напряжение на нагрузке. Решением этого уравнения является значение тока, равное  $gU_{вх}/2$ . Тогда предельное значение мощности, передаваемой нагрузке, составит  $P_{\max} = U_{вх}^2 g / 2$ .

Значение  $P_{\max}$  может быть как бóльшим (тогда решение существует), так и меньшим заданного значения нагрузки  $P_n$  (тогда решение отсутствует). На самом деле, в реальных ЭРС мощность нагрузки никогда не достигает максимального значения. Но при формировании модельных примеров может быть задано значение нагрузки, превышающее предельное. Поэтому необходимо диагностировать случаи отсутствия решения задачи потокораспределения. Покажем, как это можно сделать, используя результаты работы алгоритма S1.

Пусть ЭРС содержит два узла: вход (узел 1) и нагрузка (узел 2), соединенные линией с некоторой проводимостью  $g$ . Пусть напряжение во входном узле 1 равно 100 В, а нагрузка на узле 2 — 1000 Вт. В таблице приведены результаты итерационного подбора проводимости нагрузки для двух значений проводимости  $g$ . Звездочкой отмечены случаи, когда значение напряжения стало ниже  $0,25 U_{вх}$ , и тогда не указывается значение мощности, фактически переданной нагрузке.

Из таблицы следует, что монотонно изменяются значения  $g_n$  (возрастает),  $I_n$  (возрастает) и  $U_n$  (убывает). Однако величина переданной нагрузке мощности  $P_n(\phi)$  монотонно возрастает только при наличии решения. Если решение отсутствует, то значение  $P_n(\phi)$  с некоторого момента начинает убывать, что сопровождается убыванием значения  $U_n(I)$  до нуля и даже до отрицательных значений. Если при этом ограничить минимально допустимое значение напряжения нагрузки, то на двух последующих итерациях получим одинаковые значения  $g_n, I_n, U_n$  и  $P_n(\phi)$ , что является признаком окончания итерационного процесса. Тогда признаком существования решения будет близость  $P_n(\phi)$  к заданному значению мощности нагрузок. Если максимальное отклонение  $P_n(\phi)$  от заданного значения мощности нагрузок превышает допустимую величину, то решение отсутствует.

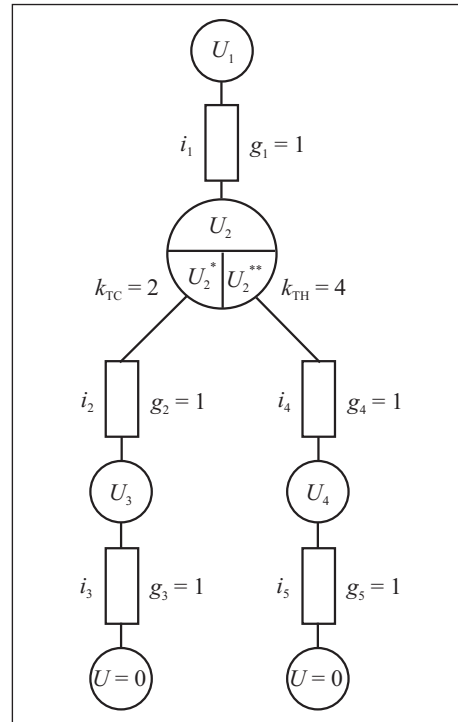
Анализ ряда вариантов ЭРС при различных значениях проводимостей линий показал, что изменения значений проводимостей нагрузок, токов и напряжений для нагрузок, а также передаваемой нагрузке мощности, идентичны приведенным в таблице. Способ ограничения снизу значения напряжения нагрузок позволяет получить итерационное решение, на основании которого можно установить факт наличия решения и найти его, когда оно существует.

В алгоритме S1 реализован метод простой итерации, характеризуемый линейной сходимостью, когда для произвольной  $j$ -й нагрузки  $P_{nj}^{(i)}$  на итерационном шаге  $i$  справедливо неравенство  $|P_{nj} - P_{nj}^{(i+1)}(\phi)/P_{nj}| < \alpha |P_{nj} - P_{nj}^{(i)}(\phi)/P_{nj}|$ , где  $\alpha < 1$ . По результатам численных экспериментов установлено, что коэффициент  $\alpha$  зависит от соотношения суммарной мощности нагрузок  $P_\Sigma$  к мощности  $P_{вх}$ , подаваемой на узел входа. Так, при

