УДК 004.7

В.Ю. Зубок
ООО информационный центр «ЭЛВИСТИ»
(Украина, 03037, Киев, ул. Максима Кривоноса, 2А,
тел. (044) 2399091, e-mail: vitaly.zubok@gmail.com)

Оптимизация связей между узлами Интернет как частный случай задачи Штейнера

Рассмотрены подходы к анализу и оптимизации связей между автономными системами в Интернете как к поиску решения NP-сложной задачи Штейнера, которая в некоторых частных случаях может быть решена эффективными методами. Предложены ограничения на размещение точек Штейнера и дополнительные связи, аргументированные технологиями глобальной интернет-маршрутизации.

Розглянуто підходи до аналізу та оптимізації зв'язків між автономними системами в Інтернеті як до пошуку розв'язку NP-складної задачі Штейнера, яка в деяких окремих випадках може бути розв'язана ефективними методами. Запропоновано обмеження на розміщення точок Штейнера та додаткові зв'язки, аргументовані технологіями глобальної інтернет-маршрутизації.

К л ю ч е в ы е с л о в а: сложные сети, деревья Штейнера, оптимизация связей.

В сложных сетях, к которым относится Интернет [1], топологическое расстояние, т.е. число транзитных переходов между узлами, является интегральным критерием оценки скорости и надежности передачи информации: вероятность сбоев имеет обратную зависимость от числа транзитных узлов, что учтено при разработке протоколов маршрутизации. В частности, в едином протоколе глобальной маршрутизации BGP-4 (Border Gateway Protocol) основным транзитивным критерием выбора маршрута является сравнение расстояний до места назначения, измеряемых числом транзитных узлов — так называемых автономных систем. Протокол BGP обеспечивает передачу пакета в направлении того узла, через который проходит кратчайший маршрут. Манипулирование числом транзитных узлов в маршрутах — единственный способ влиять на вес того или иного маршрута для балансировки загрузки каналов передачи.

В настоящее время проблема максимального сближения источников информации и пользователей чрезвычайно актуальна в виртуальном Интернет-пространстве. Об этом свидетельствует интенсивное развитие сетей обмена трафиком IXPs (Internet Exchange Points), пиринговых сетей P2P (peer-to-peer networks) и сети доставки контента CDN (Content Delivery Network), представителем которых, в частности, является проект глобального кеша Google (GGC).

В результате исследований, проведенных с 2008 по 2013 г., установлено, что в настоящее время топологическое расстояние между узлами сети Интернет, к которым относятся и информационные ресурсы и пользователи, в различных сегментах сети составляет в среднем от 4,5 до 5,5 узлов, а в некоторых случаях — менее четырех, или, наоборот, — более шести узлов. Это означает, что подключение к Интернет (процесс присоединения нового узла к существующим узлам глобальной сети) и размещение информационных ресурсов в сети должно быть обоснованным как экономически, так и технологически. Целью упомянутого исследования было сокращение топологических расстояний между Интернет-узлами в определенных сегментах Интернет с использованием топологических свойств этих сегментов, представляющих собой множество связанных узлов, логично объединенных дополнительными факторами или характеристиками.

Подходы к решению проблемы. Технологии сближения информации и пользователей развиваются в течение всего времени существования Интернета как глобальной сети. Рассмотрим наиболее известные в настоящее время направления.

С е т и IXP способствуют сокращению транзитов, обеспечивая возможность физического взаимодействия многих узлов при сокращении капиталовложений. IXP — это инфраструктура физического, канального или сетевого уровня, позволяющая объединять сети на соответствующем уровне по единой технологии. Первые массовые IXP работали на основе политики маршрутизации «все-всем», когда все сети при подключении к IXP автоматически получают разрешение на обмен трафиком с другими сетями. Для этого все участники IXP анонсируют маршруты к «своим» сетям в единую точку обмена маршрутами, которую предоставляет IXP.

С е т и P2P — это виртуальные сети, или сервисы по созданию децентрализованных виртуальных сетей, выполняющие децентрализованное хранение и распространение информации, распределенные вычисления, обмен сообщениями и др. В такой распределенной архитектуре отдельные узлы-соседи являются как поставщиками, так и потребителями ресурсов, что отличает их от централизованной модели клиент—сервер, где клиентские узлы запрашивают доступ к ресурсам, предоставляемым центральным сервером. В пиринговой сети задачи (например, поиск файлов или трансляция потокового аудио- или видеоконтента) распределяются между несколькими соединенными между собой соседями. Часть ресурсов (вычислительные мощности, дисковое пространство или пропускная способность сети) каждого из них непосредственно доступна другим участникам сети без централизованной координации серверами [2].

