ISSN 1028-7507 Акустичний вісник. 2003. Том 6, N 4. С. 46–53

УДК 534.26

ВПЛИВ ВЛАСТИВОСТЕЙ СТІНОК АЛЬВЕОЛ НА ВЕЛИЧИНУ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ЛЕГЕНЕВІЙ ПАРЕНХІМІ

В. Н. ОЛІЙНИК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 24.12.2003

Запропоновано акустичну модель паренхіми, модифіковану шляхом урахування пружних властивостей альвеолярних стінок, а також трансмурального тиску і сил поверхневого натягу, які діють на межі розділу газової і тканинної фаз. Задачу акустичного моделювання легеневої тканини зведено до розгляду індивідуальної сферичної бульбашки з підкріпленою поверхнею, яка пульсує в безмежній рідині. Показано, що основну роль у підкріпленні поверхні альвеоли відіграє поздовжня жорсткість її стінок. Розрахункова величина збільшення швидкості звуку в паренхімі ссавців за рахунок підкріплення альвеол не перевищує 20 %. Встановлено, що найбільш сильно підкріплення впливає на властивості легенів великих ссавців, альвеоли яких містять більшу частку еластину й колагену. Проведене порівняння теоретичних даних з експериментальними виявило задовільне узгодження між ними.

Предложена акустическая модель паренхимы, модифицированная путем учета упругих свойств альвеолярных стенок, а также трансмурального давления и сил поверхностного натяжения, действующих на границе раздела газовой и тканевой фаз. Задача акустического моделирования легочной ткани сведена к рассмотрению индивидуального сферического пузырька с подкрепленной поверхностью, пульсирующего в безграничной жидкости. Показано, что основную роль в подкреплении поверхности альвеолы играет продольная жесткость ее стенок. Расчетное значение увеличения скорости звука в паренхиме млекопитающих за счет подкрепления альвеол не превышает 20 %. Установлено, что наиболее сильно подкрепление влияет на свойства легких крупных млекопитающих, альвеолы которых содержат большую частицу эластина и коллагена. Проведенное сравнение теоретических данных с экспериментальными показало удовлетворительное согласование между ними.

An acoustic model of the parenchyma is offered, modified by accounting for elastic properties of alveolar walls, transpulmonary pressure and forces of surface tension acting on the gas-tissue interface. The problem of acoustic modeling of the lung tissue is reduced to consideration of individual spherical bubble with supported surface pulsing in an infinite liquid. It is ascertained that the basic role in reinforcement of the surface of the alveole is played by longitudinal rigidity of its walls. Calculated value of increase of sound speed in mammalian parenchyma due to reinforcement of alveoles does not exceed 20 %. It is shown that most strongly the reinforcement influences the properties of lungs of large mammals, which alveoles contain bigger share of elastin and collagen. Carried out comparison of the theoretical data with the experimental ones has shown satisfactory agreement between them.

ВСТУП

Вивченню закономірностей поширення хвиль у легеневій паренхімі належить особливе місце серед задач біоакустики і біомеханіки. Ці дослідження набули першочергового значення з розвитком сучасних методик електронної реєстрації та комп'ютерної обробки звуків дихання для потреб медичної діагностики респіраторних органів людини [1].

Паренхіма, яка займає значну частину об'єму грудної клітки людини, відіграє важливу роль у передачі звуків та вібрацій по тканинах тіла. Газонаповнені легені мають гранулярну "піноподібну" будову, завдяки якій формуються їхні унікальні акустичні властивості [2–4]. Відомо, що для частот звукового діапазону паренхіма легенів може розглядатись як структуроване двофазне середовище, основу якого складає альвеола – наповнений повітрям мікроскопічний мішечок з еластичними стінками [5,6]. У такому середовищі можуть поширюватись хвилі різних типів. Так, при імпульсних навантаженнях легенів експериментально зафіксовано збудження поздовжніх і поперечних хвиль з дуже низькими фазовими швидкостями (одиниці метрів за секунду) [7,8]. Величина швидкості такої поздовжньої хвилі добре узгоджується з даними про значення квазістатичного об'ємного модуля пружності паренхіми під час дихання. Це дозволяє зробити припущення про те, що її існування пов'язане, насамперед, з інтенсивним пружним деформуванням еластичних стінок альвеол і альвеолярних ходів [9]. Водночас у переважній більшості випадків спостерігається поздовжня хвиля, швидкість якої лежить у діапазоні від 20 до 70 м/с [10–12], яка має не "структурну", а "акустичну" природу – вона переноситься у середовищі за рахунок стисливості альвеолярного повітря.

