



УДК 519.212

В.П. Долгин, канд. техн. наук, **И.В. Долгин**
Севастопольский национальный технический университет
(Украина, 99053, Севастополь, ул. Университетская, 33,
e-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua)

Процедура динамической коррекции линейной системы

Изложен метод реализации динамической коррекции линейной системы с помощью корректирующей функции в цепи отрицательной обратной связи. Приведены результаты имитационного моделирования.

Викладено метод реалізації динамічної корекції лінійної системи за допомогою коректуючої функції в ланцюзі негативного зворотного зв'язку. Наведено результати імітаційного моделювання.

К л ю ч е в ы е с л о в а: устойчивость, перерегулирование, коррекция, отрицательная обратная связь, динамическая система.

Обеспечение устойчивости системы управления осуществляется посредством ввода корректирующих звеньев либо коррекции ее параметров, изменяющих динамические свойства корректируемой системы [1—4]. Структура и параметры корректирующих звеньев выбираются на основании анализа амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) корректируемой системы и ее сравнения с желаемой АЧХ.

Для построения желаемой логарифмической АЧХ применяют метод асимптотической линеаризации [1—3]. Ввиду приближенного характера полученной таким методом желаемой АЧХ требуется вводить запасы устойчивости по амплитуде и фазе. При необходимости учета возможного дрейфа параметров корректируемой системы, неточного определения ее параметров и влияния случайных факторов процедура обеспечения ее устойчивости существенно усложняется.

Метод фазовой коррекции [3] не свободен от указанных недостатков. Процесс коррекции системы корневым методом [3] не упрощает решение рассматриваемой задачи. Методы параллельной, последовательной, парал-

© В.П. Долгин, И.В. Долгин, 2014

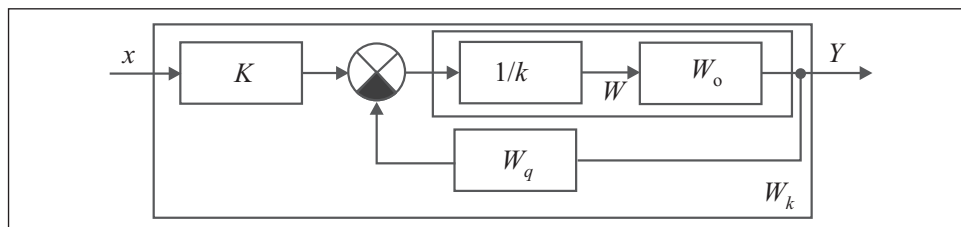


Рис. 1. Блок-схема системы

лельно-последовательной и фазовой коррекции, обеспечивающие заданные запасы устойчивости по амплитуде и фазе, не позволяют обеспечить требуемого качества регулирования. Обеспечение требуемого качества работы системы в этом случае является отдельной самостоятельной задачей. Способ вычисления параметров звеньев на основе решения обратной задачи устойчивости [4] удобен на стадии проектирования систем. Метод коррекции посредством ввода производных с весовыми коэффициентами в цепь обратной связи [2] обеспечивает требуемый эффект при нулевом порядке оператора воздействия.

Формулировка проблемы. Качество системы определяется величиной перерегулирования [1—3]. В случае исключения перерегулирования предполагается реализация апериодического переходного процесса, в результате чего определяется структура желаемой передаточной функции. Во избежание перерегулирования желаемая передаточная функция должна состоять из комбинации элементарных звеньев первого порядка. Быстродействие системы зависит от постоянных времени комбинации элементарных звеньев. Одновременное выполнение требований максимально возможного качества и максимального быстродействия сводится к проблеме выбора постоянных времени звеньев, образующих систему.

Таким образом, требуется определить структуру и найти параметры корректирующей функции, позволяющей обеспечить устойчивость системы в заданном диапазоне дрейфа ее параметров при максимально возможном качестве и быстродействии.

Структура системы коррекции. На рис. 1 представлена структурная схема системы, где x и Y — входной и выходной сигналы; K — требуемый коэффициент передачи (усиления); W_o — корректируемая система; k — ее коэффициент передачи (усиления); W — стандартная форма корректируемой системы; W_q — звено динамической коррекции; W_k — скорректированная система.