| $g = 0, 2 \text{ См}$  |          |           |             | $g = 0,4 \text{ См}$ |         |          |             |
|--|----------|-----------|-------------|----------------------|---------|----------|-------------|
| $g_n$  | $I_n$    | $U_n$     | $P_n(\phi)$ | $g_n$                | $I_n$   | $U_n$    | $P_n(\phi)$ |
| 0,066667   | 5,00000  | 75,00000  | 562,500     | 0,066667             | 5,71427 | 85,71429 | 734,694     |
| 0,118519   | 7,44186  | 62,79070  | 700,919     | 0,090741             | 7,39623 | 81,50943 | 904,293     |
| 0,169090   | 9,16254  | 54,18731  | 744,730     | 0,100344             | 8,02202 | 79,94494 | 961,980     |
| 0,227046   | 10,63332 | 46,83338  | 746,992     | 0,104310             | 8,27349 | 79,31626 | 984,334     |
| 0,303947   | 12,06266 | 39,68672  | 718,091     | 0,105970             | 8,37759 | 79,05602 | 993,448     |
| 0,423271   | 13,58224 | 32,08878  | 653,756     | 0,106669             | 8,42121 | 78,94698 | 997,243     |
| 0,647444   | 15,27992 | 25,0000 * |             | 0,106964             | 8,43957 | 78,90106 | 998,837     |
| 1,066667   | 16,84211 | 25,0000 * |             | 0,107089             | 8,44733 | 78,88169 | 999,509     |
| Точность не достигнута: $ 1 - P_n(\phi)/P_n  > 0,36$ .<br>Решение отсутствует. |          |           |             | Точность достигнута  |         |          |             |

$g = 0,4$  коэффициент  $\alpha$  увеличивается от 0,36 до 0,42. Если проводимость  $g$  увеличить в 10 раз (в 10 раз уменьшены потери в линиях), то на трех шагах итераций значение  $P_{\text{н}}(\phi)$  равно 967,482; 998,899; 999,963, а коэффициент  $\alpha$  близок к значению 0,0338, т.е. скорость сходимости увеличилась более чем в 10 раз.

Аналогичные результаты получены и для ЭРС, представленной на рисунке, где вместо проводимостей линий, соответствующих ветвям 3 и 5, заданы нагрузки узлов 2 и 4. Активные сопротивления представлены проводимостями с индексами, соответствующими номерам ветвей графа, которым соответствуют и индексы для токов в линиях. Индексы напряжений соответствуют узлам графа сети, где  $U = 0$  означает, что данный узел — это «земля» и напряжение в узле равно нулю. Трехобмоточный трансформатор представлен



Расчетная схема ЭРС

коэффициентами трансформации  $k_{\text{ТС}}$  и  $k_{\text{ТН}}$  для линий соответственно среднего и низкого напряжения. Напряжение в узле 2 после трансформатора для линии СН обозначено  $U_2^*$ , а для линии НН —  $U_2^{**}$ . Сопротивление трансформатора по линии СН представлено проводимостью  $g_2$ , а по линии НН —  $g_4$ .

При нагрузке  $P_{\text{н3}} = 50$  для узла 3 и нагрузке  $P_{\text{н4}} = 20$  для узла 4 решение задачи получено за шесть итераций при  $\alpha \leq 0,32$ . При уменьшении нагрузок в узлах в пять раз решение задачи получено за три итерации при  $\alpha \leq 0,055$ , что соответствует уменьшению значения  $\alpha$  более чем в пять раз.

Рассмотренный метод свертки позволяет за линейное время, соответствующее числу узлов, решить систему линейных уравнений потокораспределения в линейной электрической цепи, представляемой древовидным графом, с известными сопротивлениями линий для одного узла входа. В этом случае при использовании алгоритма  $S$  граничное значение напряжения в эквивалентуемом узле всегда равно нулю. Но существуют подстанции, имеющие несколько входов с различным уровнем напря-

жения. Каждому такому входу соответствует граф древовидной структуры, а вся ЭРС является лесом деревьев.

Для расчета потокораспределения в таких ЭРС возможны два подхода:

1) расчет потокораспределения в каждой ЭРС, представленной связным графом;

2) формирование единого связного графа древовидной структуры посредством введения фиктивного единого узла входа.

