
УДК 621.56 : 629.7

А.А. Чирва, аспирант

Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03152, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (050) 1976710, e-mail: chirvaalexander@yandex.ru)

Моделирование нестационарных тепловых процессов в пластинчатых теплообменниках с учетом внешнего обтекания

Представлена общая математическая модель нестационарных тепловых процессов, протекающих в пластинчатых теплообменниках системы подготовки воздуха самолетов, с учетом тепловых потерь в окружающую среду и конструкцию. Теплообменник рассматривается как совокупность однородных пластин, толщина которых значительно меньше длины и ширины. Приведено решение дифференциального уравнения теплопроводности для тонкой пластины методом конечных разностей.

Представлено загальну математичну модель нестационарних теплових процесів, що протікають в пластинчатих теплообмінниках системи підготовки повітря літаків, з урахуванням теплових втрат у навколишнє середовище та конструкцію. Теплообмінник розглядається як сукупність однорідних пластин, товщина яких значно менше довжини та ширини. Наведено розв'язок диференційного рівняння теплопровідності для тонкої пластини методом кінцевих різниць.

К л ю ч е в ы е с л о в а: пластинчатый теплообменник, трехпоточный теплообменник, уравнение теплопроводности, метод конечных разностей.

В самолетах для обеспечения требуемой температуры воздуха, получаемого от двигателя, используется система подготовки воздуха (СПВ). В таких системах при регулировании температуры большое значение имеют пластинчатые теплообменники. Результаты многочисленных испытаний таких теплообменников на самолете показали, что выходные температуры теплоносителей из теплообменника для ряда режимов значительно ниже температур, определяемых по имеющимся моделям теплообменника. В максимальной степени это проявляется в режимах с нулевым расходом продувочного воздуха. Данное несоответствие можно объяснить наличием тепловых потерь в окружающую среду и в конструкцию самолета.

Анализ известных методик расчета тепловых и гидравлических характеристик теплообменных аппаратов [1—3], используемых в системах

© А.А. Чирва, 2014

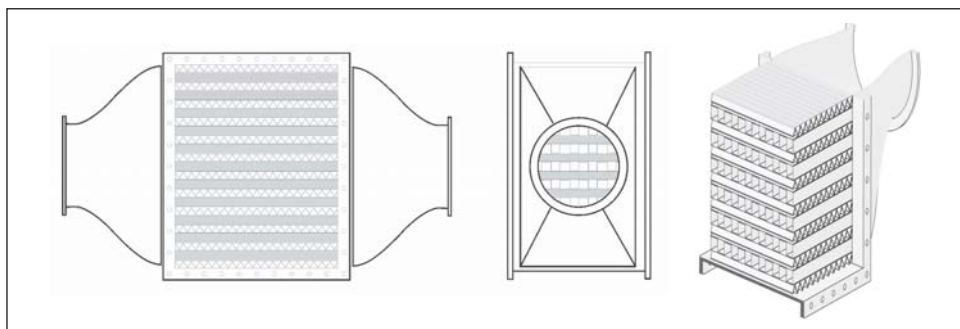


Рис. 1. Схема пластинчатого теплообменника

подготовки воздуха пассажирских и транспортных самолетов, свидетельствует о том, что в существующих методиках не учитываются тепловые потери во внешнюю среду. Методики расчета тепловых потерь, изложенные в [4], позволяют определить потери для теплообменников с прямым направлением потоков и противоток только в установившемся режиме. Поэтому необходима разработка новой модели пластинчатого теплообменника, позволяющей выполнять расчет тепловых и гидравлических характеристик теплообменника в нестационарной постановке с учетом не только теплопередачи между его линиями, но и потерь тепла во внешнюю среду.

Общая математическая модель теплообменника. Пластинчатый теплообменник, применяемый в СПВ, состоит из цельного литого корпуса, в который вставлен пакет из теплопередающих пластин. Между пластинами могут находиться гофрированные вставки прямоугольного или треугольного сечения (рис. 1).

