

---

УДК 681.3:535

**Р.Н. Кветный**, д-р техн. наук,  
**Ю.А. Буняк, О.Ю. Софина**, кандидаты техн. наук  
Винницкий национальный технический университет  
(Украина, 21021, Винница, Хмельницьке шосе, 95,  
тел. (+380 432) 598006, e-mail: rkvetny@sprava.net,  
yuri.bunyak@innovinn.com, olyasof@mail.ru)

## Метод сопряженного нулевого пространства для слепой идентификации функции размытия изображения

Предложен метод слепой идентификации функции размытия в сопряженном нулевом пространстве оператора модели изображения. Рассмотрен спектральный подход к оптимизации оценки функции размытия, вычисления и оптимизации инверсной функции размытия. На тестовых примерах продемонстрированы адекватность метода по отношению к характеру и степени размытости.

Запропоновано метод сліпої ідентифікації функції розмиття в спряженому нульовому просторі оператора моделі зображення. Розглянуто спектральний підхід до оптимізації оцінки функції розмиття, обчислення та оптимізації інверсної функції розмиття. На тестових прикладах продемонстровано адекватність методу стосовно характеру і ступеня розмитості.

*Ключевые слова:* слепая идентификация, функция размытия точки, деконволюция.

**Общая постановка проблемы.** Актуальной проблемой видеоизмерений является устранение искажений, вносимых условиями измерений — расхождение фокуса, движение, дрожание, вибрация камеры или объекта и др. Перечисленные искажения проявляются в виде размытия границ деталей изображения. Методы устранения размытия достаточно подробно рассмотрены в литературе [1—3].

Одна из моделей размытого изображения  $X$  выглядит как свертка оригинального изображения  $S$  с функцией размытия точки  $H$  (Point Spread Function (PSF)):

$$X(x, y) \cong \int_{\Xi} H(\theta, \tau) S(x - \theta, y - \tau) d\theta d\tau, \quad (1)$$

где  $X, S \in \Omega$  — пространство определения изображения; PSF задана в подпространстве  $\Xi \subset \Omega$ . Задача состоит в том, чтобы выполнить слепую де-

© Р.Н. Кветный, Ю.А. Буняк, О.Ю. Софина, 2014

конволюцию изображения  $X$ , т.е. найти PSF, используя  $X$ , и дать оценку оригинального изображения в виде

$$\tilde{S}(x, y) \underset{\Xi}{\cong} \int G(\theta, \tau) X(x - \theta, y - \tau) d\theta d\tau, \quad (2)$$

где функция  $G \in \Xi$  — инверсная PSF (IPSF).

Поставленную задачу решают преимущественно с помощью итеративных схем на основе преобразования Фурье. При этом функцию  $H$  масштабируют на пространство изображения  $\Omega$  добавлением нулей, используя обратные значения  $H$  или интегралов вида (1) в пространственной или спектральной областях. Такие операции приводят к образованию артефактов в оценке  $\tilde{S}$ . Для того чтобы этого избежать, предлагается метод слепой деконволюции, состоящий в определении оптимальных оценок PSF и IPSF, позволяющих получить оценку оригинального изображения с помощью единственной операции свертки вида (2).

**Постановка задачи.** Принципиальная возможность разделения свертываемых компонент в (1) показана в работе [4]. Если размерность пространства определения компонент свертки два и более, то нули  $Z$ -образов  $Z(H)$  и  $Z(S)$  лежат в гиперповерхностях  $H(Z)=0$  и  $S(Z)=0$  таких, что  $H(Z) \subset X(Z)$ ,  $S(Z) \subset X(Z)$ ,  $H(Z) \cup S(Z) = X(Z)$ ,  $H(Z) \cap S(Z) = 0$ , и они могут быть разделены. Однако это возможно, если полином  $X(Z)$  факторизуется:

$$X(Z=(z_x, z_y)) = \prod_{i,k} (z_x - z_{x_i})(z_y - z_{y_k}) = 0,$$

где  $z_{x(y)_i}$  — корни двумерного полинома. Разделение может быть выполнено посредством определения связанных пар корней  $(z_{x_i}, z_{y_k})$ , образующих искомые гиперповерхности.

