

## СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КРУГЛЫЙ – ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОДЫ С ДИЭЛЕКТРИКОМ

*Построена трехмерная электродинамическая модель гибридных электромагнитных колебаний в волноводном разветвлении “цилиндрический – прямоугольный волноводы”, заполненном диэлектриком. Проведена классификация собственных типов колебаний: собственных резонансов разветвления на запердельных модах и резонансов волноводно-диэлектрического типа. Исследуемая структура может использоваться для измерения электрических параметров диэлектрических образцов как цилиндрической, так и прямоугольной формы поперечного сечения. Поскольку спектральные характеристики разветвления определяются в основном размером центральной области связи волноводов и электрическими параметрами той части диэлектрика, которая там находится, измерения носят локальный характер.*

*Ключевые слова:* волноводное разветвление, гибридное колебание, электродинамическая модель, диэлектрик

### 1. Введение

Электромагнитным колебаниям в крестообразных и Т-образных волноводных разветвлениях посвящено значительное число работ [1–5]. Исследовались свободные двухмерные [1] и трехмерные [2] колебания в разветвлении прямоугольных волноводов, аксиально-симметричные [3] и несимметричные [4] колебания в разветвлении цилиндрических волноводов. Исследован спектр квазисобственных колебаний в таких структурах [5]. Интерес к таким структурам объясняется их широким использованием в технике СВЧ: в качестве составных частей пассивных и активных приборов [6], измерительных устройств для определения электрических параметров диэлектриков без их разрушения [7].

Задачи о колебаниях в разветвлениях с различной формой поперечного сечения волноводов относятся к категории наиболее сложных векторных краевых задач. Это связано и с представлением полного поля в виде суперпозиции полей  $H$  и  $E$  типов волн во всех волноводах и особенно с тем, что эти представления записываются в различных системах координат. Работы [6, 8, 9] посвящены алгоритмам расчета  $S$ -матриц незаполненного тройникового соединения круглого и прямоугольного волноводов. В работе [6] методом частичных областей получено приближенное аналитическое решение задачи. За счет приближения, не учитывающего кривизну границы области связи волноводов, удалось получить

интегралы связи в аналитическом виде. Строгое решение этой задачи получено в работах [8, 9]. В [8] структура также разбивалась на частичные области. Общая область связи, ограниченная с одной стороны цилиндрической границей круглого, а с другой – плоской границей прямоугольного волновода, рассматривалась в качестве отдельного структурного элемента. Интегралы связи находились численным интегрированием. В работе [9] использовалась также техника сшивания частичных областей круглого и прямоугольного волноводов через виртуальный радиальный волновод. Было реализовано два подхода согласования проекционных базисов полых круглого и прямоугольного волноводов: переход от круглого к прямоугольному волноводу через секторальный волновод нулевой длины (поля в области связи и прямоугольном волноводе представлялись в цилиндрической системе координат); сшивание тангенциальных составляющих магнитных полей на прямоугольной границе (поля в области связи представлялись в прямоугольной системе координат и функциональные уравнения проектировались на систему базисных функций прямоугольного волновода). Интегралы связи также находились численным интегрированием. Полученные системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) оптимизировались с целью сокращения вычислительных затрат. В работе [10] в строгой постановке решена задача дифракции волн на несоосном сочленении прямоугольного и круглого полых волноводов. Предложен способ преобразования базисных функций, позволяющий вычис-

лать интегралы связи волн прямоугольного и круглого волноводов в явном виде, что ведет к сокращению затрат машинного времени.

Целью настоящей работы является исследование электродинамических характеристик волноводного разветвления “цилиндрический – прямоугольный волноводы с диэлектриком”, так как исследуемая структура позволяет измерять электрические параметры диэлектрических образцов как цилиндрической, так и прямоугольной формы поперечного сечения. Строгий метод частичных областей с выделением общей области связи волноводов и представлением поля в ней в виде суперпозиции полей парциальных волноводов с заполнением круглого волновода и центральной области диэлектрическим цилиндром применен для решения векторной задачи.

## 2. Электродинамический анализ

Исследуемая структура представлена на рис. 1. Выделим в структуре три области. Рассмотрим гибридные колебания  $HE(EH)_{nmg}$ -типов ( $n, m, g$  – число полувариаций поля по осям  $\varphi, r, x$ ). Решение проведем методом частичных областей, представив поля в областях II и III через электрический и магнитный векторы Герца  $\vec{\Pi}^e$  и  $\vec{\Pi}^h$  в виде разложения по собственным затухающим функциям (модам) цилиндрической и прямоугольной областей (волноводов).