Сети CDN — географически распределенная сетевая инфраструктура, позволяющая оптимизировать доставку и дистрибуцию контента конечным пользователям в сети Интернет. Использование CDN сокращает число транзитных узлов, что существенно увеличивает скорость скачивания контента из сети Интернет. При этом отсутствуют резкие изменения скорости загрузки и повышается качество потока данных.

Сети CDN состоят из географически распределенных многофункциональных платформ, взаимодействие которых позволяет максимально эффективно обрабатывать запросы пользователей при получении контента. Данные центрального сервера Интернет-ресурса реплицируются на периферийные платформы, каждая из которых поддерживает в актуальном состоянии полную или частичную копию распространяемых данных. Узел сети, входящей в состав платформы, взаимодействует с локальными сетями Интернет-провайдеров и распространяет контент конечным пользователям по кратчайшему сетевому маршруту от наименее загруженного сервера. Длина сетевого маршрута зависит от топологической удаленности сетевого пользователя от сервера или стоимости передачи трафика в регионе.

Кэширование является самым распространенным методом реализации CDN, поскольку обеспечивает оптимальное использование дискового пространства и телекоммуникационных каналов сети. Стремясь к приближению собственных информационных ресурсов к потребителю, корпорация Google развивает собственный сервис GGC (Google Global Cache), представляющий собой CDN глобального масштаба. Для этого Google устанавливает за свой счет кэширующие телекоммуникационно-информационные комплексы у «перспективных» Интернет-сервис-провайдеров, организует взаимодействие с ними по протоколу BGP и перенаправляет пользовательские запросы к службам Google на ближайший к их провайдеру комплекс GGC.

Постановка задачи. Сокращение маршрутов посредством изменения топологии у Интернет-провайдеров называется построением паритетных каналов или просто «паритетов». Критерием целесообразности построения паритета является ожидаемый объем трафика. Информации о длине маршрутов для построения паритетов не найдено. Поэтому предлагается собственный подход к решению этой проблемы, а именно: способ внесения локальных изменений в топологию сети.

Сеть Интернет представляет собой граф $G(E, V)$, где V — множество автономных систем, а E — их связи, созданные протоколом BGP. Взаимодействие между автономными системами всегда двустороннее, а это значит, что граф $G\,(E,\,V)$ является ненаправленным.

Современное определение и назначение автономных систем представлено в стандарте RFC 1930 (1996). В то время автономная система представляла собой числовой 16-, а позднее — 32-битный идентификатор, отображенный в десятичном виде. Таким образом, рост Интернета теоретически возможен почти до 2^{32} или $4{,}3\times10^9$ узлов. В настоящее время в маршрутах встречаются номера более 56000 автономных систем.

Важнейшими характеристиками, определяемыми топологией сети, являются средний, или геодезический, путь l_m от узла m к другим узлам сети,

$$l_m = \frac{1}{N-1}\sum_{i\neq m}^{N} d_{im},$$

и средний геодезический путь между всеми узлами сети

$$l = \frac{1}{N\,(N-1)}\sum_{i}^{N}\sum_{j}^{N} d_{ij},$$

где N — число узлов в сети; d_{im} — кратчайший путь между узлами i и m; d_{ij} — кратчайший путь между узлами i и j.

Путь, который проходит в Интернете пакет сетевого уровня между сетью происхождения и сетью назначения, составляет в среднем пять узлов [3]. При этом для некоторых узлов показатель l_m не превышает трех, а для некоторых — существенно больше пяти (от шести до восьми). Распределение среднего геодезического пути для узлов сети IXP UA-IX по данным 2012 г. показано на рис. 1.

Такие результаты подтверждают возможность научно обоснованного выбора Интернет-провайдеров, которые соответственно своему топологическому положению в сети способны обеспечить минимальное расстояние от источника данных (сетевого информационного ресурса) к потребителю. Исходя из этого может быть поставлена следующая задача: новый узел должен быть присоединен к сети заданным числом связей с существующими узлами сети так, чтобы обеспечить минимальное топологическое расстояние до других узлов.