David Rice у своїй піонерській роботі [10] припустив, що фазова швидкість акустичної хвилі підпорядковується так званому правилу Вуда: квадрат швидкості звуку в паренхімі обернено пропорційний добуткові її середньої густини на середню об'-

© В. Н. Олійник, 2003

ємну стисливість, які є функціями об'ємної частки повітря у легеневій тканині. Внаслідок великої різниці між стисливостями і густинами повітря і тканинної фази можна вважати, що

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)\rho_t \mathcal{K}_g}}, \qquad (1)$$

де ε – об'ємна частка повітря в паренхімі; ρ_t – густина тканини, яка формує альвеолярні стінки; $\mathcal{K}_g$ – об'ємна стисливість повітря [4, 13]. Аналогічні співвідношення характерні для дрібнодисперсних бульбашкових середовищ типу кавітуючої рідини [14]. Ця модель у цілому адекватно відображає реальний стан речей для сигналів звукового діапазону і є загальноприйнятою при оцінюванні акустичних передаточних властивостей респіраторного тракту у ссавців *ex vivo* [7, 10, 15] та *in vivo* [3, 13, 16].

З часу виникнення двофазної моделі паренхіми [10] робились неодноразові спроби її уточнення з урахуванням термодинамічних характеристик альвеолярного повітря і тканини стінок [3, 4], які відповідають за формування дисипативних властивостей середовища. Як результат було показано, що для опису особливостей передачі звуку паренхімою в діапазоні частот від 20 Гц до 2 кГц як перше наближення може застосовуватись елементарна формула швидкості акустичної хвилі, доповнена даними про коефіцієнт затухання, обчислений за теорією емульсій М. Ісаковича [4, 17].

Слід відзначити також намагання розвинути модель на основі механіки гетерогенних середовищ з урахуванням зв'язаності альвеоли з бронхіальним деревом [2]. Однак нехтування міжфазним теплообміном на рівні мікроструктури паренхіми й використання занадто спрощеної моделі респіраторних повітропроводів не дозволили досягти суттєвого прогресу на цьому шляху.

Більш детальний аналіз експериментальних даних, одержаних у роботі [10] на виділених зразках паренхіми з кінських легенів, показує, що "емульсійний" підхід дещо занижує значення швидкості звуку в паренхімі. Наприклад, при зростанні об'ємної частки альвеолярного повітря (збільшенні розтягу легенів) від 0.5 до 0.9 різниця між теоретичними й експериментальними даними зростає від 15 до 50 %. Такий результат говорить про існування значущих факторів, які можуть впливати на інтегральні акустичні характеристики паренхіми, але не були враховані у базовій моделі [4, 10]. Перерахуємо їх.

1. Тканина, з якої складаються стінки альвеол, не є рідиною. Альвеолярні стінки за своєю геометрією і механічними властивостями більш за все нагадують тонкі оболонки з малою жорсткістю на згин (пружні мембрани) [5, 9]. На можливість впливу пружних характеристик тканинної фази паренхіми на величину швидкості акустичної хвилі у ній було вказано, зокрема, у статті [12].

2. Під час акту дихання відбувається зміна трансмурального тиску, який для легенів визначається як перевищення гідростатичного тиску повітря в альвеолах над зовнішнім атмосферним тиском [6, 9]. Дія трансмурального тиску, який роздуває альвеолярні стінки, також може відігравати роль додаткового підкріплення.

3. Поверхні альвеол, альвеолярних ходів і респіраторних бронхіол вкриті суфрактантом – поверхнево активною рідиною органічного походження. При цьому за рахунок особливої хімічної структури суфрактанту його коефіцієнт поверхневого натягу в процесі дихання суттєво змінюється – під час глибокого видоху він практично дорівнює нулю, а на максимумі вдиху досягає практично 70 % значення коефіцієнта поверхневого натягу води [6,9]. Фізіологічна роль суфрактанту полягає у збільшенні розтяжності легенів під час вдиху і стабілізації альвеол, які при малих трансмуральних тисках мають тенденцію до спадання (ателектазу) [6].

Відзначимо, що в акустиці одержано ряд результатів, які свідчать про значний вплив підкріплення поверхні сферичних об'єктів за рахунок пружних оболонок [18–20] і поверхневого натягу [21] на їхні віброакустичні властивості. Важливою є і та обставина, що в рамках лінійних підходів добре розвинута методична база для аналітичного і чисельно-аналітичного розв'язку таких задач.

Таким чином, мета цієї статті полягає в аналізі характеру і величини впливу пружних оболонок на межі альвеол, варіації трансмурального тиску і сил поверхневого натягу для формування характеристик акустичної хвилі, яка поширюється у легеневій тканині. Для цього запропоновано модифіковану "газо-рідинну" модель паренхіми, в якій альвеоли розглядаються як своєрідні бульбашки з підкріпленою поверхнею.

1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Замінимо легеневу паренхіму рідиною з фізичними параметрами, близькими до параметрів во-

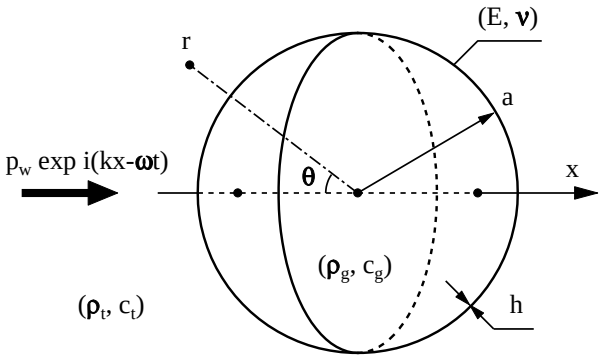

Рис. 1. Сферична бульбашка з підкріпленою поверхнею під дією акустичної хвилі (схема)

ди, насиченої сферичними повітряними бульбашками з діаметрами, які дорівнюють середньому діаметру альвеол [4]. Оскільки ми розглядаємо проходження хвиль, довжина яких набагато перевищує масштаб мікроструктури середовища, істинна форма альвеол не повинна відігравати в нашому розгляді суттєвої ролі. Ці ж міркування дозволяють обмежитись розглядом тільки пульсуючих рухів альвеол, тим більше, що існування акустичної хвилі за своєю природою пов'язане виключно з динамічною зміною об'єму середовища-носія [14].