Одна из целей коррекции динамической системы — обеспечение заданного коэффициента передачи (усиления) K входного сигнала x . Сведем

передаточную функцию корректируемой системы W_0 к стандартной форме W , учтя собственный коэффициент передачи k , как показано на рис. 1. Введем в цепь отрицательной обратной связи звено динамической коррекции W_q .

Процедура коррекции. Передаточную функцию корректируемой системы представим в операторной форме: $W_0(p) = kW(p)$, где $W(p) = B(p)/A(p)$; $B(p) = \sum_{i=0}^m b_i p^i$ — оператор воздействия; m — порядок оператора воздействия; b_i — коэффициенты; $b_0 = 1$; p — оператор Лапласа; $A(p) = \sum_{i=0}^n a_i p^i$ — собственный оператор; n — порядок собственного опера-

тора; a_i — коэффициенты; $a_0 = 1$; $k = \frac{\lim_{p \rightarrow 0} (\text{numer}(W_0(p)))}{\lim_{p \rightarrow 0} (\text{denom}(W_0(p)))}$; numer(\cdot) и

denom(\cdot) — числитель и знаменатель передаточной функции корректируемой системы $W_0(p)$.

Эквивалентную передаточную функцию системы (см. рис. 1) запишем в виде

$$W_k(p) = K \frac{W(p)}{1 + W(p)W_q(p)}. \quad (1)$$

Найдем передаточную функцию звена динамической коррекции $W_q(p)$. Для этого необходимо задать желаемую операторную передаточную функцию $W_z(p)$. Зададим ее выражением

$$W_z(p) = \frac{K}{Z_q(p)}. \quad (2)$$

Приравняв значения $W_z(p)$ и $W_k(p)$, получим уравнение

$$K \frac{W(p)}{1 + W(p)W_q(p)} = \frac{K}{Z_q(p)},$$

решив которое относительно $W_q(p)$, определим

$$W_q(p) = Z_q(p) - \frac{1}{W(p)}. \quad (3)$$

Подставив найденное значение $W_q(p)$ в уравнение (1), после преобразований получим желаемый результат: $W_k(p) = K/Z_q(p) = W_z(p)$. Для ре-

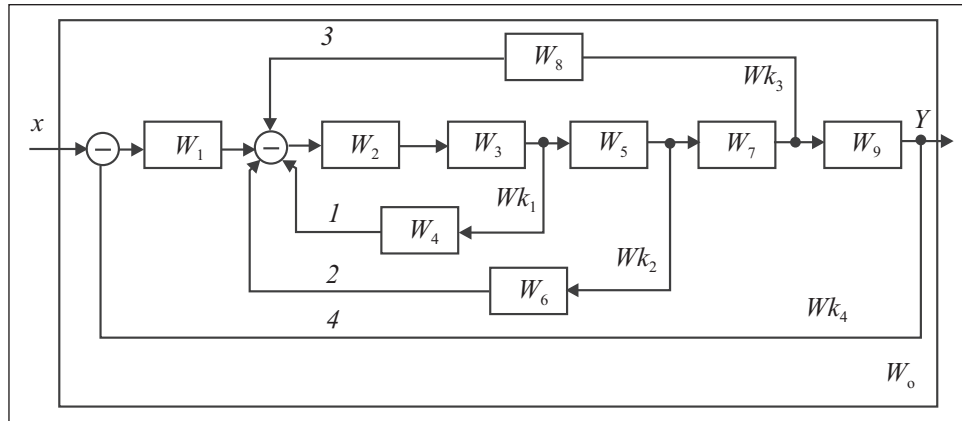


Рис. 2. Блок-схема многоконтурной системы: 1—4 — контуры

лизации коррекции необходимо выбрать вид и параметры желаемой операторной передаточной функции $W_z(p)$.

Выбор желаемой передаточной функции. В качестве желаемой передаточной функции (2) выберем дробно-рациональную операторную функцию с числителем K и знаменателем $Z_q = \prod_{i=1}^q (1 + T_i p)$ с передаточной функцией $Z_q(p) = \prod_{i=0}^q z_i p^i$. Необходимо определить ее порядок q и найти коэффициенты z_i ($z_i = 0, \dots, q$).

При выборе $T_i = T$ ($i=1, \dots, q$) задача определения параметров функции $Z_q(p)$ упрощается. Выбрав $q = n$, получим $Z_q(p) = (1 + Tp)^q$, где $T = \sqrt[q]{a_n}$. Тогда $z_i = C_n^i T^i$, где C_n^i — биномиальный коэффициент.