Основные допущения при моделировании нестационарных тепловых процессов в теплообменнике следующие:

- 1) в качестве теплоносителей рассматривается воздух как идеальный газ;
- 2) значения параметров воздуха в каждой точке расчетных элементарных объемов теплообменника постоянны;
- 3) лучистый теплообмен не рассматривается;
- 4) интенсивность теплопередачи между конструкцией и теплоносителями определяется коэффициентами теплоотдачи.

При теплопередаче между линиями теплообменника часть тепла через корпус и теплоизоляционные материалы уходит в окружающую среду и конструкцию самолета [4]. Эти тепловые потери можно считать третьим потоком и рассматривать двухпоточные теплообменники как трехпоточ-

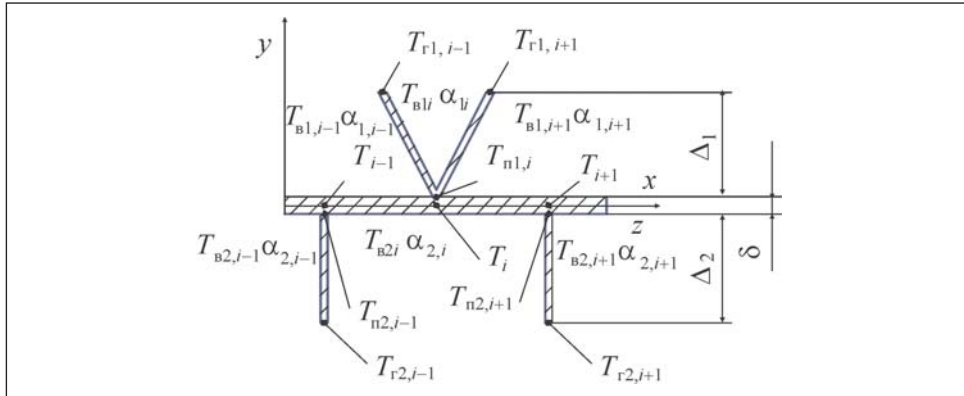


Рис. 2. Схема теплопередающей пластины для прямоточных и противоточных теплообменников (для перекрестного тока верхние каналы повернуты на 90° относительно нижних)

ные. Их можно учесть, решая дифференциальное уравнение теплопроводности для всей конструкции теплообменника.

Для построения математической модели рассмотрим теплообменник как совокупность однородных пластин, толщина которых значительно меньше ширины и длины пластины. Между пластинами размещены каналы воздуха, параметры которого изменяются вдоль пластины. Дифференциальное уравнение теплопроводности для такой пластины имеет вид [5]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где a_m — коэффициент температуропроводности; T — температура пластины; τ — текущее время; x, y, z — координаты пластины.

Рассмотрим следующие расчетные элементы теплообменника: 1) теплопередающие пластины, разделяющие теплоносители; 2) корпус теплообменника; 3) трубопроводы для отвода и подвода воздуха к теплообменнику.

1. К теплопередающей пластине, разделяющей теплоносители (рис. 2), присоединены элементы гофрированных вставок. Высота элементов вставки в одном расчетном элементе Δ равна половине толщины канала теплоносителя. На поверхностях пластины происходит конвективный перенос тепла, определяемый коэффициентами теплоотдачи. Перенос тепла между пластиной и элементами вставок осуществляется посредством теплопроводности.

Граничные условия [6] для данного элемента следующие:

для участков передачи тепла конвекцией

$$\lambda_{пл} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_1 (T_{п1} - T_{в1}), \quad \lambda_{пл} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_2 (T_{п2} - T_{в2}), \quad (2)$$

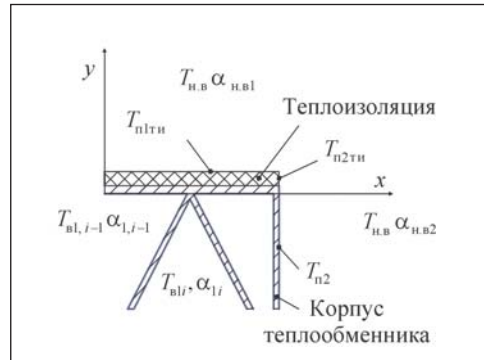
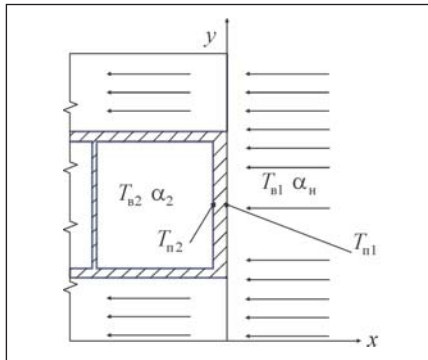