Многомерные полиномы  $X(Z)$  на основе эмпирических данных обычно не поддаются факторизации. Поэтому возможно только приближенное решение проблемы разделения гиперповерхностей  $H(Z)=0$  и  $S(Z)=0$ . В работе [5] рассмотрен поисковый алгоритм определения корней полинома  $H(Z)=0$  на основе того факта, что матрица Вандермонда, составленная из искомых корней, является сингулярной. Вектор корней принадлежит ее нулевому пространству (НП). Поисковый характер алгоритма и его приближенность являются недостатками этого подхода.

В работе [6] оценка изображения  $\tilde{S}$  найдена в виде вектора НП матричного оператора двумерной свертки  $\tilde{S}$  с параметрами полиномиальной модели трех и более изображений  $X$ . Такую модель можно трактовать как двумерную авторегрессию. Условием существования такого решения яв-

ляется некогерентность трех и более функций размытия изображений, а именно корни их характеристических полиномов не должны совпадать.

Результаты работ [4—6] свидетельствуют о том, что решение задачи идентификации PSF может быть найдено в НП модели изображения, отображающей его спектральные свойства.

**Решение задачи. Оценивание PSF.** Пусть задан линейный оператор с ядром  $A \in \Xi \times \Omega$  такой, что

$$\int_{\Omega} A(x, y; \zeta, \xi) S(\zeta, \xi) d\zeta d\xi \cong 0, \quad (3)$$

$$\int_{\Omega} A(x, y; \zeta, \xi) X(\zeta, \xi) d\zeta d\xi \cong 0. \quad (4)$$

Поскольку интегральные выражения (3), (4) — линейные, преобразования (1), (2) на них не влияют. Из выражений (3) и (4) следует, что  $S$  и  $X$  принадлежат НП матрицы-ядра  $A$ . В общем случае точного НП не существует, поэтому использовано приближительное равенство. Перепишем выражение (4) с учетом свертки (1):

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} A(x, y; \zeta, \xi) \int_{\Xi} H(\theta, \tau) S(\zeta - \theta, \xi - \tau) d\theta d\tau d\zeta d\xi = \\ & = \int_{\Xi} H'(\theta, \tau) \int_{\Omega} A(x, y; \zeta, \xi) S(\zeta - \theta, \xi - \tau) d\theta d\tau d\zeta d\xi \cong 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где штрих означает сопряжение по отношению к перестановке последовательности интегрирования. Если матрица-ядро инвариантна к сдвигу,  $A(x, y; \zeta, \xi) = A(x - \zeta, y - \xi)$ , то уравнение (5) справедливо для произвольного ядра  $H$ , так как интеграл по пространству  $\Omega$  эквивалентен интегралу (3).

Пусть  $W(x, y; \zeta, \xi) = \delta(x - \zeta) \delta(y - \xi) \in \Xi \times \Omega$  — двумерная  $\delta$ -функция, а PSF представим в пространстве изображения  $\Omega$  в виде

$$H_w(\zeta, \xi) = \int_{\Xi} H(\theta, \tau) W(\zeta - \theta, \xi - \tau) d\theta d\tau. \quad (6)$$

Очевидно, что  $H_w$  и  $S$  равнозначны по отношению к модели размытия (1) и ее свойствам (3) и (4) в пространстве  $\Omega$ . Поэтому справедливо следующее предположение:

$$\int_{\Omega} A(x - \zeta, y - \xi) H_w(\zeta, \xi) d\zeta d\xi \cong 0. \quad (7)$$

Аргументы такого предположения следующие. Матрице  $A(x - \zeta, y - \xi)$  в  $Z$ -области соответствует двумерный полином  $A(Z)$ , корни которого образуют нулевую гиперповерхность  $Z_A: A(Z_A) \cong 0$ . Выражения (3), (4) и (7) можно рассматривать как выбеливающие фильтры [7]. Такой фильтр является выбеливающим по отношению к произвольному сигналу, нулевую гиперповерхность которого в  $Z$ -области образует подмножество корней  $\forall Z \subset Z_A$ . Если фильтр (4) — выбеливающий по отношению к сигналу  $X$ , а  $X(Z)$  согласно (1) включает корни  $Z$ -образов  $H_w(Z)$  и  $S(Z)$ , то он является выбеливающим и по отношению к сигналам  $H_w$  и  $S$ . Это свойство по отношению к  $S$  выражено уравнением (3), а по отношению к  $H_w$  — уравнением (7).