Для выбора величины T проанализируем решение (3) в самом неблагоприятном случае, когда порядок оператора воздействия $m=0$. При этом $B(p) = b_0 = 1$, и для решения (3) необходимо обеспечить условие $z_i \geq a_i$ ($i=1, \dots, n$), так как в этом случае решение (3) сводится к виду $W_q(p) = Z_q(p) - A(p)$.

Переходя к искомой постоянной времени T , запишем $C_n^i T^i \geq a_i$. Для удовлетворения полученного условия на множестве $A(p) = \{a_1, \dots, a_n\}$ необходимо найти его максимальный элемент a_j ($j=1, \dots, n$) и положить

$$T \geq \sqrt[j]{a_j / C(n, j)}, \quad a_j = \max(a_1, \dots, a_n). \quad (4)$$

Увеличение постоянной времени T повышает помехоустойчивость, но снижает быстродействие системы.

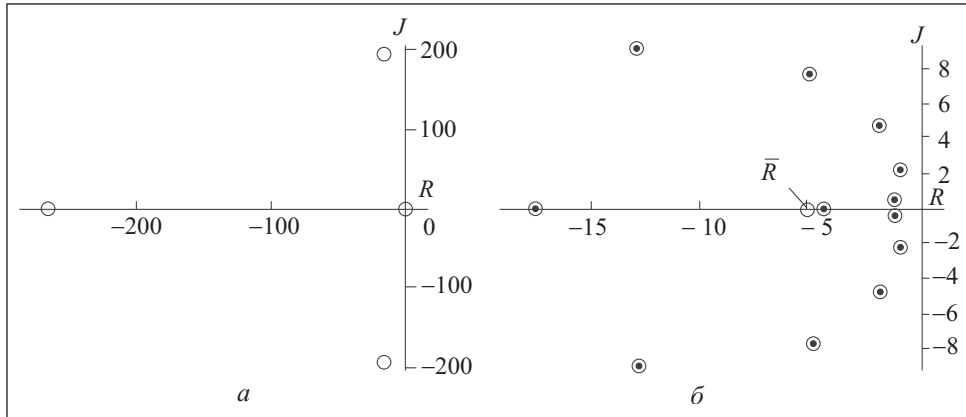


Рис. 3. Положение корней характеристического полинома

Пример. Рассмотрим многоконтурную систему [1], блок-схема которой приведена на рис. 2. Описание передаточных функций контуров представим в обобщенном виде:

$$Wk1(p) = \frac{W_2(p)W_3(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)W_4(p)},$$

$$Wk2(p) = \frac{Wk1(p)W_5(p)}{1 + Wk1(p)W_5(p)W_6(p)},$$

$$Wk3(p) = \frac{Wk2(p)W_7(p)}{1 + Wk2(p)W_7(p)W_8(p)},$$

$$Wk4(p) = \frac{W_1(p)Wk3(p)W_9(p)}{1 + W_1(p)Wk3(p)W_9(p)},$$

где

$$W_1(p) = k_1; \quad W_2(p) = \frac{k_2}{T_1 p + 1}; \quad W_3(p) = \frac{k_3}{p(T_2 p + 1)}$$

$$W_4(p) = \frac{k_4 p^2}{T_3 p + 1}; \quad W_5(p) = k_5; \quad W_6(p) = k_6;$$

$$W_7(p) = \frac{k_7}{p(T_4^2 p^2 + 2\xi T_4 p + 1)}; \quad W_8(p) = \frac{k_8 p^2}{T_5 p + 1}; \quad W_9(p) = k_9.$$

Значения параметров: $k_1 = 6600$; $k_2 = 0,5$; $k_3 = 12,6$; $k_4 = 5,75$; $k_5 = 0,16$; $k_6 = 82,5$; $k_7 = 19$; $k_8 = 0,28$; $k_9 = 0,002$; $T_1 = 0,05$; $T_2 = 0,13$; $T_3 = 0,15$; $T_4 = 0,0375$; $T_5 = 0,25$; $\xi = 5$; $K = 10$.

Анализ устойчивости системы. Проверка устойчивости системы до введения коррекции может быть осуществлена корневым методом. На комплексную плоскость (рис. 3, а) нанесены корни характеристического уравнения передаточной функции $W_0(p)$. Наличие корней в правой полуплоскости свидетельствует о неустойчивом состоянии системы.