В области II ( $|x| \geq b, r \leq a, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) – цилиндрический волновод радиуса  $a$  (заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ ),

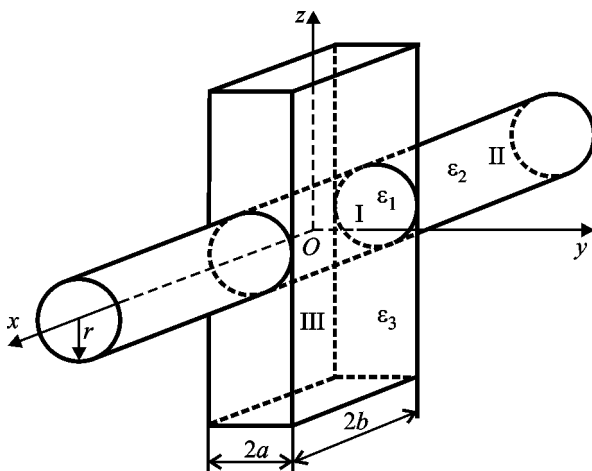


Рис. 1. Разветвление “цилиндрический – прямоугольный волноводы”

$$\vec{\Pi}^{h(2)} = \bar{x}_0 \sum_{m,n} A_{nm} J_n(p_{nm}r) e^{\mp \gamma_{nm}^{(2)}(x-b)} e^{in\varphi},$$

$$\vec{\Pi}^{e(2)} = \bar{x}_0 \sum_{m,n} C_{nm} J_n(q_{nm}r) e^{\mp \gamma_{nm}^{(2)}(x-b)} e^{in\varphi}.$$

Здесь верхние знаки соответствует волне, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $Ox$ , нижние – волне, распространяющейся в противоположном направлении;  $(\gamma_{nm}^{(2)})^2 = p_{nm}^2 - k_0^2 \epsilon_2$ ,  $(\gamma_{nm}^{(2)})^2 = q_{nm}^2 - k_0^2 \epsilon_2$  – постоянные распространения (затухания);  $m = 1, 2, \dots$ ;  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $p_{nm} = \frac{\mu_{nm}}{a}$ ,  $\mu_{nm}$  – корни уравнения  $J'_n(\mu_{nm}) = 0$ ;  $q_{nm} = \frac{\nu_{nm}}{a}$ ,  $\nu_{nm}$  – корни уравнения  $J_n(\nu_{nm}) = 0$ ;  $J_n(p_{nm}r)$ ,  $J'_n(p_{nm}r)$  – функция Бесселя I рода  $n$ -го порядка и ее производная;  $i = \sqrt{-1}$ ;  $A_{nm}, C_{nm}$  – коэффициенты разложения (амплитуды  $H$  и  $E$  волн).

В области III ( $|x| \leq b, |y| \leq a, |z| \geq a$ ) – прямоугольный волновод (незаполненный,  $\epsilon_3 = 0$ ) с поперечными размерами  $2b \times 2a$ ,

$$\vec{\Pi}^{h(3)} = \bar{z}_0 \sum_{m,g} B_{mg} \cos(p_{my}(y-a)) \cos(p_{gx}(x-b)) e^{\mp \gamma_{mg}^{(3)}(z-a)};$$

$$\vec{\Pi}^{e(3)} = \bar{z}_0 \sum_{m,g} D_{mg} \sin(p_{my}(y-a)) \sin(p_{gx}(x-b)) e^{\mp \gamma_{mg}^{(3)}(z-a)}.$$

Здесь  $(\gamma_{mg}^{(3)})^2 = p_{my}^2 + p_{gx}^2 - k_0^2$  ( $m, g = 0, 1, 2, \dots, m \neq g = 0$ ) и  $(\gamma_{mg}^{(3)})^2 = p_{my}^2 + p_{gx}^2 - k_0^2$  ( $m, g = 1, 2, 3, \dots$ ) – постоянные распространения (затухания);  $p_{my} = \frac{m\pi}{2a}$ ;  $p_{gx} = \frac{g\pi}{2b}$ ;  $B_{mg}, D_{mg}$  – коэффициенты разложения.