Вважатимемо, що кожна з альвеол вкрита тонкою пружною оболонкою, параметри якої можуть бути визначені на основі результатів специфічних біомеханічних досліджень [22]. При аналізі механоакустичних властивостей моделі припустимо, що деформування кожної з альвеол відбувається незалежно від інших. Це дозволяє значно спростити математичне формулювання задачі, розглядаючи не середовище в цілому, а поведінку індивідуальної бульбашки з підкріпленням, яка коливається в необмеженій рідині під впливом плоскої гармонічної акустичної хвилі (рис. 1). Хвилю тиску $p_w \exp i(k_t x - \omega t)$ можна розкласти за сферичними функціями [23], причому в довгохвильовому наближенні основну роль відіграє тільки нульовий (пульсуючий) член ряду:

$$p_w \exp i(k_t x - \omega t) = p_w \exp i(-\omega t) \times$$
$$\times \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) j_n(k_t r) P_n(\cos\theta) \approx$$
$$\approx p_w \exp(-i\omega t) j_0(k_t r).$$

Поширення малих гармонічних за часом збурень у середовищі, яке оточує бульбашку, і повітрі всередині неї описується рівняннями Гельмгольца з відповідними хвильовими числами:

$$\nabla^2 \Phi_{g,t} + k_{g,t} \Phi_{g,t} = 0, \qquad k_{g,t} = \omega / c_{g,t}, \tag{2}$$

де ∇^2 – оператор Лапласа у сферичних координатах; $\Phi_{g,t}$ – амплітудні функції акустичних потенціалів; $c_{g,t}$ – швидкості звуку в повітрі й рідині відповідно (індекс "g" відповідає внутрішній області бульбашки, а "t" – зовнішній). Розсіяну (однорідну) частину розв'язку для зовнішньої області слід формувати у вигляді біжучих хвиль у напрямку $r \to \infty$. Це дозволяє автоматично виконати умову відсутності потоку енергії з нескінченності. Загальні розв'язки рівнянь (2) можна представити у вигляді розкладів у ряди Фур'є за сферичними функціями [23]. Обмежуючись лише найнижчою, пульсуючою модою коливань, одержуємо

$$\Phi_g = A_0 j_0(k_g r),$$
$$\Phi_t = B_0 h_0^{(1)}(k_t r) + \frac{i p_w}{\omega \rho_t} j_0(k_t r). \tag{3}$$

Тут j_0 і $h_0^{(1)}$ – сферичні функції Беселя і Ханкеля першого роду відповідно.

Для знаходження невідомих коефіцієнтів A_0, B_0 необхідно задати умови спряження полів на поверхні сферичної оболонки $r = a$, яка обмежує бульбашку. Перша умова в розглянутому випадку формулюється як вимога неперервності нормальних швидкостей:

$$v_r = -\frac{\partial \Phi_{g,t}}{\partial r} = -i\omega W_0, \qquad r = a. \tag{4}$$

Тут $w = W_0 \exp(-i\omega t)$ – динамічна компонента нормальних зміщень оболонки ($|w| \ll a$). Зміщення оболонки традиційно вважаємо позитивними в напрямку її внутрішньої нормалі. Зауважимо, що при пульсаціях сферичної оболонки окружні зміщення дорівнюють нулю.

Для запису другої умови на стінці бульбашки скористаємось теорією осесиметричного деформування тонкостінних оболонок обертання [24]. При цьому будемо вважати, що проекції зовнішніх сил на площину дотичну до поверхні альвеоли, саморівноважені у кожний момент часу. Тоді відповідно до мембранної теорії тонкостінних оболонок рівняння гармонічних коливань сферичної поверхні, яка обмежує бульбашку, можна представити як

$$\frac{d}{d\theta}(N_\theta a_* \sin\theta) - N_\varphi a_* \cos\theta = 0,$$
$$(N_\theta + N_\varphi) a_* = \left(p_* - 2\frac{\sigma_s}{a_*} + \omega^2 \rho h_* w \right) a_*^2. \tag{5}$$

Тут і далі ми додержуємось позначень, які є традиційними при розгляді задач у сферичній системі координат [18, 23]. Тому, на відміну від [24], тут і далі θ – полярний, а φ – окружний кути. Дія сил поверхневого натягу (другий доданок у правій частині другого рівняння) визначається законом Лапласа [14, 21].