Это соответствует классической задаче размещения, где есть два основных критерия оценки качества размещения: минимизация максимального расстояния и минимизация суммы расстояний. Поиск точки размещения, выбранной в соответствии с критерием минимизации максимального расстояния, называется задачей поиска центра графа, а поиск точки,

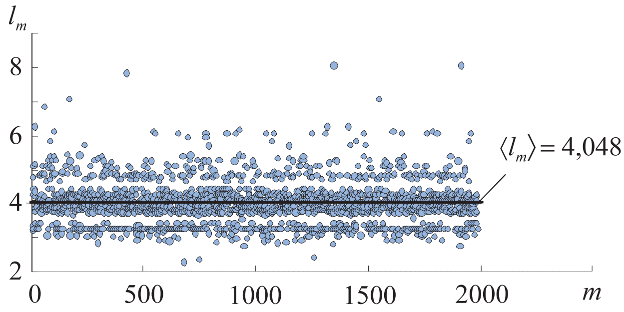

Рис. 1. Средний кратчайший путь узлов по данным таблиц маршрутизации UA-IX

выбранной по критерию минимизации суммы расстояний — задачей поиска медианы графа [4]. Математически это можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min,\ x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in N \cup \{0\}, \tag{1}$$

где m — множество исходных узлов; n — множество узлов назначения; c_{ij} — расходы на транспортировку от i-го узла в j-й; x_{ij} — искомый вектор решений, удовлетворяющих ограничениям.

Введем числовой критерий, определяющий способность обеспечить минимальное топологическое расстояние до других узлов, и назовем его коэффициентом близости:

$$a_m = \frac{l_m}{l} = \frac{\sum_i^N d_{im}}{\dfrac{\sum_i^N \sum_j^N d_{ij}}{N}} = \frac{N\sum_i^N d_{im}}{\sum_i^N \sum_j^N d_{ij}}, \tag{2}$$

где a_m — коэффициент близости узла m. С учетом (1) и (2) задачу поиска минимума функции $F(X)$ запишем в виде

$$F(X) = \sum_i^{n \geq q} a_i x_i \to \min,$$

где a_i — коэффициент близости для i-го узла; n — число узлов для подключения, $n = |X|$; q — число подключений; x_i — i-й элемент вектора решений X.

Решением задачи является получение вектора комбинаций $\mathbf{X}$ ($x_1, x_2, \ldots$ $\ldots, x_{m \geq q}$), где x_i — результат выборки q элементов из множества вершин V;

$x_i > 0$ означает, что i-й узел предпочтителен для подключения. Решение сформулируем в виде следующих граничных условий:

$$\sum_{i}^{m \geq q} a_i x_i \to \min,\ x_i \in \{0;1\} \forall\, 1 \leq i \leq m,\ 1 \leq \sum_{i}^{m} x_i \leq q\,. \tag{3}$$

Методы решения задачи. Известным расширением задачи размещения является так называемая задача Штейнера, суть которой состоит в нахождении кратчайшей сети прямолинейных отрезков, связывающих между собой заданное множество точек. Для решения задачи предполагается создание новых точек, называемых точками Штейнера и используемых в качестве узлов искомой кратчайшей сети. В более сложных формулировках задачи Штейнера можно учитывать такие факторы, как необходимость избегать определенных географических свойств местности, а также отыскивать кратчайшие соединения между узлами уже существующих сетей [5, 6].

В условиях поставленной задачи, когда расстояние между узлами сети измеряется не единицами расстояния, а числом транзитных переходов, при этом географическое расположение узлов не имеет значения, математическая формулировка задачи Штейнера может быть сформулирована как поиск минимальных по весу деревьев Штейнера SMT (Steiner Minimal Tree).

Пусть задан ориентированный граф $G\,(E, V,\, w)$. Среди вершин V задана начальная (стартовая) вершина A и множество терминальных вершин T, которые следует объединить. Необходимо найти частичный подграф $G'(E', V',\, w')$, который удовлетворяет следующим условиям:

существует путь от A и T к E';

существует путь от A к любой вершине, входящей в T;

возможен минимальный суммарный вес всех ребер E'.

В более сложной постановке разрешается расширять и множество ребер, и множество вершин для минимизации веса (длины) дерева. Узлы, которые создаются в новых точках соединения ребер, называются точками Штейнера.

С учетом изложенного коэффициент близости вершины может быть представлен в виде соотношения минимального дерева Штейнера, исходящего из этой вершины, к средней длине остовного дерева в графе:

$$a_m = \frac{N \cdot SMT_m}{\sum_{i}^{N} MST_i}\,,$$

где SMT_m — длина дерева Штейнера от узла m; MST_i — длина минимального остовного дерева от узла i.