Область I ( $|x| \leq b, |y| \leq a, 0 \leq r \leq a$ ) – область пересечения волноводов (заполнена диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ ). Для согласования проекционных базисов цилиндрического и прямоугольного волноводов в выделенной области I представим поля в виде суперпозиции полей цилиндрического и радиального (образованного металлическими плоскостями  $x = -b, x = b$ ) волноводов, поскольку моды радиального волновода связывают моды проек-

ционных базисов цилиндрического и прямоугольного волноводов:

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}^{h(1)} &= \bar{x}_0 \sum_{m,n} \left[ A_{1nm} e^{-\gamma_{nm}^{(1)} x} + A_{2nm} e^{\gamma_{nm}^{(1)} x} \right] J_n(p_{nm} r) e^{in\varphi} + \\ &+ \bar{x}_0 \sum_{n,g} F_{ng} I_n(\gamma_g^{(1)} r) \sin(p_{gx}(x-b)) e^{in\varphi}, \\ \bar{\Pi}^{e(1)} &= \bar{x}_0 \sum_{m,n} \left[ C_{1nm} e^{-\gamma_{nm}^{(1)} x} + C_{2nm} e^{\gamma_{nm}^{(1)} x} \right] J_n(q_{nm} r) e^{in\varphi} + \\ &+ \bar{x}_0 \sum_{n,g} G_{ng} I_n(\gamma_g^{(1)} r) \cos(p_{gx}(x-b)) e^{in\varphi}. \end{aligned}$$

Здесь  $(\gamma_{nm}^{(1)})^2 = p_{nm}^2 - k_0^2 \epsilon_1$ ,  $(\gamma'_{nm})^2 = q_{nm}^2 - k_0^2 \epsilon_1$ ,  $(\gamma_g^{(1)})^2 = p_{gx}^2 - k_0^2 \epsilon_1$  – постоянные распространения (затухания) в области I;  $I_n(\gamma_g^{(1)} r)$  – модифицированная функция Бесселя I рода  $n$ -го порядка;  $F_{ng}$ ,  $G_{ng}$  – амплитуды  $H$  и  $E$  волн радиального волновода.

Чтобы удовлетворить граничным условиям, необходимо в записи полей в прямоугольном волноводе перейти к цилиндрической системе координат. Дальнейшее решение задачи сводится к удовлетворению граничных условий для касательных составляющих электрического и магнитного полей:

$$\begin{aligned} [E_\varphi^{(1)} - E_\varphi^{(2)}]_{x=\pm b} &= 0, \\ [E_r^{(1)} - E_r^{(2)}]_{x=\pm b} &= 0, \\ [E_\varphi^{(1)} - E_\varphi^{(3)}]_{r=a} &= 0, \\ [E_x^{(1)} - E_x^{(3)}]_{r=a} &= 0, \\ [H_\varphi^{(1)} - H_\varphi^{(2)}]_{x=\pm b} &= 0, \\ [H_r^{(1)} - H_r^{(2)}]_{x=\pm b} &= 0, \\ [H_\varphi^{(1)} - H_\varphi^{(3)}]_{r=a} &= 0, \\ [H_x^{(1)} - H_x^{(3)}]_{r=a} &= 0, \end{aligned}$$

и получению системы функциональных уравнений, которую спроектируем на систему базисных функций цилиндрического и радиального волноводов. В результате получим бесконечную СЛАУ второго рода:

$$\begin{aligned} &A_{sm}^- + C_{sm}^+ \frac{R_{3sm} R_{4sm}}{R_{1sm} R_{2sm}} + \sum_g \left[ 1 + (-1)^g \right] \times \\ &\times \left( k_0 \epsilon_1 G_{sg} + p_{gx} F_{sg} \right) \frac{T_{1sg}(p) + T_{1sg}(q)}{R_{1sm} R_{2sm}} = 0, \\ &A_{sm}^+ - C_{sm}^- \frac{R_{6sm} R_{4sm}}{R_{5sm} R_{2sm}} + \sum_g \left[ 1 - (-1)^g \right] \times \\ &\times \left( k_0 \epsilon_1 G_{sg} + p_{gx} F_{sg} \right) \frac{T_{1sg}(p) + T_{1sg}(q)}{R_{5sm} R_{2sm}} = 0, \\ &G_{sg} + \sum_m \left[ B_{sm} i k_0 \frac{R_{8mg}}{R_{7sg}} (I_{2sm} + I_{2sm}^*) - \right. \\ &\left. - D_{sm} \frac{\gamma_{mg}^{(3)} R_{9mg}}{R_{7sg}} p_{gx} (I_{2sm} + I_{2sm}^*) \right] = 0, \\ &G_{sg} + F_{sg} \frac{T_{3sg}}{T_{2sg}} + \sum_m \left\{ B_{sm} \frac{k_0 R_{8mg} p_{gx}}{T_{2sg}} (I_{1sm} + I_{1sm}^*) - D_{sm} \times \right. \\ &\left. \times \left[ \frac{i p_{my} \gamma_{mg}^{(3)} R_{9mg}}{T_{2sg}} (I'_{1sm} + I_{1sm}^*) + \frac{1}{T_{2sg}} (I''_{1sm} + I_{1sm}^{**}) \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &G_{sg} + F_{sg} \frac{T_{2sg}}{\epsilon_1 T_{3sg}} + \frac{1}{\epsilon_1 T_{3sg}} \sum_m \left\{ \left[ A_{sm}^+ \left[ 1 - (-1)^g \right] \operatorname{ch}(\gamma_{sm}^{(1)} b) - \right. \right. \\ &- A_{sm}^- \left[ 1 + (-1)^g \right] \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \left. \right] R_{10sm} + \\ &+ \left[ C_{sm}^+ \left[ 1 + (-1)^g \right] \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) - C_{sm}^- \left[ 1 - (-1)^g \right] \right] \times \\ &\times \operatorname{ch}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \left. \right] R_{11sm} - i B_{sm} R I_{1sm} + D_{sm} R I_{2sm} \left. \right\} = 0; \\ &F_{sg} - \sum_m \left\{ \left[ A_{sm}^+ \left[ 1 + (-1)^g \right] \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) - \right. \right. \\ &- A_{sm}^- \left[ 1 - (-1)^g \right] \operatorname{ch}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \left. \right] \frac{R_{12sm}}{R_{7mg}} + B_{sm} R I_{3sm} + \\ &+ i D_{sm} R I_{4sm} \left. \right\} = 0. \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A_{sm}^\pm = A_{sm} \left( 1 \pm e^{-2\gamma_{sm}^{(2)} b} \right) \begin{cases} \left( 2 \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \right)^{-1} \\ \left( -2 \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \right)^{-1} \end{cases}$$

$$R_{1sm} = p_{sm} \left( \gamma_{sm}^{(1)} \operatorname{ch}(\gamma_{sm}^{(1)} b) + \gamma_{sm}^{(2)} \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \right);$$

верхние знаки в выражении для  $A_{sm}^{\pm}$  соответствуют верхней функции, нижние знаки – нижней;

$$R_{2sm} = \frac{a^2}{2} \left[ J_{s-1}^2(p_{sm} a) - J_s^2(p_{sm} a) J_{s-2}^2(p_{sm} a) \right];$$

$$R_{3sm} = k_0 q_{sm} \left( \varepsilon_1 \operatorname{ch}(\gamma_{sm}^{(1)} b) - \varepsilon_2 \operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b) \right);$$

$$R_{4sm} = \frac{a^2}{2} J_{s-1}^2(q_{sm} a).$$

Выражения для  $R_{5sm}$ ,  $R_{6sm}$  получаются из выражений для  $R_{1sm}$ ,  $R_{3sm}$  заменой местами  $\operatorname{ch}(\gamma_{sm}^{(1)} b)$  и  $\operatorname{sh}(\gamma_{sm}^{(1)} b)$ , а для  $C_{sm}^{\pm}$  из  $A_{sm}^{\pm}$  – заменой  $\gamma_{sm}^{(1),(2)}$  на  $\gamma_{sm}^{(1),(2)}$ ;

$$R_{7sg} = \left( \gamma_g^{(1)} \right)^2 I_s \left( \gamma_g^{(1)} a \right);$$

$$R_{8mg} = \left( k_0^2 \varepsilon_3 + \left( \gamma_{mg}^{(3)} \right)^2 \right)^{-1};$$