Рис. 3. Схема натекания теплоносителя на торец теплопередающей пластины в теплообменниках с перекрестным током

Рис. 4. Схема взаимодействия стенок корпуса теплообменника с окружающей средой

где $\lambda_{пл}$ — коэффициент теплопроводности пластины; $T_{п}$ — температура на поверхности пластины; $T_{в}$ — температура соответствующего теплоносителя (воздуха); α — коэффициент теплоотдачи теплоносителя;

для участков, в которых пластина соединена с элементами гофрированных вставок треугольного сечения,

$$\lambda_{пл} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\lambda_{г}}{\Delta_1} (T_{г1,i-1} - T_{п1}) - \frac{\lambda_{г}}{\Delta_1} (T_{г1,i+1} - T_{п1}) = 0,$$

где $T_{г}$ — температура в центре гофрированной вставки; $\lambda_{г}$ — коэффициент теплопроводности гофрированных вставок; Δ — толщина гофрированной вставки,

$$T_{г} = T_{в,i-1} - \left(\frac{1}{\alpha_{i-1}} + \frac{0,5\delta_{г}}{\lambda_{г}} \right) \frac{T_{в,i-1} - T_{в,i}}{\frac{1}{\alpha_{i-1}} + \frac{\delta_{г}}{\lambda_{г}} + \frac{1}{\alpha_i}},$$

$\delta_{г}$ — толщина стенки гофрированной вставки;

для участков, в которых пластина соединена с элементами гофрированных вставок квадратного сечения,

$$\lambda_{пл} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\lambda_{г}}{\Delta_2} (T_{г2,i-1} - T_{п2}) = 0.$$

При перекрестном токе дополнительно в торцевых частях пластины происходит конвективный перенос тепла между торцом пластины и набе-

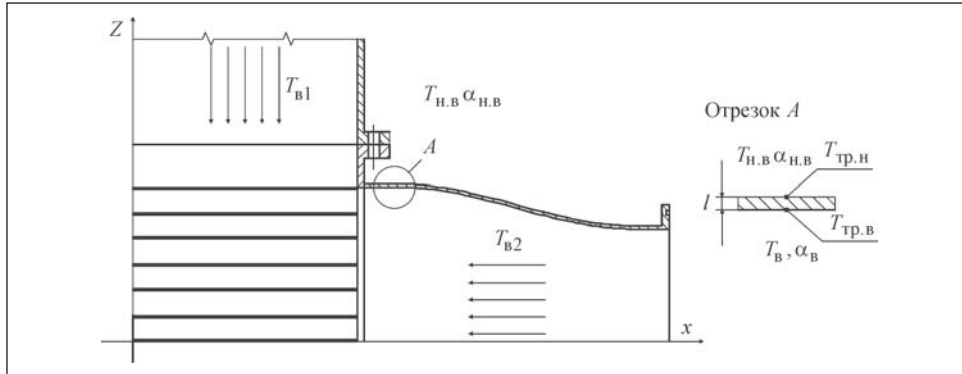


Рис. 5. Схема подсоединения трубопроводов к корпусу теплообменника

гающим или уходящим потоком соответствующего теплоносителя (рис. 3). Граничное условие на торце теплопередающей пластины

$$\lambda_{пл} \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_n (T_{п1} - T_{в1}), \quad \lambda_{пл} \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_2 (T_{п2} - T_{в2}),$$

где α_n — коэффициент теплоотдачи набегающего потока.