Из уравнений (5) и (6) следует, что (7) можно записать в виде

$$\int_{\Xi} H'(\theta, \tau) A(\zeta - \theta, \xi - \tau) d\theta d\tau \cong 0. \quad (8)$$

Поскольку здесь интегрирование, в отличие от (7), выполняется по подпространству  $\Xi$ , то  $H$  принадлежит сопряженному НП (СНП) оператора  $A$ . Для однозначного определения  $H$  в (8) используем спектральное представление матрицы

$$B(\zeta - \theta, \xi - \tau) = \int_{\Omega} A(x - \theta, y - \tau) A(x - \zeta, y - \xi) dx dy, \quad (9)$$

заданной в пространстве  $\Xi \times \Xi$ . Матрица (9) — симметричная и имеет ортогональную систему собственных векторов (СВ)  $V_k(\zeta, \xi) \in \Xi$ :

$$\int_{\Xi} V_k(\theta, \tau) B(\zeta - \theta, \xi - \tau) d\theta d\tau = \alpha_k V_k(\zeta, \xi). \quad (10)$$

Пространство СВ состоит из собственного пространства матрицы  $B$  (eigen space (ES)), собственные значения  $\alpha$  которого не принадлежат окрестности нуля, и НП (null space (NS)), собственные значения которого находятся в окрестности нуля. Из (9) следует, что матрица  $B$  имеет тот же ранг, что и матрица  $A$ , ее NS тождественно СНП матрицы  $A$ .

При условии, что  $X \rightarrow S$ , искомая PSF  $H$  должна превращаться в тривиальную PSF:

$$\begin{aligned} H(x, y) &\rightarrow \delta(x - x_0, y - y_0) \cong \\ &\cong \sum_{k \in \text{NS}} V_k(x, y) V_k(x_0, y_0) : \forall (x_0, y_0) \in \Xi. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражение (11) становится тождеством, когда сумма дополнена составляющими с индексами  $k \in \text{ES}$ . Это условие соответствует случаю, когда

$X = S$ . Следовательно, оператор на основе матрицы-ядра в (3) и (4) следует определять с учетом разности сигналов изображений  $X$  и  $S$ . Эта разность показывает изменение краев объектов изображений в результате воздействия размытия. Поскольку вид оригинального изображения неизвестен, можно использовать градиент исходного изображения  $\nabla X(x, y) = (\partial/\partial x + \partial/\partial y) X(x, y)$ , позволяющий получить вариации с учетом размытия. Задача состоит в том, чтобы разделить оригинальные вариации и вариации, вызванные размытием. Это можно выполнить исходя из предположения о том, что, согласно (8), первые и вторые вариации заданы соответственно в ES и NS матрицы (9).

Искомая PSF обладает такими же динамическими свойствами, как матрица (9), и поэтому может быть представлена в расширенном пространстве  $\Xi \times \Xi$  в виде [8]

$$H(\zeta - \theta, \xi - \tau) = \sum_{k \in \text{NS}} v_k V_k(\zeta, \xi) V_k(\theta, \tau). \quad (12)$$

Вектор коэффициентов  $\mathbf{v} = [v_k]_{k \in \text{NS}}$  формирует поверхность оценки PSF. Проекция PSF (12) в подпространстве  $\Xi$  с учетом условия нормализации (11) следующая:

$$H(x, y) \cong \sum_{k \in \text{NS}} v_k V_k(x, y) V_k(x, y). \quad (13)$$

Найдем вектор коэффициентов в (12) и (13) с помощью первого и второго моментов градиента изображения. Определим кросс-автокорреляционную функцию градиента изображения в виде

$$R_{\text{gr}X}(\theta, \zeta, \tau, \xi) = \int_{\Omega} \nabla X(x - \theta, y - \tau) \nabla X(x + \zeta, y + \xi) dx dy \in \Xi \times \Xi.$$