У рівняннях (5) N_θ і N_φ – меридіональні й окружні зусилля в оболонці; a_* і h_* – її миттєві радіус і товщина,

$$a_* = a + w;$$

ρ – густина матеріалу оболонки; σ_s – поверхневий натяг суфрактанту. Миттєва різниця тисків всередині і ззовні оболонки складається з двох компонент:

$$p_* = P_{\rm tr} + p_{\rm ac}.$$

Тут $P_{\rm tr}$ – статична різниця тисків всередині бульбашки і в оточуючому її середовищі (у нашому випадку – трансмуральний легеневий тиск); $p_{\rm ac}$ – різниця акустичних тисків:

$$p_{\rm ac} = -i\omega(\rho_g\Phi_g - \rho_t\Phi_t)\exp(-i\omega t).$$

При пульсаціях сферичної оболонки вирази для зусиль N_θ і N_φ набувають простого вигляду:

$$N_\theta = N_\varphi = -\frac{Eh_*}{1-\nu}(w_{\rm st} + w), \qquad (6)$$

де E і ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуасона оболонки; $w_{\rm st}$ – статичний розтяг оболонки під дією трансмурального тиску $P_{\rm tr}$. Якщо вважати, що при $P_{\rm tr}=0$ оболонка мала радіус a_0, то $w_{\rm st}=a_0-a$.

Підстановка виразів (6) у рівняння руху з урахуванням осьової симетрії $a_*\neq a_*(\theta)$ дозволяє переконатись, що перше з них виконується тотожно, а друге набуває вигляду

$$-\frac{2Eh_*}{1-\nu}\big(w-(a-a_0)\big) - a_*^2(P_{\rm tr}+p_{\rm ac}) + \\ +2\sigma_s a_* + \omega^2\rho h_* a_*^2 w = 0. \qquad (7)$$

Рівняння (7) непридатне для безпосереднього аналізу, бо миттєві значення радіуса й товщини оболонки, взагалі кажучи, є функціями динамічних зміщень. Для розкриття цих функціональних залежностей скористаємось тим, що матеріал оболонки практично нестисливий ($\nu\to 0.5$). Внаслідок цього можна вважати об'єм сферичного шару, зайнятого матеріалом оболонки, сталим:

$$\frac{4\pi}{3}\left[\left(a+\frac{h}{2}\right)^3 - \left(a-\frac{h}{2}\right)^3\right] = \\ = \frac{4\pi}{3}\left[\left(a_*+\frac{h_*}{2}\right)^3 - \left(a_*-\frac{h_*}{2}\right)^3\right] = {\rm const}, \qquad (8)$$

звідки після очевидних перетворень отримуємо

$$ha^2 + h^3/4 = h_* a_*^2 + h_*^3/4.$$

Виходячи з того, що $h, h_* \ll a$ і нехтуючи доданками, кубічними відносно товщин, одержуємо

$$h_* \approx \frac{a^2}{a_*^2}\,h = \frac{h}{(1+w/a)^2}.$$

Підстановка залежностей $a_*(w)$, $h_*(w)$ у рівняння (7) дає

$$-\frac{2Eh}{(1-\nu)}\,\frac{w-(a-a_0)}{(1+w/a)^2} - (a+w)^2(P_{\rm tr}+p_{\rm ac}) + \\ +2\sigma_s(a+w) + \omega^2\rho h a^2 w = 0. \qquad (9)$$

Враховуючи $w/a \ll 1$, лінеаризуємо останнє рівняння. Очевидно, що при цьому статичні доданки взаємно знищаться внаслідок виконання умови рівноваги:

$$\frac{2Eh}{1-\nu}(a-a_0) - a^2 P_{\rm tr} + 2\sigma_s a = 0. \qquad (10)$$

Відкидаючи часову залежність $\exp(-i\omega t)$ і переходячи до амплітудних функцій, отримуємо остаточно

$$\left[-\frac{2Eh}{1-\nu}\left(3-2\frac{a_0}{a}\right) - 2aP_{\rm tr} + 2\sigma_s + \right. \\ \left. +\omega^2\rho h a^2\right] W_0 = -i\omega a^2(\rho_g\Phi_g - \rho_t\Phi_t). \qquad (11)$$

Слід зазначити, що окрім вищих ступенів w тут був відкинутий доданок, пропорційний до $wp_{\rm ac}$. Це може бути аргументовано тим, що у випадку плоскої хвилі він має порядок $|p_{\rm ac}|\sim\omega(\rho_t c_t - \rho_g c_g)w$. Враховуючи умову (4), виключимо змінну W_0 з рівняння (11):

$$\rho_g\Phi_g - \rho_t\Phi_t = \frac{g}{\omega^2 a}\,\frac{d\Phi_g}{dr}\,, \qquad (12)$$

де

$$g = \left[\frac{2Eh}{(1-\nu)a}\left(3-2\frac{a_0}{a}\right) + 2P_{\rm tr} - 2\frac{\sigma_s}{a} - \omega^2\rho h a\right].$$

Одержане співвідношення (12) разом з кінематичною умовою (4) дозволяє визначити невідомі коефіцієнти у формулі (3) і одержати аналітичні розв'язки для полів Φ_g, Φ_t. Насамперед, нас буде цікавити акустичний потенціал для повітряного наповнення бульбашки:

$$\Phi_g(r) = -\frac{i}{k_t^2 a^2}\,\frac{p_w}{c_t}\left[\rho_t k_g j_0'(k_g a)h_0^{(1)}(k_t a) - \right. \\ \left. -\rho_g k_t\left(j_0(k_g) - \frac{g}{\rho_g c_g^2}\,\frac{j_0'(k_g a)}{k_g a}\right)h_0^{(1)\prime}(k_t a)\right]^{-1}. \qquad (13)$$

Тут штрих означає похідну по повному аргументу.