2. Поверхность корпуса теплообменника контактирует с окружающей средой непосредственно или через теплоизоляцию (рис. 4). Граничные условия на внутренней поверхности корпуса соответствуют граничным условиям для теплопередающей пластины. На внешней поверхности

$$\lambda_{ти} \frac{\partial T_{ти}}{\partial y} = \alpha_{н.в1} (T_{п1ти} - T_{н.в}), \quad \lambda_{ти} \frac{\partial T_{ти}}{\partial x} = \alpha_{н.в2} (T_{п2ти} - T_{н.в}),$$

$$\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} = \alpha_{н.в2} (T_{п2} - T_{н.в}),$$

где λ_k и $\lambda_{ти}$ — коэффициенты теплопроводности корпуса и теплоизоляции; $T_{п.ти}$ и T_k — температура на поверхности теплоизоляции и корпуса; $T_{н.в}$ — температура наружного воздуха. На границе контакта корпуса и теплоизоляции

$$\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial y} - \lambda_{ти} \frac{\partial T_{ти}}{\partial y} = 0.$$

3. Трубопроводы отвода и подвода воздуха к теплообменнику схематически показаны на рис. 5. На границах соединения конструкции теплообменника с трубопроводом следующие граничные условия:

$$\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} - \lambda_{тр1} \frac{\partial T_{тр1}}{\partial x} = 0, \quad \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial z} - \lambda_{тр2} \frac{\partial T_{тр2}}{\partial z} = 0,$$

где $\lambda_{\text{тр}}$ и $T_{\text{тр}}$ — коэффициент теплопроводности и температура трубопровода. На боковых поверхностях трубопровода

$$\lambda_{\text{тр}} \frac{\partial T_{\text{тр}}}{\partial l} = \alpha_{\text{н.в.}} (T_{\text{тр.н.}} - T_{\text{н.в.}}), \quad \lambda_{\text{тр}} \frac{\partial T_{\text{тр}}}{\partial l} = \alpha_{\text{в.}} (T_{\text{в.}} - T_{\text{тр.в.}}),$$

где $T_{\text{тр.н.}}$ и $T_{\text{тр.в.}}$ — температура на наружной и внутренней поверхностях трубопровода; $\alpha_{\text{в.}}$ и $\alpha_{\text{н.в.}}$ — коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубопровода; l — толщина стенки трубопровода. При достаточном удалении трубопровода от теплообменника принято

$$q_x = \frac{\partial T_{\text{тр1}}}{\partial x} = 0, \quad q_z = \frac{\partial T_{\text{тр2}}}{\partial z} = 0.$$

Решение уравнения теплопроводности для пластины без гофрированных вставок. Поскольку температура на поверхностях расчетных элементов и коэффициенты теплоотдачи изменяются по различным законам, уравнение (1) будем решать итерационными методами. Методы решения уравнения (1) параболического типа изложены в работах [6—8].

Решим уравнение (1) методом конечных разностей, который основан на замене производных их приближенными значениями в виде разностей значений функции в отдельных дискретных точках пластины — узлах [6]. После таких преобразований дифференциальное уравнение заменим соотношением в конечных разностях. Замену производных выполним с помощью следующих разностных соотношений:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta \tau}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\Delta^2 T_x}{\Delta x^2} = \frac{T_{ix+1} - 2T_{ix} + T_{ix-1}}{\Delta x^2},$$