Диагональ  $R_{\text{gr}X}(\theta, -\tau, \theta, -\tau)$  характеризует распределение энергии относительно взаимно сдвинутых фрагментов  $\nabla X$ . Поскольку согласно (12) спектр  $H$  в базисе СВ (10) диагональный, образуем спектральный фильтр для выделения спектра PSF:

$$\begin{aligned} \rho_{H_k} &\sim \rho_{\text{gr}X_{k,k}} = \\ &= \int_{\Xi} \int_{\Xi} R_{\text{gr}X}(\theta, \zeta, \tau, \xi) V_k(\theta, \zeta) V_k(\tau, \xi) d\theta d\tau d\zeta d\xi, \quad \forall k \in \text{NS}. \end{aligned} \quad (14)$$

Остальные элементы спектра (14) соответствуют динамике градиента ори-

гинального изображения. Квадрат вариации элементов вектора коэффициентов  $\mathbf{v}$  в (12) можно оценить как

$$v_{\kappa}^2 \propto \rho_{X_{\kappa,\kappa}} : \forall \kappa \in \text{NS}. \quad (15)$$

Величину элементов PSF можно оценить, используя усреднение взаимно сдвинутых фрагментов градиента изображения, так как PSF инвариантна к такому сдвигу:

$$\Omega^{-1} \int_{\Omega} \nabla X(x + \zeta - \theta, y + \xi - \tau) dx dy = \nabla \bar{X}(\zeta - \theta, \xi - \tau) \in \Xi \times \Xi. \quad (16)$$

Принимая во внимание симметрию свертки по отношению к сдвигу, спектр усредненного градиента (16) можно записать в виде

$$\bar{\omega}_{X_{i,j}} = \int_{\Xi} \int_{\Xi} V_i(\zeta, \xi) V_j(\theta, \tau) \nabla \bar{X}(\zeta - \theta, \xi - \tau) d\zeta d\xi d\theta d\tau. \quad (17)$$

Аналогичная матрица элементов  $\bar{\omega}_{S_{i,j}}$  может быть определена и для  $\nabla \bar{S}$ . Согласно (12), будем рассматривать только диагональные элементы матрицы (17). Из выражений (1), (12) и (17) следует, что  $\bar{\omega}_{X_{\kappa,\kappa}} = v_{\kappa} \bar{\omega}_{S_{\kappa,\kappa}}$ . Это означает, что при  $X \rightarrow S$   $v_{\kappa} \rightarrow 1$ , что согласуется с (11). Поскольку размытие инвариантно к процедуре усреднения (16), спектр усредненного сигнала градиента изображения можно записать в виде

$$\bar{\omega}_{S_{\kappa,\kappa}} \approx \bar{\omega}_S + \eta_{\kappa,\kappa} : \forall \kappa \in \text{NS},$$

где постоянная составляющая  $\bar{\omega}_S$  значительно превышает флуктуации  $\eta_{\kappa,\kappa}$ . Тогда коэффициенты  $v_{\kappa}$  можно определить с точностью до масштабирующего множителя  $\bar{\omega}_S$ , который в квадрате представлен в (15). Следовательно, спектральные коэффициенты PSF имеют вид

$$v_{\kappa} \cong \bar{\omega}_S^{-1} \text{sign}(\rho_{X_{\kappa,\kappa}} + \bar{\omega}_{X_{\kappa,\kappa}}^2) \sqrt{|\rho_{X_{\kappa,\kappa}} + \bar{\omega}_{X_{\kappa,\kappa}}^2|}. \quad (18)$$

Масштабирующий коэффициент в (18) может быть устранен нормировкой PSF [1]:

$$\int_{\Xi} H(x, y) dx dy = 1. \quad (19)$$

Используя спектр (18) и нормировку (19), можно определить PSF с помощью выражения (13). Форма PSF зависит от числа функций в (13),

определяющих структуру NS. Чем больше число функций, тем ближе PSF к тривиальной  $\delta$ -функции.