Нагадаємо, що у нашому випадку акустичні масштаби задачі значно перевищують лінійні розміри розглянутої бульбашки. Дійсно, вважаючи, що при наповненні легень до фізіологічної залишкової ємності $a=a_0\approx 1.25\cdot 10^{-4}$ м [25], при швидкості звуку в повітрі порядку $c_g\approx 330$ м/с [14] на частотах $f=\omega/(2\pi)\le 2$ кГц одержуємо $k_g a<0.01$ (зауважимо, що $k_t<k_g$). Це дозволяє скористатись відомими асимптотиками для сферичних функцій при малих значеннях аргументів [23]

$$j_0(k_g a)\sim 1, \qquad h_0^{(1)}(k_t a)\sim -1/(k_t a),$$

$$j_0'(k_g a)\sim -k_g a/3, \qquad h_0^{(1)'}(k_t a)\sim 1/(k_t a)^2$$

і записати довгохвильове наближення для амплітуди нормальної швидкості поверхні бульбашки (4):

$$v_r \approx \frac{ip_w}{3\rho_g c_g}\left[1+\frac{g\mathcal{K}_g}{3}\right]^{-1}. \qquad (14)$$

Тут враховано тотожність $1/(\rho_g c_g^2)\equiv\mathcal{K}_g$.

З формули (14) випливає, що бульбашка з підкріпленою поверхнею реагує на низькочастотне акустичне поле подібно до еквівалентної повітряної бульбашки без підкріплення, але зі швидкістю звуку в газі всередині неї, збільшеної на коефіцієнт, що стоїть у квадратних дужках. Очевидно, що це відповідає зменшенню ефективної стисливості розглянутого мікроструктурного елемента паренхіми в $[1+g\mathcal{K}_g/3]^2$ рази у порівнянні з елементарною моделлю [10]. Таким чином, замість формули (1), для швидкості звуку в паренхімі одержуємо вираз

$$c=\frac{1+g\mathcal{K}_g/3}{\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)\rho_t\mathcal{K}_g}}. \qquad (15)$$

Тут інтегральний вплив усіх додаткових факторів враховується у другому доданку в чисельнику. В залежності від знака g вони можуть призвести до збільшення або зменшення швидкості звуку в паренхімі.

2. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

2.1. Ступінь впливу різних фізичних факторів на величину коефіцієнта g

Визначимо ступінь впливу кожного з доданків у виразі для коефіцієнту g, який відповідає за зміну динамічної реакції підкріпленої бульбашки у порівнянні з випадком "м'якої" поверхні розділу "рідина – повітря".

Передусім, проаналізуємо особливості формування жорсткісних характеристик альвеолярних стінок. Справа в тому, що еластин і колаген, які відповідають за поздовжню жорсткість стінок, займають лише певну частину їхнього об'єму. Згідно з даними, наведеними в дослідженні [25], у різних видів ссавців вміст еластину й колагену може істотно варіюватись, але в цілому прослідковується тенденція до їхнього зростання для більш великих істот. Наприклад, можна вважати, що стінки альвеоли людини містять порядку 15 % еластину і 30 % колагену.

Еластин є пружною біотканиною, яка належить до класу еластомерів – він допускає великі пружні деформації (зі збільшенням довжини до кількох разів), причому при відносних видовженнях до 0.7 зберігається лінійність його механічних характеристик зі сталим модулем Юнга E_0. Колаген є слабкодеформівною (до 1 %) біотканиною, яка у сотні, або навіть тисячі разів жорсткіша за еластин. Таким чином, пружний каркас стінок альвеол можна уявити як еластинову основу, армовану волокнами колагену [22].

В недеформованому стані ниткоподібні колагенові волокна скручені у плоскі або просторові спіралі і, з огляду на дуже низьку згинальну жорсткість, не беруть участі у формуванні пружних властивостей стінок альвеол на початкових стадіях розтягу. Це дозволяє припустити, що при низьких значеннях трансмурального тиску (а отже і $a\to a_0$) $E\approx E_0$, а товщину h слід замінити на $\bar{h}=\delta_e h$, де δ_e – частка еластину в стінці альвеоли. Під час розтягу колагенові нитки поступово розпрямляються, приймаючи на себе частину дії зовнішнього навантаження, внаслідок чого відбувається зміцнення стінок альвеол, а жорсткість зростає [22].