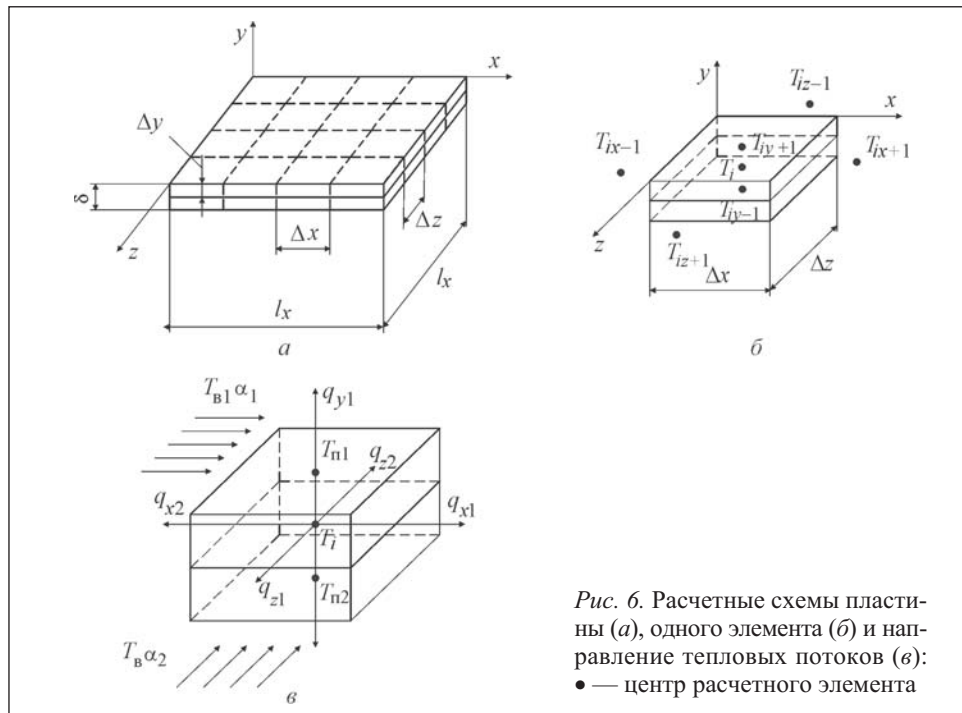
$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\Delta^2 T_y}{\Delta y^2} = \frac{T_{iy+1} - 2T_{iy} + T_{iy-1}}{\Delta y^2}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\Delta^2 T_z}{\Delta z^2} = \frac{T_{iz+1} - 2T_{iz} + T_{iz-1}}{\Delta z^2}.$$

Выполнив замену, запишем уравнение (1) по неявной схеме:

$$\frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{a_m \Delta \tau} = \left(2 \frac{T_{ix-1} - 2T_{ix} + T_{ix+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{iy-1} - 2T_{iy} + T_{iy+1}}{\Delta y^2} + 2 \frac{T_{iz-1} - 2T_{iz} + T_{iz+1}}{\Delta z^2} \right)_{k+1}, \quad (3)$$

где T_i — приближенное значение температуры в узле; k — текущий шаг по времени.

Расчетная схема пластины и направление тепловых потоков представлены на рис. 6. Распределение температуры воздуха в канале описывается уравнением сохранения энергии в стационарной постановке.



Поскольку толщина пластины $\delta \ll l_x$ и $\delta \ll l_z$, в уравнении (2) выполним замену, полагая $\partial T / \partial y = \text{const}$:

$$q_{y1} = \frac{\lambda_{пл} (T_i - T_{n1})}{\Delta y} = \alpha_1 (T_{n1} - T_{B1}),$$

$$q_{y2} = \frac{\lambda_{пл} (T_i - T_{n2})}{\Delta y} = \alpha_2 (T_{n2} - T_{B2}). \quad (4)$$

Значения коэффициентов теплоотдачи в уравнениях (4) зависят от режима потока и физических свойств теплоносителей, конструкции каналов, по которым движутся теплоносители, и их температуры и определяются по критериальным зависимостям [5, 9]. Из уравнений (4) получаем

$$T_{iy+1} = T_{n1} = \frac{\alpha_1 T_{B1} + \frac{\lambda_{пл}}{\Delta y} T_i}{\frac{\lambda_{пл}}{\Delta y} + \alpha_1}, \quad T_{iy-1} = T_{n2} = \frac{\alpha_2 T_{B2} + \frac{\lambda_{пл}}{\Delta y} T_i}{\frac{\lambda_{пл}}{\Delta y} + \alpha_2}. \quad (5)$$