**Оптимизация PSF.** Оценка PSF (13) со спектром (18) получена без ограничения на форму искомым характеристикам размытия. Нежелательные флуктуации формы могут быть устранены посредством оптимизации спектральных коэффициентов (18) с помощью процедуры регуляризации [8, 9]. Предположим, что PSF принадлежит к классу гладких двумерных функций. Площадь поверхности является критерием ее гладкости, так как минимальную площадь имеет плоская поверхность. Задачу оптимизации представим с помощью функционала

$$I_H = \arg \min_{\mathbf{v}} \left\{ \int_{\Xi} (H(x, y) - \sum_{\kappa \in NS} v_{\kappa} V_{\kappa}(x, y) V_{\kappa}(x, y))^2 dx dy + \lambda \Sigma(H) \right\}, \quad (20)$$

где  $\Sigma(H)$  — регуляризирующий функционал,

$$\Sigma(H) = \int_{\Xi} \sqrt{1 + H_x^2 + H_y^2}(x, y) dx dy$$

$H$  — площадь поверхности;  $H_x = \partial H(x, y) / \partial x$ ,  $H_y = \partial H(x, y) / \partial y$ ;  $\lambda$  — параметр регуляризации.

Вариация функционала (20) по составляющим спектра  $\delta I_H / \delta v_m \equiv 0: \forall m \in NS$  позволяет получить систему уравнений для итеративного определения оптимального спектра:

$$\sum_{\kappa \in NS} v_{\kappa}^{(t+1)} \left( \sum_{i,k=1}^{L,M} V_{i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa} V_{i,k,m} V_{i,k,m} + 2\lambda \Phi_{m,\kappa}(v^{(t)}) \right) = \sum_{i,k=1}^{L,M} h_{i,k}^{(t)} V_{i,k,m} V_{i,k,m}, \quad (21)$$

$$\Phi_{m,\kappa}(\mathbf{v}) = \sum_{i,k=1}^{L,M} \frac{V_{x,i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa} V_{x,i,k,m} V_{i,k,m} + V_{y,i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa} V_{y,i,k,m} V_{i,k,m}}{\sqrt{1 + 4 \left( \sum_{\kappa \in NS} v_{\kappa} V_{x,i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa} \right)^2 + 4 \left( \sum_{\kappa \in NS} v_{\kappa} V_{y,i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa} \right)^2}},$$

где  $h_{i,k}^{(t)} \cong \sum_{\kappa \in NS} v_{\kappa}^{(t)} V_{i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa}$  — элементы дискретной PSF размером  $L \times M$ ;

$t=0, 1, \dots$  — номер итерации;  $v_k^{(0)} = v_k$  в (18);  $V_{i,k,\kappa}$  — элементы  $\kappa$ -х векторов СНП, полученных с помощью сингулярного разложения дискретной матрицы, аналога (9), которые соответствуют наименьшим сингулярным числам [7];  $V_{x,i,k,\kappa}$  и  $V_{y,i,k,\kappa}$  — дискретные производные СВ; значение  $\lambda$  может быть выбрано из условия сходимости первых  $q$  итераций,

$$\sum_{i,k=1}^{L,M} \|h_{i,k}^{(t+1)} - h_{i,k}^{(t)}\|^2 \theta \leq \sum_{i,k=1}^{L,M} \|h_{i,k}^{(t)} - h_{i,k}^{(t-1)}\|^2, \quad t=1,2,\dots,q, \quad \theta \geq 1. \quad (22)$$

Итерационный процесс может быть остановлен, когда

$$\sum_{i,k=1}^{L,M} \|h_{i,k}^{(t+1)} - h_{i,k}^{(t)}\|^2 \leq \varepsilon_h, \quad (23)$$

где  $\varepsilon_h$  — малая величина.