Во втором случае в узле входа, например  $v_0$ , задается некоторое значение напряжения  $U_{v_0}$ . В каждом из узлов  $v_i$  известно значение напряжения  $U_{v_i}$ . Вводится дополнительный фиктивный узел  $v_{i0}$ , являющийся двухобмоточным трансформатором, который соединяется с узлами  $v_0$  и  $v_i$ . Коэффициент трансформации двухобмоточного трансформатора равен  $U_{v_0} / U_{v_i}$ , а проводимости ветвей  $(v_0, v_{i0})$  и  $(v_{i0}, v_i)$  выбираются, исходя из условия, что потери напряжения на них не изменяют значений напряжения на входах при его выводе на экран независимо от токов нагрузок.

## Выводы

1. При создании мультимедийных тренажеров для персонала энергоузла и подстанций необходимы модели коммутирующих структур, формирующие при комфортном времени отклика напряжения в узлах и токи через КЭ КС.

2. Для расчета потокораспределения в эквивалентной КС линейной электрической цепи с известными проводимостями линий и нагрузок предложенный метод свертки обеспечивает решение задачи относительно неизвестных токов и напряжений за время, пропорциональное числу узлов, и не требуется формирования матрицы системы уравнений.

3. Предложенный алгоритм  $S1$  определения неизвестных проводимостей нагрузок, в ходе работы которого на каждой итерации используется алгоритм  $S$ , позволяет выявлять отсутствие решения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 24291-90 «Электрическая часть электростанции и электрической сети. Термины и определения». — Введ. 01.01.92.
2. Головинский И.А., Любарский Ю.Я., Моржин Ю.И. Возможности тренажеров оперативных переключений для персонала предприятий энергетики // Зб. наук. праць. Спец. вип. Т.1. — Київ: Ін-т проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2005. — С. 103—110.
3. Головинский И.А., Тумаков А.В. Топологический контроль наличия нагрузки на элементах электрических схем // Естественные и технические науки. — 2013. — № 2 (64). — С. 252—263.
4. Самойлов В.Д. Определение напряжений и токов коммутационной структуры поиском на графе // Зб. наук. праць. Спец. вип. Т.3. «Моделювання та інформаційні технології». Матеріали конф. «Моделювання — 2010». — Київ: Ін-т проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2010. — С. 131—139.



5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. — 9-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 1996. — 638 с.
6. Ананичева С.С., Мызин А.Л. Схемы замещения и установившиеся режимы электрических сетей: Учеб. пособие. 6-е изд., испр. — Екатеринбург: УрФУ, 2012. — 80 с.
7. Максимович Н.Г. Линейные электрические цепи и их преобразования. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. — 267 с.
8. Грицай М.А., Журавлев В.Г. Расчет потокораспределения в электрической сети по методу определяющих величин // Электричество. — 1968. — №8. — С. 17—20.
9. Бунь Р.А., Васильев Е.Д., Семотюк В.Н. Моделирование электрических цепей методом подсхем. Отв. ред. Грицык В.В. — Киев: Наук. думка, 1991. — 176 с.
10. Рыбин А.И. Анализ линейных цепей методом модификаций с нормированием «вырашиваемых» параметров // Радиотехника. — 2001. — №2. — С. 42—52.
11. Шаргин Ю.М., Меркурьев А.Г. Расчет электрических режимов методом эквивалентных преобразований // Электричество. — 2003. — №4. — С. 53—55.
12. Винничук С.Д. Метод линейной свертки для решения задач расчета потокораспределения в сетях древовидной структуры // Сб.науч.тр. Методы и средства компьютерного моделирования — Киев: Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины, 1997. — С. 53—54.
13. Нетлюх О.П., Самойлов В.Д. Построение тренажеров для персонала энергопредприятий. Компьютерные технологии. Спецификации. Модели. — LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. — 133 с.

S.D. Vynnychuk, V.D. Samoylov

#### DETERMINATION OF THE CURRENTS IN THE SWITCHING STRUCTURES OF THE ELECTRICAL ENERGY NETWORKS WITH TREE GRAPH'S STRUCTURE

The problem of constructing models of switching structures of electrical substations for simulators, where one of the objectives is to determine the stresses in the nodes and the currents through the switching elements of the electric power networks with a tree graph structure. To calculate the flow distribution in linear electric circuits the authors have proposed a method to estimate the time convolution operation iterative algorithm  $T(n) = \Theta(n)$ , which corresponds exactly to the solution of linear algebraic equation system formed under the Kirchhoff laws.

*Keywords* : informational technologies, switching structure, designing simulators, designing models.