Факторы, влияющие на размер задачи. Для расчета длины деревьев Штейнера могут быть применены известные алгоритмы, в частности алгоритм Дейкстры, Флойда—Уоршала, генетические алгоритмы и др. Для нахождения среднего кратчайшего пути между всеми вершинами целесообразно использовать алгоритмически простой и не требующий хранения промежуточных данных в специальных структурах метод Флойда—Уоршала, сложность которого составляет $O(N^3)$. Максимальная сложность алгоритма Дейкстры для расчета кратчайшего пути от одной вершины графа до N остальных составляет $O(N^2)$.

Для поиска комбинации подключений нового узла m с минимальным значением a_m необходим перебор всех комбинаций возможный связей. Рассмотрим практическую задачу, в которой новый узел должен быть связан с другими узлами с минимизацией топологических расстояний. Пусть $V_o \subset V$ — множество узлов, доступных для присоединения; $|V_o|$ — число таких узлов; q — число подключений нового узла. В комбинаторике размещением из n элементов по m, или упорядоченной (n, m) выборкой из множества $M(n)$, где $m \le n$, называют произвольный кортеж $(a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{im})$, состоящий из m попарно различных элементов. Классическая формула определения числа вершин A для n элементов по m имеет вид $A_n^m = n^m$, а исключая комбинации с повторяющимися элементами, —

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

В рассматриваемой задаче число элементов в выборке аналогично числу планируемых подключений $(m = q)$, а множество возможных элементов — числу доступных для подключения узлов $(n = |V_o|)$. Кроме исключения из выборки комбинаций с повторяющимися элементами, необходимо также учесть, что комбинации типа $A\,(i, j)$ и $A\,(j, i)$ являются идентичными для практического использования. Это означает, что для q подключений из $|V_o|$ доступных узлов число комбинаций A составляет

$$A_{|V_o|}^q = (|V_o|)\frac{(|V_o|-1)}{2}\frac{(|V_o|-2)}{3}\cdots\frac{(|V_o|-(q-1))}{q} = \frac{\prod_{k=0}^{q-1}(|V_o|-k)}{q!}. \qquad (4)$$

С помощью формулы (4), которая проверена эмпирически при $(1 \le |V_o| \le 10) \cup (1 \le q \le 5)$, получены такие значения q при $|V_o| = 100$:

$$q = 2: A_q^{|V_o|} = 4{,}45 \cdot 10^3; \quad q = 4: A_q^{|V_o|} = 3{,}92 \cdot 10^6;$$

$$q = 3: A_q^{|V_o|} = 1{,}62 \cdot 10^5; \quad q = 5: A_q^{|V_o|} = 7{,}53 \cdot 10^7.$$