**Оценивание и оптимизация IPSF.** Согласно уравнениям (1) и (2)

$$\int_{\Xi} G(x-\zeta, y-\xi) H(\zeta, \xi) d\zeta d\xi \cong \delta(x, y). \quad (24)$$

В выражениях (1)—(8), (24) можно симметрично поменять местами сигналы изображений  $X$  и  $S$  и функции размытия  $H$  и  $G$ . Это свидетельствует о том, что IPSF принадлежит к тому же СНП, что и PSF. Поэтому  $G$  можно представить в виде следующего ряда:

$$G(x-\zeta, y-\xi) \cong \sum_{\kappa \in \text{NS}} u_{\kappa} V_{\kappa}(x, y) V_{\kappa}(\zeta, \xi), \quad (25)$$

Подставляя (12), (25) в (24) и интегрируя по переменным, получаем следующую систему уравнений для элементов вектора  $\mathbf{u} = [u_{\kappa}]_{\kappa \in \text{NS}}$ :

$$\sum_{\kappa \in \text{NS}} u_{\kappa} \int_{\Xi} V_{\kappa}(\zeta, \xi) V_{\kappa}(\zeta, \xi) H(\theta-\zeta, \tau-\xi) d\zeta d\xi \cong \delta(\theta, \tau). \quad (26)$$

Функционал для оптимизации IPSF составим с учетом (24), (26) и минимизации площади:

$$I_G = \arg \min_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{\Xi} \left( \sum_{\kappa \in \text{NS}} u_{\kappa} (V_{\kappa}(x, y) V_{\kappa}(x, y)^* H(x, y) - \delta(x, y)) \right)^2 dx dy + \lambda \Sigma(G) \right\}.$$



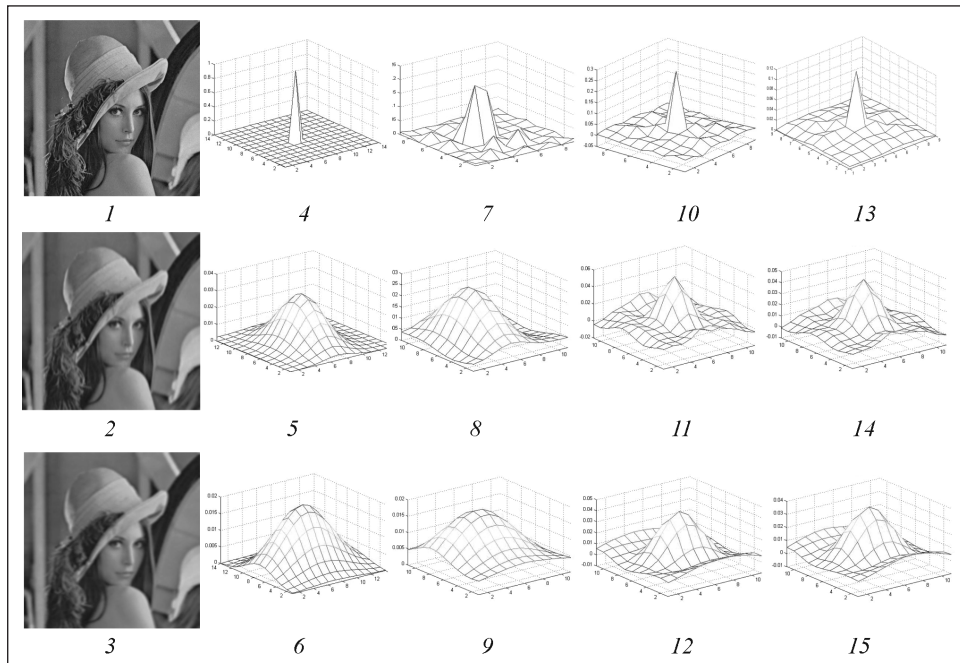


Рис. 1. Оценки PSF размытых изображений: 1 — оригинальное изображение (ИА = 0,166839); 2 и 3 — размытые изображения (ИА = 0,154251 и ИА = 0,148134), полученные с использованием PSF 5 и 6; 4 — тривиальная PSF оригинального изображения; 7–9 — оценки PSF 4–6, полученные методом, описанным в [10]; 10–12 — оценки PSF 4–6, полученные с помощью (13) и (18); 13–15 — оптимизированные PSF 10–12 по схеме (21)