#### REFERENCES

1. GOST 24291-90. *Elektricheskaya chast elektrostantsii i elektricheskoy seti. Terminy i opredeleniya* [GOST 24291-90, Electrical power plants and power grid. Terms and Definitions].
2. Golovinskiy, I.A., Lyubarskiy, Yu.Ya. and Morzhin, Yu.I. (2005), “Features of the simulators of routine switching for personnel of power plants”, *Zbirnyk naukovykh prats. Spetsialnyy випуск, Kyiv, Instytut problem modelyuvannya v enerhetytsi im.G.E.Pukhova NAN Ukrayiny*, Vol.1, pp. 103-110.
3. Golovinskiy, I.A. and Tumakov, A.V. (2013), “Topological control of the loading availability on the elements of the electrical circuits”, *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, Vol. 64, no. 2, pp. 252-263.

4. Samoylov, V.D. (2010), "Determination of voltages and currents of the switching structure search on a graph", *Zbirnyk naukovykh prats IPME im. G.E. Pukhova, Spets. vyp., Modelyuvannya ta informatsiyni tekhnolohiyi. Materialy konferentsiyi "Modelyuvannya-2010"* [Modeling and information technologies. Proceedings of the conference "Modeling-2010"], Kyiv, IPME im. G.E. Pukhova NAN Ukrainy, 2010, Vol. 3, pp. 131-139.
5. Bessonov, L.A. (1996), *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. Elektricheskie tsepi. 9-e izd., pererab. i dop.* [Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits. 9th ed., rev. and add.], Vysshaya shkola, Moscow, Russia.
6. Ananicheva, S.S. and Myzin, A.L. (2012), *Skhemy zameshcheniya i ustanovivshiesya rezhimy elektricheskikh setey: uchebnoe posobie, 6-e izd., ispr.* [Equivalent circuits and set modes of electrical networks. Tutorial], UrFU, Ekaterinburg, Russia.
7. Maksimovich, N.G. (1961), *Lineynye elektricheskie tsepi i ikh preobrazovaniya* [Linear circuits and their converting], Gosenergoizdat, Moscow-Leningrad, Russia.
8. Gritsay, M.A. and Zhuravlev, V.G. (1968), "Calculation of the flow distribution in electrical network by the method of determining the values", *Elektrichestvo*, no. 8, pp. 17-20.
9. Bun, R.A., Vasilyev, E.D. and Semotyuk, V.N. (1991), *Modelirovanie elektricheskikh tsepey metodom podskhem. Otv. red. Gritsyk, V.V.* [Simulation of electrical circuits by subcircuits. Ed. Grytskyk, V.V.], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
10. Rybin, A.I. (2001), "Analysis of linear circuits by modification method with the valuation of «grown» parameters", *Radioelektronika*, no. 2, pp. 42-52.
11. Shargin, Yu.M. and Merkuryev, A.G. (2003), "Calculation of electrical modes by the method of equivalent transformations", *Elektrichestvo*, no. 4, pp. 53-55.
12. Vynnychuk, S.D. (1997), "The method of linear convolution for the solution of the calculation problems of flow distribution in the network of tree structure", *Metody i sredstva kompyuternogo modelirovaniya (po materialam ezhegodnoy konferentsii instituta 1996 i 1997 gg.)*. *Sbornik nauchnykh trudov* [Methods and means of computer simulation (based on the data of annual conference of the Institute of 1996 and 1997). The collection of scientific works], Kiev, IPME NAN Ukrainy, pp. 53-54.
13. Netlyukh, O.P. and Samoylov, V.D. (2013), *Postroenie trenazherov dlya personala energo predpriyatiy. Kompyuternye tekhnologii. Spetsifikatsii. Modeli.* [Construction of simulators for personnel of power enterprises. Computer technology. Specifications. Models.], LAP LAMBERT Academic Publishing.

Поступила 24.07.15

*ВИННИЧУК Степан Дмитриевич, д-р техн. наук, и.о. зав. отделом Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1977 г. окончил Черновицкий государственный университет. Область научных исследований — модели, методы и программные средства для анализа систем сжимаемой и несжимаемой жидкостей, режимы электроэнергетических систем, частотная противоаварийная автоматика, теория алгоритмов.*

*САМОЙЛОВ Виктор Дмитриевич, д-р техн. наук, профессор, зав. отделом имитационного моделирования Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1960 г. окончил Украинскую академию сельскохозяйственных наук. Область научных исследований — компьютерные технологии моделирования, тренажеры, профессиональная диагностика в энергетике.*