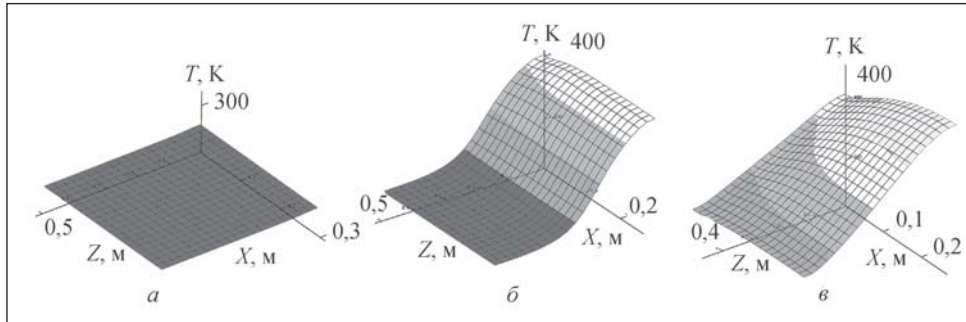


Рис. 7. Изменение температурного состояния пластины в зависимости от времени: а — 5 с; б — 100 с; в — 250 с

Принимая во внимание, что $T_{ix} = T_{iz} = T_{iy} = T_i$, уравнение (3), после подстановки в него (5) и некоторых преобразований, можно записать в следующем виде:

$$T_i^{k+1} \frac{1}{Fo} = T_i^k \frac{1}{Fo} + \Delta y^2 \left(2 \frac{T_{ix-1} - 2T_i + T_{ix+1}}{\Delta x^2} + \left(D - \frac{T_i}{\Delta y^2} C \right) + 2 \frac{T_{iz-1} - 2T_i + T_{iz+1}}{\Delta z^2} \right)^{k+1}, \quad (6)$$

где Fo — критерий подобия Фурье, $Fo = \frac{a_m \Delta \tau}{\Delta y^2}$;

$$D = \frac{\alpha_1 T_{в1}}{\Delta y^2 (\lambda_{пл} / \Delta y + \alpha_1)} + \frac{\alpha_2 T_{в2}}{\Delta y^2 (\lambda_{пл} / \Delta y + \alpha_2)},$$

$$C = \frac{\lambda_{пл} / \Delta y}{\lambda_{пл} / \Delta y + \alpha_1} + \frac{\lambda_{пл} / \Delta y}{\lambda_{пл} / \Delta y + \alpha_2} - 2.$$

С учетом всех переменных уравнение (6) преобразуется к виду

$$T_i^{k+1} = \frac{T_i^k \frac{1}{Fo} + 2\Delta y^2 \left(\frac{T_{ix+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{ix-1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{iz+1}}{\Delta z^2} + \frac{T_{iz-1}}{\Delta z^2} + \frac{D}{2} \right)^{k+1}}{\frac{1}{Fo} + \Delta y^2 \left(\frac{4}{\Delta x^2} - \frac{C}{\Delta y^2} + \frac{4}{\Delta z^2} \right)}. \quad (7)$$

С помощью уравнения (7) по начальному распределению температуры в пластине можно определить распределение температуры в любой момент времени. Начальное распределение температуры для дальнейшего расчета нестационарного режима определяется при расчете теплового состояния теплообменника в стационарном режиме, когда для критерия Fo

выполнено условие $1/Fo = 0$. Решение уравнения выполняется численными методами, например методом Зейделя или методом релаксаций [10]. Для решения уравнения (7) написана программа на языке FORTRAN. Результат расчета для теплообменника с перекрестным током, состоящего из 10 теплопередающих пластин, представлен на рис. 7, где направление движения горячего теплоносителя — вдоль оси Z , а направление движения холодного теплоносителя — вдоль оси X .