Вариация функционала относительно  $u_m : \forall m \in NS$  позволяет получить следующую итеративную схему для оптимизации элементов вектора  $\mathbf{u}$ :

$$\sum_{\kappa \in NS} u_{\kappa}^{(t+1)} (\Psi_{m,\kappa} + 2\lambda \Phi_{m,\kappa}(\mathbf{u}^{(t)})) = \sum_{i,k=1}^{L,M} V_{i,k,m} V_{i,k,m}(\mathbf{H})_{i,k,N/2}, \quad (27)$$

где

$$\Psi_{m,\kappa} = \sum_{l=1}^N \sum_{i,k=1}^{L,M} V_{i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa}(\mathbf{H})_{i,k,l} \sum_{i',k'=1}^{L,M} V_{i',k',m} V_{i',k',m}(\mathbf{H})_{i',k',l};$$

$(\mathbf{H})_{i,k,l}$  — элементы матрицы-оператора свертки с функцией  $H$ ;  $\mathbf{u}^{(0)} = \mathbf{u}$ ;  $\mathbf{u} = (\mathbf{V}_{NS} \mathbf{H})_{N/2}^{\#}$  — указанный в индексе столбец матрицы, псевдообратной [7] произведению матриц СВ СНП  $\mathbf{V}_{NS}$  и  $\mathbf{H}$  — матрицы-оператора свертки

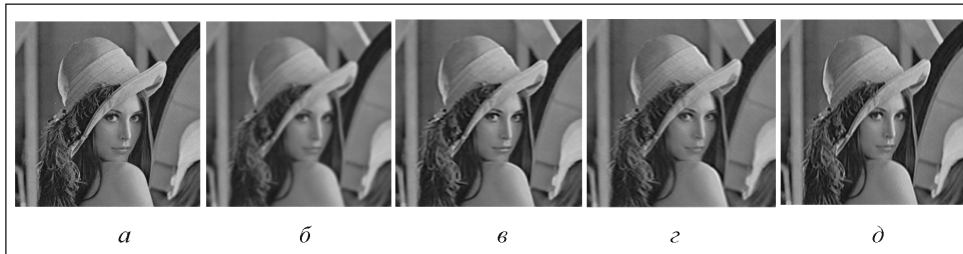


Рис. 2. Восстановление размытого изображения: *а* и *б* — оригинальное и размытое изображения; *в* — изображение, восстановленное по методу, описанному в [10] (ИА = 0,164736); *г* и *д* — изображения, восстановленные сверткой с IPSF (ИА = 0,171160) и оптимизированной IPSF (ИА = 0,162382)

с функцией  $H$  [5, 6];  $N = (2L - 1)(2M - 1)$ . Функция  $G$  представлена матрицей элементов

$$g_{i,k} \cong \sum_{\kappa \in NS} u_{\kappa} V_{i,k,\kappa} V_{i,k,\kappa}$$

размером  $L \times M$ . Параметр регуляризации и условие завершения итерационного процесса (27) такие же, как и для (21).

**Экспериментальный анализ.** На рис. 1 представлены оригинальное и размытые изображения, которые оценивались методом, описанным в [10], и предложенным методом. Для количественного анализа размытия использован индекс анизотропии [11], вычисленный на основании восьми отсчетов по четырем направлениям координат. Индекс отражает неоднородность структуры изображения. Однородное по направлениям координат изображение размытие снижает индекс анизотропии.

Как видно из рис. 1, предложенный метод позволяет оценивать форму PSF, имеющую такую же вытянутость, как оригинальная, и более выраженную центральную часть. В результате применения метода, описанного в работе [10], получена сглаженная наиболее значимая центральная часть PSF. Оптимизация по схеме (21) уменьшает флуктуации PSF, особенно в зоне затухания. Размерность СНП для трех PSF составляет 76, 11, и 6 векторов, что соответствует уровню размытия.

На рис. 2 приведены изображения, полученные в результате деконволюции изображения в нижней строке рис. 1. Как показывают индекс анизотропии и восстановленные детали изображения, наилучший результат получен с помощью свертки (2) с оптимизированной IPSF по схеме (27). Близкое по качеству изображение получено в результате деконволю-

ции по методу, описанному в [10]. Однако описанный в [10] метод требует не менее 20 итераций, каждая из которых включает переопределение PSF и свертку.