Аналіз експериментальних даних, одержаних у результаті одновісного розтягу стрічкоподібних зразків легеневої тканини [22], показує, що залежність модуля Юнга паренхіми від величини деформації при відносних розтягах до $50\div 70$ % добре апроксимується кубічною залежністю. Це дозволяє припустити, що

$$E\approx E_0\left(\frac{a}{a_0}\right)^3, \qquad a>a_0. \qquad (16)$$

Підставляючи цю залежність у вираз для коефіцієнта g і виходячи з того, що співвідношення між товщиною й радіусом альвеоли, одержані в попередньому розділі, справедливі при будь-яких ве-

личинах деформацій, одержуємо

$$g = \left[\frac{2E_0}{(1-\nu)}\,\frac{\delta_{\rm e}h_0}{a_0}\left(3-2\frac{a_0}{a}\right)+ \right. \\ \left. +2P_{\rm tr}-2\frac{\sigma_s}{a}-\omega^2\rho h a\right]. \qquad (17)$$

Визначимо основні геометричні параметри, які узгоджуються з даними про морфометрію альвеол людини та механіку дихання [4–6, 22, 25]: $a_0 \approx 1.25\cdot10^{-4}$ м, $h_0 \approx 5.0\cdot10^{-6}$ м, $\delta_{\rm e}=0.15$, $1 \le a/a_0 \le 1.5$. Виходячи з попередніх міркувань, задамо такі фізичні властивості стінок альвеол [9, 22]: $\rho \approx 1.1\cdot10^3$ кг/м^3, $E_0 \approx (1\div8)\cdot10^6$ Па, $\nu > 0.499$. Відповідно до результатів фізіологічних досліджень, наведених у роботах [6, 9, 22], величину трансмурального тиску можна оцінити як $P_{\rm tr} \le 2.0\cdot10^3$ Па, а поверхневого натягу суфрактанту – як $\sigma_s \le 5.0\cdot10^{-2}$ Па·м.

Таким чином, на основі виразу (17) можна зробити висновок про те, що головну роль у підкріпленні поверхні людської альвеоли має відігравати поздовжня жорсткість її стінки. Додаткове зміцнення оболонки за рахунок трансмурального тиску при E_0, взятому відповідно до нижньої межі оцінок [22], не перевищує 15 % цієї величини, а поверхневий натяг – 3 %, причому роль обох цих факторів зростає на максимумі розтягу легенів. Оскільки ж приріст c, зумовлений поправкою $g\mathcal{K}_g/3$, знаходиться в межах $7\div20$ %, на практиці можна враховувати тільки перший, "оболонковий", член. Зауважимо, що вплив трансмурального тиску на підкріплення стінок альвеол присутній у цьому члені опосередковано – через зміну відношення a_0/a при роздуванні або спаданні легенів.

Величина члена $\omega^2\rho h a$ на частоті 2 кГц дає не більше 0.1 % від внеску поздовжньої жорсткості. Строго кажучи, при порівнянні одержаних результатів з даними для непідкріпленої бульбашки ($g=0$) інерційний член взагалі не треба враховувати. В іншому разі слід проводити порівняння з результатами еквівалентної задачі для бульбашки з локально-реагуючою поверхнею, навантаженою відповідною приєднаною масою.

2.2. Порівняння моделі з експериментальними даними про швидкість звуку в паренхімі

Для коректного порівняння теоретичної оцінки швидкості звуку в паренхімі c з результатами експериментів необхідно зробити кілька додаткових припущень. Так, не маючи прямих даних про морфометричні параметри кінських легенів, будемо виходити з загальної оцінки залежності характерного розміру альвеоли від частки повітря у легеневій тканині [4], з якої випливає

$$\frac{a_0}{a} = \sqrt[3]{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\,\frac{\varepsilon_0}{1-\varepsilon_0}}\,. \qquad (18)$$

Тут ε_0 – об'ємна частка повітря в паренхімі при $a=a_0$. Виходячи з результатів досліджень [10, 12, 25], діапазон зміни частки легеневого повітря при диханні $0.6 \le \varepsilon \le 0.9$ можна вважати фізіологічно спільним для більшості ссавців. Оскільки швидкість акустичної хвилі в дисперсному середовищі бульбашкового типу мало чутлива до варіації радіуса його мікроструктурних елементів [4], вважатимемо розміри альвеол a і h такими ж, як і у людини. Припустимо, що значення радіуса $a=a_0$ досягається при $\varepsilon_0=0.6$. Нарешті, виходячи з загальної закономірності, виявленої в будові альвеолярних стінок ссавців [25], покладемо $\delta_{\rm e}=0.2$, а $E_0=1.5\cdot10^6$ Па.