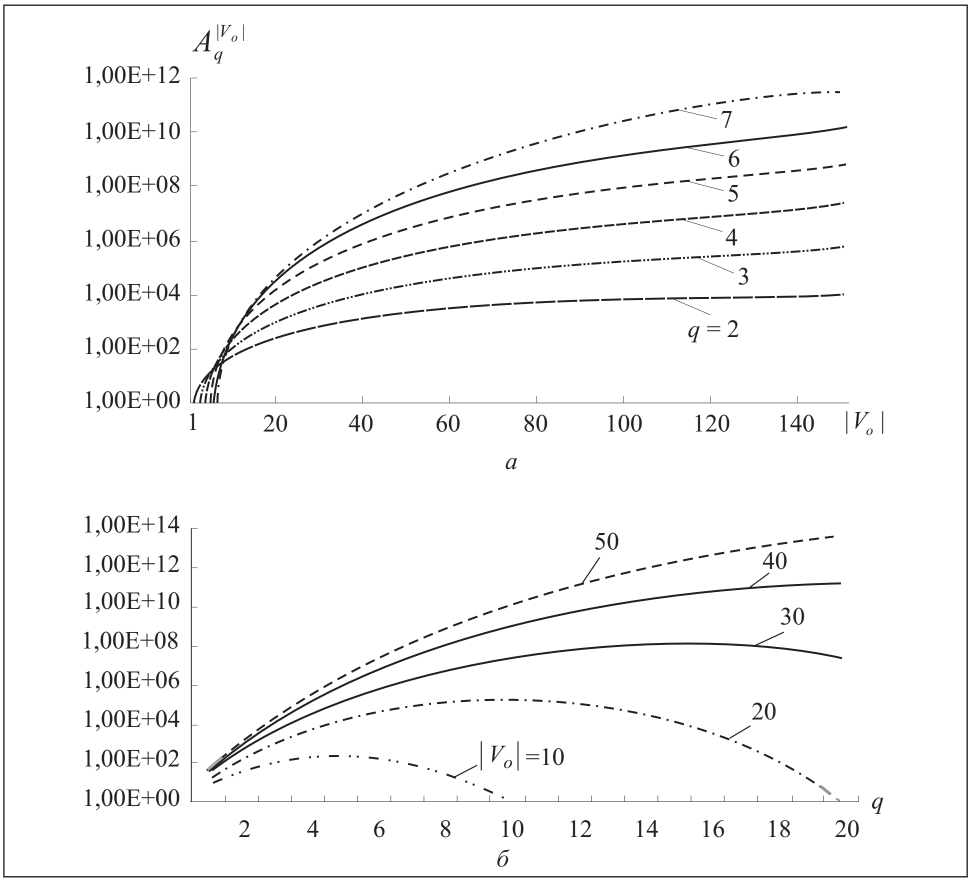

Рис. 2. Зависимость числа комбинаций A от числа доступных узлов $|V_o|$ при некоторых постоянных q (*а*) и от числа комбинаций q при некоторых заданных $|V_o|$(*б*) и числа узлов в множестве V_o

В то же время, при постоянном числе подключений (например, $q = 2$)

$$|V_o|=10: A_q^{|V_o|}=4{,}5\cdot 10^1;\quad |V_o|=1000: A_q^{|V_o|}=4{,}445\cdot 10^5;$$

$$|V_o|=100: A_q^{|V_o|}=4{,}45\cdot 10^3;\quad |V_o|=10000: A_q^{|V_o|}=4{,}4445\cdot 10^7.$$

Зависимость A от q и $|V_o|$ представлена на рис. 2.

Эмпирически выведенную формулу (4) приведем к факториальному виду:

$$A_q^{|V_o|}=\frac{\prod_{k=0}^{q-1}(|V_o|-k)}{q!}=\frac{\prod_{k=0}^{q-1}(|V_o|-k)\prod_{k=q}^{|V_o|}(|V_o|-k)}{q!\prod_{k=q}^{|V_o|}(|V_o|-k)}=\frac{\prod_{k=0}^{|V_o|}(|V_o|-k)}{q!(|V_o|-q)!}=\frac{|V_o|!}{q!(|V_o|-q)!}. \qquad (5)$$

Теперь преобразуем (5) к непрерывной функции. Формула Муавра—Стирлинга позволяет получить приближенные значения факториалов больших чисел без непосредственного перемножения последовательности натуральных чисел [7] :

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n e^{\frac{\theta}{12n}}, \; 0 < \theta < 1 .$$

Для больших значений n достаточно рассматривать только главный член формулы Стирлинга, поэтому формула (4) может быть представлена в виде непрерывной функции:

$$A_q^{|V_o|} = \frac{\sqrt{2\pi |V_o|}\left(\frac{|V_o|}{e}\right)^{|V_o|}}{\sqrt{2\pi q}\left(\frac{q}{e}\right)^q \sqrt{2\pi(|V_o| - q)}\left(\frac{|V_o| - q}{e}\right)^{|V_o| - q}}. \tag{6}$$

Очевидно, что для больших значений $|V_o|$, в частности, когда $|V_o| \to |V|$ (в настоящее время $|V| \approx 56000$ и возможно возрастание $|V|$ до 2^{32}) и $q << |V_o|$, на основании (6) можно утверждать следующее:

$$A_q^{|V_o|} \approx k \frac{\left(\frac{|V_o|}{e}\right)^{|V_o|}}{\left(\frac{|V_o|}{e}\right)^{|V_o| - q}} = k\left(\frac{|V_o|}{e}\right)^q .$$

Таким образом, на сложность решения задачи экспоненциально влияет не увеличение числа узлов, а возрастание числа подключений q при $q << |V_o|$. С учетом ограничений на повторение элементов в комбинации, связанных со спецификой практической задачи, при $q \approx |V_o|/2$ число комбинаций уменьшается и при $q = |V_o|$ достигает величины $A_q^{|V_o|} = 1$.