Параметры процесса оценки PSF, IPSF и деконволюции следующие: порядок дискретного аналога (3), (4) в виде модели авторегрессии  $25 \times 25$ ; размер PSF  $L \times M = 11 \times 11$ . Процессы оптимизации (21) и (27) требовали не более 10 итераций для достижения условия  $\epsilon_h \leq 10^{-8}$  в (23) и  $\theta \geq 10$  в (22). Параметр регуляризации  $\lambda = 0,01$  определен из условия сходимости первых трех итераций.

## Выводы

Предложенный метод оценки размытия изображения представляет интерес как способ бесконтактного анализа состояния объектов наблюдения. Его применение позволяет получить качество восстановления размытых изображений на уровне итеративных алгоритмов.

Method for blind identification of the blur function in the conjugated zero space of image model operator was proposed. The spectral approach to optimization of the blur function estimation, evaluation and optimization of the inverse blur function was considered. The adequacy of the method with respect to the blur nature and degree was demonstrated by test examples.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kundur D., Hatzinakos D.* Blind Image Deconvolution // IEEE Signal Proc. Mag. — 1996. — № 5. — P. 43—64.
2. *Верлань А.Ф., Горошко И.О., Карпенко Е.Ю. и др.* Методы и алгоритмы восстановления сигналов и изображений. — Киев : Изд. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины, 2011. — 368 с.
3. *Blind Image Deconvolution: Theory and Applications / Ed. P. Campisi, K. Egiazarian.* — CRC Press, 2007. — 448 p.
4. *Lane R.G., Bates R.H.* Automatic Multidimensional Deconvolution // J. Opt. Soc. Am. — Vol. A4. — 1987. — P. 180—188.
5. *Aogaki S., Moritani I., Sugai T., et al* Simple Method to Eliminating Blurs Based on Lane and Bates Algorithm // ICITA. — 2007. — Vol.1. — P. 227—229.
6. *Pai H.T., Bovik A.C.* Exact Multichannel Blind Image Restoration // IEEE Signal Proc. Lett. — 1997. — Vol. 4, № 8. — P. 217—220.
7. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М. : Мир, 1988. — 584 с.
8. *Верлань А.Ф., Сизиков В.С.* Методы решения интегральных уравнений с программы для ЭВМ. Справочное пособие. — Киев : Наук. думка, 1978. — 292 с.
9. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. — М. : Наука, 1979. — 284 с.

10. Levin A., Weiss Y., Durand F., Freeman W. T. Efficient Marginal Likelihood Optimization in Blind Deconvolution // IEEE Trans. Patt. Anal. and Machine Intel. — 2011. — Vol. 33. — P. 2354—2367.
11. Gabarda S., Cristobal G. Image Quality Assessment Through a Logarithmic Anisotropic Measure // Proc. of SPIE 7000 — 2008. — 70000J — P. 1—11.

Поступила 03.02.14;  
после доработки 14.03.14

*КВЕТНЫЙ Роман Наумович, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой автоматике и информационно-измерительной техники Винницкого национального технического университета. В 1977 г. окончил Винницкий политехнический ин-т. Область научных исследований — моделирование сложных систем и принятие решений в условиях неопределенности (вероятностные и интервальные методы), современные методы обработки данных (интерполяция, аппроксимация) и изображений.*

*БУНЯК Юрий Анатолиевич, канд. техн. наук, гл. специалист ИП «Інновінн» (г. Винница). В 1979 г. окончил Винницкий политехнический ин-т. Область научных исследований — телекоммуникационные системы, обработка сигналов и изображений.*

*СОФИНА Ольга Юрьевна, канд. техн. наук, ст. преподаватель кафедры автоматике и информационно-измерительной техники Винницкого национального технического университета, который окончила в 2007 г. Область научных исследований — современные методы обработки изображений, а именно методы фильтрации текстурированных изображений и определение сторонних объектов на их фоне, а также методы устранения размытости изображения (деблуринг).*