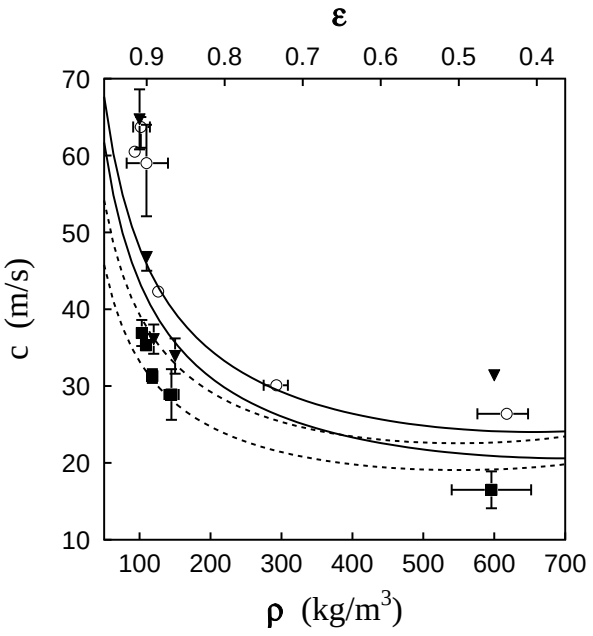

Рис. 2. Експериментальні й теоретичні оцінки швидкості звуку в легеневій паренхімі

На рис. 2 показані оцінки швидкості звуку в паренхімі, зроблені за різними моделями, а також відомі нам результати експериментальних досліджень.

Залежності, розраховані за формулою Вуда (1), показані штриховими, а за уточненою моделлю (15), (17), (18) – неперервними кривими. Оскільки для досліджуваних частот стисливість альвеолярного повітря знаходиться між своїми адіабатичним та ізотермічним значення-

ми [4, 17, 21]

$$\frac{1}{\gamma P} \le \mathcal{K}_g \le \frac{1}{P},$$

величини, розраховані для ізотермічного й адіабатичного випадків, вибирались відповідно за нижню і верхню межі оцінок швидкості c. Тут $P \approx 10^5$ Па – гідростатичний (атмосферний) тиск; $\gamma = 1.4$ – показник адіабати для повітря. Оскільки $P_{\rm tr} \ll P$, поправка на нього при визначенні $\mathcal{K}_g$ не враховувалась. Зауважимо, що модель паренхіми з підкріпленими альвеолами не тільки дає вищу оцінку швидкості звуку в порівнянні з "газорідинним" наближенням, але й забезпечує більшу швидкість зростання c з ростом ε за рахунок зміни радіуса мікроструктурного елемента (див. формулу (17) для коефіцієнта g).

Експериментальні дані для паренхіми коня [10] представлені світлими кружечками, а результати вимірювань, проведених на паренхімі кроля, – квадратами [12]. На графіку також показані межі експериментальних похибок (за першоджерелами). Окрім цього, в роботі [12] наведені відомості про зміну швидкості звуку в легеневій тканині козла при зростанні $P_{\rm tr}$. Для них немає даних про зміну густини паренхіми. Проте, якщо вважати вірним припущення про спільність для ссавців діапазону зміни об'ємної частки повітря при диханні, можна вважати, що відповідні значення густини паренхіми тут приблизно такі ж, як і в дослідах з легенями кроля. Ці результати позначені трикутниками.

Як видно з рисунка, при ступенях наповнення легеневої тканини повітрям, характерних для циклу дихання, модель (15), яка враховує поправку на жорсткісні властивості стінок альвеол, добре співпадає з результатами Rice [10]. Непогано в таку концепцію вкладається і залежність для швидкості звуку в паренхімі козла. [12] У той же час, c для паренхіми кроля, альвеоли якої містять значно менший відсоток еластину та колагену, цілком задовільно описуються "газо-рідинним" наближенням (1).

Теоретичний аналіз показує, що з акустичної точки зору паренхіма людини має поводити себе подібно до паренхіми коня, але з дещо повільнішим зростанням швидкості звуку при збільшенні ε. На жаль, оцінки швидкості звуку в паренхімі людини, проведені *in vivo*, не дозволяють зробити однозначний висновок відносно такого припущення. З одного боку, результати, одержані в статті [13], відповідають "газо-рідинному" наближенню, а з другого – наведені тут же в узагальнюючій таблиці дані інших дослідників про граничні значення c краще вкладаються у рамки моделі з підкріпленими альвеолами.

Насамкінець, зупинимось на розбіжностях між теоретичними і експериментальними даними для крайніх значень ε. Так, при максимальних розтягах легенів $\varepsilon \ge 0.9$ швидкість звуку в паренхімі коня зростає значно швидше, ніж передбачає формула (15). Це пов'язано з різким збільшенням ефективного модуля Юнга стінок альвеол при повному розпрямленні колагенових волокон. Що ж до $\varepsilon < 0.5 \div 0.6$, цей діапазон значень відповідає ателектазу легенів, який виражається у спаданні недонаповнених повітрям альвеол. Зрозуміло, що при цьому "бульбашкові" моделі перестають працювати і можуть давати значення c, далекі від реальних.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано акустичну модель паренхіми, модифіковану шляхом урахування пружних властивостей альвеолярних стінок, а також трансмурального тиску і сил поверхневого натягу, які діють на межі розділу газової і тканинної фаз. При цьому задачу акустичного моделювання легеневої тканини зведено до розгляду індивідуальної сферичної бульбашки з підкріпленою поверхнею, яка пульсує в безмежній рідині. Показано, що вплив підкріплення виражається через введення поправочного коефіцієнта, на який множиться швидкість звуку, розрахована на основі "газорідинного" наближення.