$$R_{9mg} = \left( k_0^2 \varepsilon_3 + \left( \gamma_{mg}^{(3)} \right)^2 \right)^{-1};$$

$$R_{10sm} = \frac{s \gamma_{mg}^{(1)} J_s(p_{sm} a)}{ab \left( \left( \gamma_{sm}^{(1)} \right)^2 + p_{gx}^2 \right)};$$

$$R_{11sm} = \frac{k_0 \varepsilon_1 q_{sm} \gamma_{mg}^{(1)} J'_s(q_{sm} a)}{b \left( \left( \gamma_{sm}^{(1)} \right)^2 + p_{gx}^2 \right)};$$

$$R_{12sm} = \frac{\gamma_{sm}^{(1)} p_{sm}^2 J_s(p_{sm} a)}{b \left( \left( \gamma_{sm}^{(1)} \right)^2 + p_{gx}^2 \right)};$$

$$T_{1sg}(p) = a \times$$

$$\times \frac{\gamma_g^{(1)} J_{s-1}(p_{sm} a) I_{s-2}(\gamma_g^{(1)} a) - p_{sm} J_{s-2}(p_{sm} a) I_{s-1}(\gamma_g^{(1)} a)}{p_{sm}^2 + \left( \gamma_g^{(1)} \right)^2};$$

$$T_{2sg} = s p_{gx} I_s \left( \gamma_g^{(1)} a \right).$$

Выражение для  $T_{1sg}(q)$  получается из выражения для  $T_{1sg}(p)$  заменой  $p_{sm}$  на  $q_{sm}$ ;

$$I_{1sm} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \cos \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right] \sin \varphi e^{-\gamma_{mg}^{(3)} a (\sin \varphi - 1)} e^{-i s \varphi} d\varphi;$$

$$T_{3sg} = k_0 \gamma_g^{(1)} I'_s \left( \gamma_g^{(1)} a \right);$$

$$RI_{1sm} = \gamma_{mg}^{(3)} p_{my} R_{8mg} (I_{3sm} + I_{3sm}^*) - I_{1sm} - I_{1sm}^*;$$

$$RI_{2sm} = k_0 \varepsilon_3 p_{gx} R_{9mg} (I'_{3sm} + I_{3sm}^*);$$

$$RI_{3sm} = \frac{\gamma_{mg}^{(3)} p_{gx} R_{8mg}}{R_{7sg}} (I_{5sm} + I_{5sm}^*);$$

$$RI_{4sm} = \frac{k_0 \varepsilon_3 p_{my} R_{9mg}}{R_{7sg}} (I'_{5sm} + I_{5sm}^*).$$

Выражения для  $I_{sm}^*$  отличаются от выражения для  $I_{sm}$  пределами интегрирования:  $0 \rightarrow \pi$ ;  $\pi \rightarrow 2\pi$ . Интегралы связи получаются следующим образом:  $I_{1sm}^*$  из  $I_{1sm}$  заменой  $\gamma_{mg}^{(3)}$  на  $\gamma_{mg}^{(3)}$ ;

$$I_{1sm}^* \text{ из } I_{1sm}^* \text{ заменой } \cos \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right] \sin \varphi \text{ на}$$

$$\sin \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right] \cos \varphi; \quad I_{2sm}^* \text{ из } I_{2sm}^* \text{ заменой}$$

$$\cos \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right] \sin \varphi \text{ на } \sin \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right];$$

$$I_{2sm}^* \text{ из } I_{2sm}^* \text{ заменой } \gamma_{mg}^{(3)} \text{ на } \gamma_{mg}^{(3)}; \quad I_{3sm}^* \text{ из } I_{1sm}^*$$

$$\text{заменой } \gamma_{mg}^{(3)} \text{ на } \gamma_{mg}^{(3)}; \quad I_{4sm}^* \text{ из } I_{1sm}^* \text{ заменой}$$

$$\cos \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right] \sin \varphi \text{ на } \cos \left[ \frac{m\pi}{2} (\cos \varphi - 1) \right].$$