Для реализации коррекции по формуле (4) вычислим постоянную времени $T = 0,192$ с. По ее найденному значению получим выражение характеристического полинома

$$Z_q(p) = 1 + 1,54p + 1,03p^2 + 0,396p^3 + 0,0952p^4 + \\ + 1,46 \cdot 10^{-2} p^5 + 1,4 \cdot 10^{-3} p^6 + 7,7 \cdot 10^{-5} p^7 + 1,85 \cdot 10^{-6} p^8$$

желаемой передаточной функции $W_z(p)$. Все корни $Q = \{Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_n\}$ характеристического полинома $Z_q(p)$, где $Q_i = R_i + jJ_i$ — вещественные отрицательные и составляют множество $\bar{R} = \{R_1, \dots, R_i, \dots, R_n\}$, где $R_1 = R_2 = \dots = R_n = -T^{-1} = -5,2$ и $J_i = 0$ ($i = 1, \dots, n$) (рис. 3, б), лежат в левой полуплоскости, что свидетельствует об устойчивости системы с введенной коррекцией $W_q(p)$.

Имитационная модель. Система с введенной изложенным способом коррекцией остается устойчивой при дрейфе ее параметров. Для проверки ее устойчивости при случайном изменении коэффициентов собственного оператора $A(p)$ и оператора $B(p)$ воздействия передаточной функции системы $W(p)$ вследствие дрейфа ее параметров с помощью генератора случайных чисел в диапазоне $\chi = [-0,2 \dots 0,2]$ были изменены коэффициенты a_i ($i = 1, \dots, n$) и b_j ($j = 1, \dots, m$) по схеме $a_i = a_i(1 + \chi_i)$ и $b_j = b_j(1 + \chi_j)$.

Результаты проверки устойчивости системы корневым методом представлены на рис. 3, б, при одновременном изменении коэффициентов операторов $A(p)$ и $B(p)$. В результате дрейфа параметров передаточная функция $W_k(p)$ изменится и в общем случае может быть приведена к виду

$$W_k(p) = K \frac{B(p)\bar{B}(p)}{\bar{A}(p)B(p) - A(p)\bar{B}(p) + B(p)\bar{B}(p)Z_q(p)}, \quad (5)$$

где $\bar{B}(p)$ и $\bar{A}(p)$ — измененные вследствие дрейфа параметров операторы $B(p)$ и $A(p)$. В результате порядок характеристического уравнения (знаменатель передаточной функции $W_k(p)$) возрастает до величины не менее $n + 2m$, т.е. суммы порядков операторов $B(p)$, $\bar{B}(p)$ и $Z_q(p)$, что следует из (5). Чем больше постоянная времени T , тем меньше будут сказываться изменения параметров операторов $B(p)$ и $A(p)$.