Выводы

Предложенная общая математическая модель расчета тепловых процессов в пластинчатом теплообменнике, позволяющая учитывать влияние тепловых потоков, направленных как в конструкцию самолета, так и в окружающую среду, дает возможность точнее определять параметры теплоносителей при некоторых режимах работы СПВ самолета. Выполненные расчеты позволяют определять распределение тепла в пластинах холодного теплообменника и время, необходимое для прогрева СПВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов Б.С. Справочник по теплообменникам. В 2-х томах. Т.1 /Пер. с англ. Под ред. Б.С.Петухова, В.К.Шикова. — М. : Энергоатомиздат, 1987. — 560 с.
2. Кондращенко В.Я., Самойлов В.Д. Автоматизация моделирования сложных тепло-энергетических установок. — Киев : Наук. думка, 1987. — 183 с.
3. Винничук С.Д. Моделирование процессов в теплообменном аппарате при малом числе экспериментальных данных //Зб.наук.праць ІПМЕ НАН України. вип.13. — Київ: ІПМЕ НАН України, 2001. — С. 86—91.
4. Хаузен Х. Теплоотдача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе. Пер. с нем. — М. : Энергоиздат, 1981. — 384 с.
5. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. Изд. 2-е. — М. : «Энергия», 1977. — 344 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М. : Высшая школа, 1966. — 599 с.
7. Саульев В.К. Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток. Под ред. Л.А. Люстерника. — М. : Гос. изд. физ.-мат. лит. , 1960. — 324 с.
8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. — М. : Едиториал УРСС, 2003. — 784 с.
9. Куличенко В.Р. Справочник по теплообменным расчетам. — К. : Техника, 1990. — 165 с.
10. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости/ Пер. с англ. Под ред. В.Д. Виленского. — М. : Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.

Chyrva A.A.

MODELING OF NONSTATIONARY THERMAL
PROCESSES IN THE PLATE HEAT EXCHANGERS, TAKING
INTO ACCOUNT THE EXTERNAL FLOW

The author proposes the total mathematical model of nonstationary thermal processes occurring in the plate heat exchangers of air preparation system of aircrafts, taking into account the heat losses to the environment and design. Heat exchanger is considered as a set of homogeneous plates, the thickness of which is significantly less than the length and the width. The solution of the differential heat conduction equation for a thin plate by the method of finite differences is presented.

Key words: plate heat exchanger, triple-flow, heat conduction equation, finite differences method.

REFERENCES

1. *Petukhov B.S.* Reference Book on Heat Exchangers: in 2 vol.— Vol. 1 / Transl. from Engl. Eds. B.S.Petukhov, V.K. Shikov. — Moscow: Energoatomizdat, 1987. — 560 p. (in Russian).
2. *Kondrashchenko V.YA., Samoylov V.D.* Automation of Modeling Complex Heat Power Plants. — Kiev: Nauk. Dumka, 1987. — 183 p. (in Russian).
3. *Vinnichuk S.D.* Modeling of processes in heat exchange apparatus under small quantity of experimental data / Collected Scientific Works. Ukraine. — 2001. — Iss.13. — Kyiv: IPME NAS of Ukraine, 2001. — P. 86—91 (in Russian).
4. *Hausen H.* Convective Heat Transfer under Counter-Current, Parallel-Current and Cross-Current Flow: Transl. from German. — Moscow: Energoizdat, 1981. — 384 p. (in Russian).
5. *Mikheyev M.A., Mikheyeva I.M.* Heat Transfer Bases. Ed. 2, stereotip. — Moscow: Energiya, 1977. — 344p. (in Russian).
6. *Lykov A.V.* Heat Conduction Theory. — Moscow: Vysshaya shkola, 1966. — 599 p. (in Russian).
7. *Saul'yev V.K.* Integration of Parabolic Type Equations by the Net-Point Method. Ed. by L.A. Lyusternik. — Moscow: State publishers of Physical-Mathematical Literature, 1960. — 324 p. (in Russian).
8. *Samarskiy A.A., Babishchev P.N.* Computational Heat Transfer. — Moscow: Editorial URSS, 2003. — 784 p. (in Russian).
9. *Kulichenko V.R.* Handbook on Calculations of Convective Heat Transfer. — Kiev: Tekhnika, 1990. — 165p. (in Russian).
10. *Patankar S.* Numerical Methods of solution of Heat Transfer and Liquid Dynamics Problems: Transl. from Engl. Ed. by V.D. Vilensky. — Moscow: Energoatomizdat, 1984. — 152 p. (in Russian).

Поступила 21.09.14;
после доработки 30.10.14

ЧИРВА Александр Александрович, аспирант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2007 г. окончил Национальный авиационный университет в г. Киеве. Область научных исследований — моделирование тепловых и гидравлических процессов в системах подготовки воздуха и противообледенительных системах самолета.