### 3. Численный анализ

Матричные операторы СЛАУ второго рода, подобные СЛАУ (1), подробно исследованы [11]. Для полей обеспечивается выполнение условия на ребре и условия конечности энергии в любой ограниченной области пространства, а также дискретность и конечнократность спектра частот свободных колебаний, а сама СЛАУ разрешима методом редукции. Для численного анализа дисперсионного уравнения, полученного из условия равенства нулю определителя, составленного из СЛАУ (1), построен алгоритм на основе метода Мюллера (процедура квадратичной интерполяции совместно с процедурой половинного деления), и на его основе разработаны программы для персонального компьютера. С их помощью получен ряд графиков. В расчетах учитывалось по две волны в каждом волноводе: в прямоугольном волноводе – по одной основной волне  $H$ - и  $E$ -типа, в цилиндрическом и радиальном – по одной волне

$H$ -типа с левым ( $s = +1$ ) и правым ( $s = -1$ ) вращением. Такое приближение оправдано для расчета собственных колебаний. График на рис. 2 характеризует зависимость приведенной резонансной частоты  $2a/\lambda$  собственного колебания  $HE(EH)_{111}$ -типа от диэлектрической проницаемости заполнения (диэлектрик заполняет цилиндрический волновод и область связи,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ ) при  $a/b = \text{const}$ . График на рис. 3 отражает зависимость приведенной резонансной частоты  $2a/\lambda$  колебания  $HE(EH)_{111}$  от геометрических размеров структуры  $a/b$  при фиксированных значениях диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ .

В зависимости от геометрических и электродинамических параметров структуры в ней можно выделить следующие типы резонансов:

1) собственные резонансы разветвления на запердельных модах (все постоянные распространения для волн  $H$ - и  $E$ -типа –  $\gamma_{nm}^{(1)}$ ,  $\gamma_{mg}^{(1)}$ ,  $\gamma_{nm}^{(2)}$ ,  $\gamma_{mg}^{(3)}$ ,  $\gamma_{nm}^{(1)}$ , ... – действительные величины);

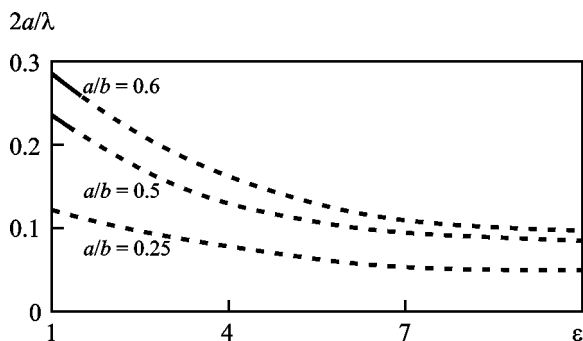


Рис. 2. Зависимость приведенной резонансной частоты  $2a/\lambda$  колебания  $HE_{111}$  от диэлектрической проницаемости заполнения  $\epsilon$  для ряда значений  $a/b$

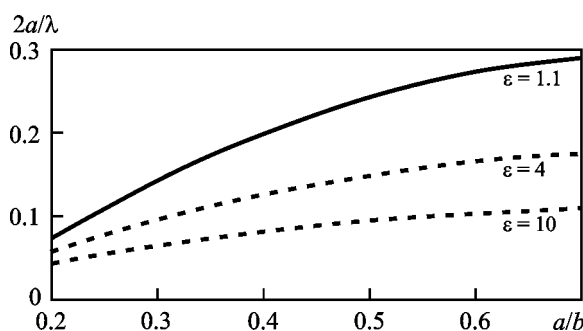


Рис. 3. Зависимость частоты  $2a/\lambda$  колебания  $HE_{111}$  от параметра  $a/b$  для различной диэлектрической проницаемости заполнения  $\epsilon$

2) собственные резонансы волноводно-диэлектрического типа, которые реализуются в случаях когда

– резонирующая волна распространяется на участке круглого волновода с диэлектриком в центральной области I, а все типы волн подводящих круглого и прямоугольного волноводов запердельны, т. е. заполнена либо центральная область, либо стержень в прямоугольном волноводе ( $\gamma_{11}^{(1)}$  – мнимая величина, остальные постоянные распространения действительные величины),

– запердельны все типы волн круглого волновода, а на участке радиального волновода с диэлектриком в области I резонирующая волна распространяется, т. е. заполнена либо центральная область, либо цилиндрический стержень в волноводе ( $\gamma_1^{(1)}$  – мнимая величина, остальные постоянные распространения действительные),

– резонирующее колебание разветвления образовано суперпозицией волн, распространяющихся вдоль круглого и радиального волноводов в области I, т. е. заполнена только центральная область ( $\gamma_{11}^{(1)}$ ,  $\gamma_1^{(1)}$  – мнимые величины, остальные постоянные распространения действительные);

3) квазисобственные резонансы, существующие в структуре при условии распространения хотя бы одной волны в одном из подводящих волноводов, а резонирующими являются волны высшего типа.