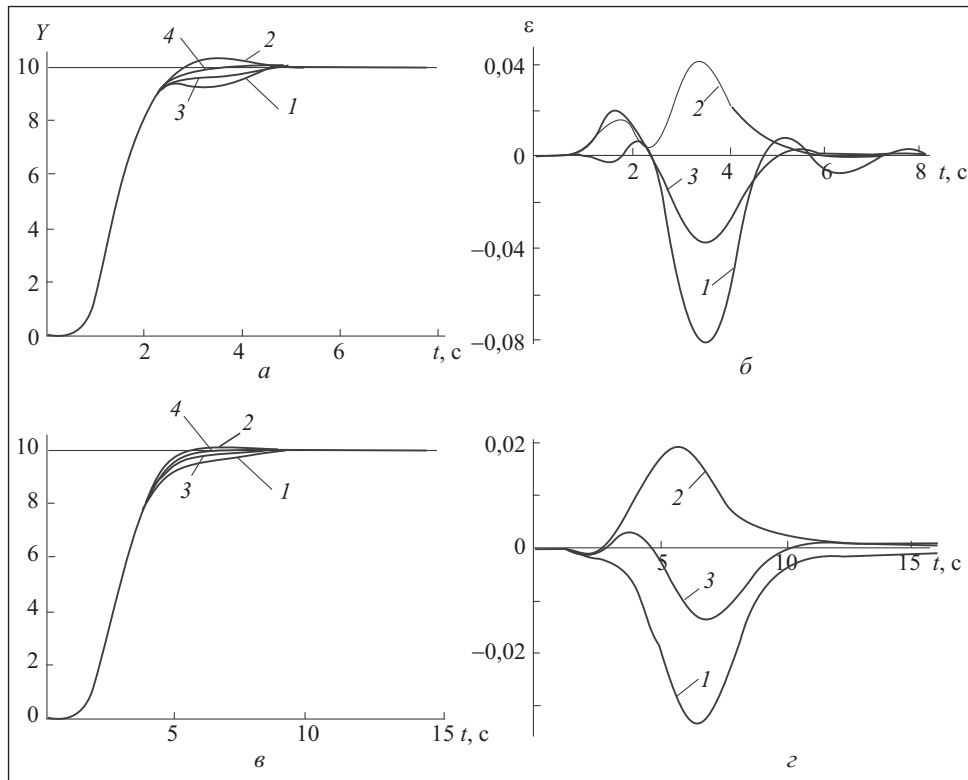


Рис. 4. Графики переходной характеристики (а) и погрешности вследствие дрейфа параметров (б): 1 и 2 — коэффициенты операторов $A(p)$ и $B(p)$; 3 — одновременный дрейф коэффициентов операторов $A(p)$ и $B(p)$ относительно переходной характеристики (кривая 4 на рис. а), полученной по формуле (4) в случае отсутствия дрейфа параметров при $T = 0,192 \text{ c}^{-1}$

Частный случай, когда $B(p) = \text{const}$, соответствующий отсутствию дрейфа параметров оператора воздействия, запишем в виде

$$W_k(p) = K \frac{B(p)}{A(p) - A(p) + B(p)Z_q(p)}$$

Аналогично из формулы (5) после преобразований получим передаточную функцию $W_k(p)$, соответствующую частному случаю $A(p) = \text{const}$ при условии отсутствия дрейфа параметров собственного оператора:

$$W_k(p) = K \frac{B(p)\bar{B}(p)}{\bar{A}(p)(B(p) - \bar{B}(p)) + B(p)\bar{B}(p)Z_q(p)}$$

На рис. 4 приведены графики переходной характеристики $Y(t)$ и погрешности ε вследствие воздействия дрейфа параметров. С увеличением постоянной времени уменьшается погрешность $\varepsilon(t)$ (см. рис. 4, *з*), но увеличивается время переходного процесса, что видно при сравнении рис. 4, *а*, и 4, *в*; 4, *б*, и 4, *г*. Процессы, графики которых изображены на рис. 4, *в*, *г*, реализованы при значении постоянной времени звена коррекции T , увеличенной в два раза. Алгоритмическая версия LinKorr_Sys.mws имитационной модели реализована в среде прикладных Maple-программ.

Выводы

Предложенный метод коррекции позволяет обеспечить устойчивость динамической линейной системы посредством ввода корректирующего звена в цепь отрицательной обратной связи.

The method of realization of dynamic correction of the linear system by a correcting function in the chain of negative feedback is expounded. The results of imitation modelling are presented.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Топчев Ю.И.* Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. — М. : Машиностроение, 1989. — 752 с.
2. *Долгин В.П., Ксенофонтова В.А.* Анализ и синтез динамических систем. Монография. — LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. — 410 с.
3. *Дорф Р., Бишоп Р.* Современные системы управления. / Пер. с англ. В. П. Копылова. — М. : Лаборатория базовых знаний, 2002. — 832 с.
4. *Долгин И.В.* Моделирование процессов поршневых двигателей внутреннего сгорания. — LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. — 124 с.

Поступила 24.09.13;
после доработки 30.12.13

ДОЛГИН Владимир Прохорович, канд. техн. наук, доцент кафедры автомобильного транспорта Севастопольского национального технического университета. В 1985 г. окончил Военно-морское инженерное училище им. Ф.Э. Дзержинского (г. Ленинград), в 1965 г. — Севастопольский приборостроительный ин-т. Область научных исследований — адаптивные модели в системах управления техническими и технологическими объектами.

ДОЛГИН Игорь Владимирович, магистрант, топменеджер ООО RM TEREX. В 1987 г. окончил Военно-морское инженерное училище (г. Калининград), в 2012 г. — Севастопольский национальный технический университет. Область научных исследований — оптимизация управления динамическими процессами.