2. Основну роль у підкріпленні поверхні альвеоли грає поздовжня жорсткість її стінок. Вплив трансмурального тиску на величину підкріплення враховується опосередковано через зміну розмірів альвеоли при наповненні легенів повітрям. Дією поверхневого натягу суфрактанту при формуванні акустичної хвилі у паренхімі можна нехтувати.

3. Розрахункова величина збільшення швидкості звуку в паренхімі ссавців знаходиться в межах 20 %. Показано, що найбільш сильно підкріплення впливає на властивості легенів великих ссавців, альвеоли яких містять більшу частку еластину й колагену. Для дрібних ссавців "газо-рідинне" наближення дає задовільні результати.

1. *Pasterkamp H., Kraman S. S., Wodicka G. R.* Respiratory sounds. Advances beyond the stetoscope // J. Respir. Crit. Care Med.– 1997.– **156**.– P. 974–987.

2. *Дьяченко А. И., Любимов Г. А.* Распространение звука в легочной паренхиме // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1988.– N 5.– С. 3–14.

3. *Wodicka G. R., Stevens K. N., Golub H. L., Cravalho E. G., Shannon D. C.* A model of acoustic transmission in the respiratory system // IEEE Trans. Biomed. Engng.– 1989.– **36**, N 9.– P. 925–933.

4. *Олийнык В. Н.* О механизмах формирования акустических свойств легочной паренхимы // Акуст. вісн.– 2001.– **4**, N 3.– С. 53–66.

5. *Вейбель Э. Р.* Морфометрия легких человека.– М.: Медицина, 1970.– 175 с.

6. *Уэст Дж.* Физиология дыхания. Основы.– М.: Мир, 1988.– 200 с.

7. *Jahed M., Lai-Fook S. J., Bhagat P. K., Kraman S. S.* Propagation of stress waves in inflated sheep lungs // J. Appl. Physiol.– 1989.– **66**, N 6.– P. 2675–2680.

8. *Jahed M., Lai-Fook S. J.* Stress wave velocity measured in intact pig lungs with cross-spectral analysis // J. Appl. Physiol.– 1994.– **76**, N 2.– P. 565–571.

9. *Stamenovic D.* Micromechanical foundations of pulmonary elasticity // Physiol. Rev.– 1990.– **70**.– P. 1117–1134.

10. *Rice D. A.* Sound speed in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol.– 1983.– **54**, N 1.– P. 304–308.

11. *Kraman S. S.* Speed of low-frequency sound through lungs of normal men // J. Appl. Physiol.– 1983.– **55**, N 6.– P. 1862–1867.

12. *Yen R.T., Fung Y. C., Ho H. H., Butterman G.* Speed of stress wave propagation in lung // J. Appl. Physiol.– 1986.– **61**, N 2.– P. 701–705.

13. *Paciej R., Vyshedskiy A., Shane J., Murphy R.* Transpulmonary speed of sound input into the supraclavicular space // J. Appl. Physiol.– 2003.– **94**, N 2.– P. 604–611.

14. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред.– М.: ГИТТЛ, 1954.– 795 с.

15. *Rice D. A., Rice J. C.* Central to peripheral sound propagation in excised lung // J. Acoust. Soc. Amer.– 1987.– **82**, N 4.– P. 1139–1144.

16. *Mahagnah M., Gavriely N.* Gas density does not affect pulmonary acoustic transmission in normal men // J. Appl. Physiol.– 1995.– **78**, N 3.– P. 928–937.

17. *Исакович М. А.* О распространении в эмульсиях // ЖЭТФ.– 1948.– **18**, вып. 10.– С. 905–912.

18. *Шендеров Е. Л.* Излучение и рассеяние звука.– Л.: Судостроение, 1989.– 304 с.

19. *Church C. C.* The effects of an elastic solid surface layer on the radial pulsations of gas bubbles // J. Acoust. Soc. Amer.– 1995.– **97**, N 3.– P. 1510–1521.

20. *Zhong Ding, Gracewski S. M.* Response of constrained and unconstrained bubbles to lithotripter shock wave pulses // J. Acoust. Soc. Amer.– 1994.– **96**, N 6.– P. 3636–3644.

21. *Prosperetti A.* Thermal effects and damping mechanisms in the forced radial oscillations of gas bubbles in liquids // J. Acoust. Soc. Amer.– 1979.– **61**, N 1.– P. 17–27.

22. *Maksym G. N., Bates J. H. T.* A distributed nonlinear model of lung tissue elasticity // J. Appl. Physiol.– 1997.– **82**, N 1.– P. 32–41.

23. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами.– М.: Наука, 1979.– 832 с.

24. *Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.* Пластины и оболочки.– М.: Наука, 1966.– 635 с.

25. *Mercer R. R., Russell M. L., Crapo J. D.* Alveolar septal structure in different species // J. Appl. Physiol.– 1994.– **77**, N 3.– P. 1060–1066.