Собственные резонансы разветвления с цилиндрическим стержнем в круглом волноводе на запердельных модах (сплошная линия на рис. 3 и отрезки сплошной линии на рис. 2 (при  $1 < \epsilon < 2$ )) существуют при значениях параметра  $a/b \geq 1.17$  ( $a/b = 1.17$  соответствует случаю совпадения критических длин волн круглого ( $\lambda_{кр} = 3.41a$ ) и радиального ( $\lambda_{кр} = 4b$ ) волноводов). Колебания волноводно-диэлектрического типа при этих параметрах не возникают (круглый волновод с диэлектриком перестает быть запердельным). Однако колебания волноводно-диэлектрического типа могут существовать при значениях  $a/b \leq 1.17$  (пунктирные линии на рис. 2 и рис. 3). В этом случае запердельны все типы волн круглого волновода, а в радиальном волноводе возможно распространение резонирующей волны на участке волновода с диэлектриком и затухающей – в пустом прямоугольном

волноводе ( $\gamma_1^{(1)}$  – мнимая величина, остальные постоянные распространения действительные).

Экспериментальная проверка полученных результатов проводилась на установке, описанной в работе [7]. Измерительная секция представляла собой сочленение круглого волновода диаметром  $(9.9 \pm 0.05)$  мм и длиной 50 мм и квадратного волновода с поперечным размером  $(10 \pm 0.05) \times (10 \pm 0.05)$  мм и длиной 40 мм. Секция включалась “на проход” в автоматический измеритель коэффициента стоячей волны по напряжению и ослабления соответствующего диапазона: P2-61, P2-67 (пустой квадратный волновод использовался в качестве элементов связи с трактом). Цилиндрический волновод и область связи заполнял цилиндрический образец с электрической проницаемостью  $\epsilon$  ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ ). Для измерений использовались образцы из фторопласта ( $\epsilon = 2.20$ ) и диэлектрика марки ПТ-5 ( $\epsilon = 4.75$ ). Максимальное отличие экспериментально измеренных  $f_{эксн}$  от теоретически рассчитанных  $f_{расч}$  резонансных частот колебания  $HE_{111}$  не превышало 5 % (см. табл. 1,  $f_{кр}^O$  – критическая частота цилиндрического волновода с диэлектриком,  $f_{кр}^П$  – критическая частота пустого прямоугольного волновода). Так как все волноводы запредельны на резонансной частоте, то резонатором, в основном, является центральная область и тот объем диэлектрика, который находится в этой области. Благодаря этому, перемещая образец в одном из волноводов относительно центральной области, можно проводить локальные измерения параметров материалов.

#### 4. Заключение

В работе построена строгая трехмерная электродинамическая модель гибридных электромагнитных колебаний в волноводном разветвлении “цилиндрический – прямоугольный волноводы”, заполненном диэлектриком. Проведена классификация собственных типов колебаний: собственных