Возможности уменьшения сложности задачи. *Ограничения на изменение топологии*. Планирование новых узлов в сети, которые выполняли бы транзитные функции и таким образом влияли на топологические расстояния по всей сети, не представляется уместным. Процесс глобальной маршрутизации в сети, состоящей из десятков тысяч узлов, с помощью протоколов маршрутизации распределен так, что каждый узел решает задачу маршрутизации исключительно в пределах связей между ним и его узлами-соседями. В общем случае влияние на дальнейшее избрание маршрутов за пределами собственных каналов невозможно. При этом возможна организация лишь одной точки Штейнера — непосредственно узла, относительно которого решается проблема выбора связей, и новые связи строятся только между этим узлом и существующими. Таким образом, в области поиска решений существуют ограничения на изменение топологии сети.

Ограничения начальных условий. Задача определения присоединяемых узлов аналогична поиску мест оптимального расположения складов (классическая транспортная задача). В такой задаче число складов всегда ограничено сверху бюджетом, географическими (или топологическими) особенностями местности, объемом поставок продукции и др. При поиске оптимальных связей для нового Интернет-узла также существуют ограничения, продиктованные материальной сутью задачи. Прежде всего, это ограничение на число подключений q (связей с другими узлами), которое может быть вызвано ограничениями бюджета. Кроме того, существует ограничение на множество V_o, состоящее из узлов, подключение к которым является возможным, т.е. они доступны географически и не существует технологических, экономических, геополитических и других препятствий для построения взаимодействия.

Ограничения на терминальные точки. Важный фактор, влияющий на вычислительную сложность задачи, — число узлов сети, являющихся терминальными точками в задаче Штейнера, или «аудиторией» в терминах информационных ресурсов. Замена множества узлов V множеством V_a, где $|V_a| < |V|$, дает возможность ускорять расчет a_m для каждой комбинации новых связей.

Практическая реализация этого ограничения заключается в следующем: терминальными признаются точки, удовлетворяющие какому-либо эмпирическому критерию, и в дальнейших расчетах суммарных длин деревьев учитываются лишь пути, ведущие в терминальные точки, а прочие пути не анализируются.

Выводы

Проблема сокращения расстояний между Интернет-узлами является разновидностью задачи размещения, решаемой методом поиска медианы графа или множества медиан графа. Она может быть сформулирована как частный случай задачи Штейнера, которая заключается в поиске наименьших по весу (или суммарной длине) подсетей — деревьев Штейнера, соединяющих заданное множество целевых узлов (терминальных точек) через найденные или построенные дополнительные транзитные связи. Число этих связей экспоненциально увеличивает вычислительную сложность поиска решения, что является существенным при теоретически возможных входных условиях (десятки связей и тысячи доступных узлов). Поэтому при постановке практической задачи необходимы ограничения на входные условия и область поиска решений. Ограничения могут быть найдены в результате уменьшения множества доступных узлов с помощью предварительного отсева, ограничения на число новых связей, сужения аудитории, т.е. уменьшения множества терминальных узлов сети, расстояние до которых принимается во внимание.

The NP-complex Steiner Problem can be effectively solved in some particular cases. The article discusses approaches to the analysis and optimization of relations between Internet autonomous systems as a solution of a special case of Steiner Problem. Derived from the point of global Internet routing, restrictions on the placement of Steiner points and the organization of additional links are proposed.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Newman M.E.J.* The structure and function of complex networks // SIAM Review. — 2003. — Vol. 45. — P. 167—256.
2. *Fox G.* Peer-to-Peer Networks // Computing in science & engineering. — 2001. — Vol. 3. — P. 2—4.
3. *Mahadevan P., Krioukov D.* The Internet AS-Level Topology: Three Data Sources and One Definitive Metric» // ACM SIGCOMM Computer Communications Review. — 2006. — Vol. 36. — P. 17—26.
4. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. — М. : Мир, 1978.
5. *Ильченко А.В., Блыщик В.Ф.* Минимальные по включению деревья Штейнера. Алгоритм построения» // Таврійський вісник інформатики та математики. — 2012. — **20**, № 1. — С. 35—44.
6. *Панюков А.В.* Топологические методы решения задачи Штейнера на графе // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 3. — С. 89—99.
7. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. Изд. 7. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001.

Поступила 24.12.13;
после доработки 30.12.13

ЗУБОК Виталий Юрьевич, зам. директора Информационного центра ЭЛВИСТИ. В 1994 г. окончил Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический ин-т». Область научных исследований — интернет, сложные сети.