резонансов разветвления на запредельных модах и резонансов волноводно-диэлектрического типа. Для резонансов первого типа электромагнитное поле в области связи волноводов описывается суммой полей затухающих волн парциальных волноводов, для резонансов второго типа – суммой полей затухающих и распространяющихся волн. Колебания первого типа существуют как при заполнении волноводного разветвления диэлектриком, так и в пустом разветвлении. Второй тип резонансов существует только в структурах с электрической проницаемостью больше единицы. Исследуемая структура может быть использована для измерения электрических параметров диэлектрических образцов. Поскольку спектральные характеристики разветвления определяются в основном размером центральной области связи волноводов и электрическими параметрами той части диэлектрика, который там находится, измерения носят локальный характер.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробкин В. А., Пятак Н. И. Собственные электромагнитные резонансы полуоткрытых волноводных структур // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т. 32, Вып. 3. – С. 517–525.
2. Макеев Ю. Г., Моторненко А. П. Собственные электромагнитные колебания в резонаторе на запредельных волноводах // Журнал технической физики. – 1999. – Т. 69, № 4. – С. 84–88.
3. Коробкин В. А., Макеев Ю. Г., Стрижаченко А. В. Собственные колебания полуоткрытых цилиндрических волноводных разветвлений с диэлектриком // Журнал технической физики. – 1986. – Т. 56, № 12. – С. 2313–2319.
4. Макеев Ю. Г., Рудь Л. А., Острицкая С. Ю. Собственные аксиально-несимметричные колебания разветвления круглого и радиального волноводов // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39, Вып. 10. – С. 1497–1502.
5. Шестопалов Б. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Волноводные неоднородности. Т. 2. – Киев: Наук. думка, 1986. – 216 с.
6. Wu K. L., Yu M., and Sivadas A. Novel model analysis of a circular-to-rectangular waveguide T-junction and its application to design of circular dual-mode filters // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2002. – Vol. 50, No. 2. – P. 465–473.
7. Стрижаченко А. В., Звягинцев А. А., Чижев В. В. Автоматизированный комплекс для измерения параметров анизотропных кристаллов в микроволновом диапазоне // Приборы и техника эксперимента. – 2009. – № 3. – С. 157–159.
8. Krauss P. and Arndt F. Rigorous mode-matching method for the model analysis of the T-junction circular to sidecoupled rectangular waveguide // Proc. IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. – Miami, Fl (USA). – 1995. – P. 1355–1358.

Таблица 1. Результаты измерений

$\epsilon$	$f_{эксн}$ , МГц	$f_{расч}$ , МГц	$f_{кр}^O$ , МГц	$f_{кр}^П$ , МГц
1	12950	13180	17570	14990
2.20	10990	10750	11985	14990
4.75	7395	7700	8150	14990

9. Перов А. О., Сенкевич С. Л. Модификация метода частичных областей в задаче о тройниковом соединении круглого и прямоугольного волноводов // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 2006. – Т. 11, № 2. – С. 180–189.
10. Рудь Л. А., Ткаченко В. И. Строгий алгоритм решения задачи дифракции волн на несоосном сочленении прямоугольного и круглого волноводов // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. – 1997. – Т. 2, № 2. – С. 32–37.
11. Рудь Л. А., Сиренко Ю. К., Шестопалов В. П., Яшина Н. П. Алгоритмы решения спектральных задач, связанных с открытыми волноводными резонаторами: Препр./ НАН Украины. Ин-т радиофизики и электроники; № 318. – Харьков: 1986. – 50 с.

*О. В. Стрижаченко, С. М. Шульга, А. О. Звягинцев*

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

#### ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ В ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІЙ СИСТЕМІ КРУГЛИЙ – ПРЯМОКУТНИЙ ХВИЛЕВОДИ З ДІЕЛЕКТРИКОМ

Побудовано тривимірну електродинамічну модель гібридних електромагнітних коливань у хвилеводному розгалуженні “циліндричний – прямокутний хвилеводи”, заповненому діелектриком. Виконано класифікацію власних типів коливань: власних резонансів розгалуження на позамежних модах та резонансів хвилеводно-діелектричного типу. Досліджується структура може використовуватись для вимірювання

електричних параметрів діелектричних зразків як циліндричної, так і прямокутної форми поперечного перерізу. Оскільки спектральні характеристики розгалуження визначаються головню розміром центральної області зв’язку хвилеводів та електричними параметрами тієї частини діелектрика, яка там знаходиться, вимірювання є локального характеру.

*A. V. Strizhachenko, S. N. Shulga, and A. A. Zvyagintsev*

V. Kazarin National University of Kharkiv, 4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

#### EIGEN MODES IN ELECTRODYNAMIC SYSTEM ROUND – RECTANGULAR WAVEGUIDES WITH DIELECTRIC

A three-dimensional electrodynamic model of hybrid electromagnetic modes in waveguide junction “cylindrical – rectangular waveguides”, filled by dielectric has been created. The classification of eigenmode types have been carried out: eigen resonances of a junction on evanescent waves and resonances of a waveguide-dielectric type. The structure under investigation can be used in measuring the electrical parameters of dielectric samples of both cylindrical and rectangular cross sections. As the spectral characteristics of a junction are defined, basically, by the size of a central coupling region of waveguides and electrical parameters of that part of dielectric which is there, the measurements are local.

*Стаття поступила в редакцію 27.01.2012*